



**REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACION SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALURGICO
FACULTAD METALURGIA Y ELECTROMECHANICA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA**

**TESIS EN OPCIÓN AL GRADO DE MASTER EN
ELECTROMECÁNICA MENCIÓN PLANTAS
METALÚRGICAS**

**TITULO: ESTUDIO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN DE ROTOR EN
JAULA SUJETO A LA TEORÍA DEL CAMPO ORIENTADO.**

AUTOR : *Ing. IGNACIO ROMERO RUEDA*

TUTOR: *Dr. SECUNDINO MARRERO RAMIREZ*

MOA-2000

Dedicatoria:

A mi hija, Gabriela Romero Reyes.

Agradecimientos:

A todas aquellas personas que de una u otra forma hicieron posible la culminación de este trabajo, a quien siempre o en ocasiones creen en mí.

A mi pequeña Gabriela que en los momentos más difíciles siempre tiene un beso, una frase o alguna travesura para alegrar.

A los integrantes del departamento de ingeniería eléctrica con sus críticas, sugerencias, confianza y lucha para conmigo.

En especial por su paciencia y apoyo a mi esposa Niurka Reyes Cano.

Resumen:

En el presente trabajo ofrecemos un algoritmo de análisis para obtener el sistema de ecuaciones matemáticas que describen el comportamiento dinámico del motor de inducción en coordenada de campo orientado.

Para ello primeramente se requieren dos transformaciones como parte del esquema de control, desde un sistema trifásico (A,B,C) a uno bifásico (d,q) y viceversa, luego de obtener el modelo matemático para el motor inducción y con el objetivo de orientar correctamente el campo de la máquina se muestra una metodología en pos de lograr una estructura linealmente independiente, donde los ejes son separados, aproximando su comportamiento a una máquina de corriente directa.

Durante la implementación del control por mando vectorial, fue necesario calcular los parámetros de los reguladores a instalar, mediante la construcción de lazo subordinado en serie según modulo óptimo y óptimo simétrico. También se describe la metodología seguida y los parámetros escogidos para la simulación, la cual tiene como soporte el paquete 5.3 del MATLAB, obteniéndose las gráficas que describen el comportamiento de la máquina sin control y controlada, por último se realiza un análisis y una comparación de los resultados, donde se consigue confirmar la potencia del mando vectorial como técnica de control para el motor de inducción de rotor en jaula.

Tabla de contenido

Introducción	1
I.I. Introducción.	1
I.II. Situación problemática.....	3
I.III. Hipótesis científica.....	3
I.IV. Objetivo.....	4
I.V Tareas del trabajo.....	4
I.VI. Metodología de la investigación.....	4
I.VII Antecedentes y estado actual de la temática.....	5
Capítulo I: Modelación matemática del motor de inducción y teoría de la regulación	8
I.1. Modelación matemática del Motor de Inducción	9
I.1.1. El circuito modelo y su relación con la máquina física.....	9
I.1.2. Particularidades del régimen dinámico en el motor de inducción.....	10
I.1.3. Sistema de ejes.....	12
I.1.4. Ecuaciones de las tensiones expresado con la velocidad sincrónica.....	12
I.1.5. Expresión del momento electromagnético por medio de las funciones complejas resultantes.....	14
I.1.6. Ecuación del Movimiento.....	15
I.1.7. Adaptación del sistema de ecuaciones a los vectores de flujo en el rotor ψ_r , y corriente en el estator I_s , como referencia.....	16
I.2. Teoría de la regulación	18
I.2.1. Determinación de la función de transferencia de un regulador.....	18
I.2.2. Compensación de las constantes de tiempo según la forma del objeto a regular.....	19
I.2.3. Compensación serie y subordinación de coordenadas en accionamientos eléctricos regulados.....	23
I.2.4. Ajuste según el módulo óptimo.....	26
I.2.5. Ajuste según el óptimo simétrico.....	30
I.3. Conclusiones	31
Capítulo II: El motor de inducción en coordenada de campo orientado como objeto de regulación	32
II.1. Introducción a la teoría del campo orientado aplicada al motor de inducción.	32

II.2. Orientación del modelo por el eje directo.....	33
II.3. Precompensación de los enlaces cruzados.....	35
II.4. Ecuaciones resultantes para la regulación del motor.....	39
II.5. Controladores a emplear en la regulación del motor.....	41
II.5.1 Ajuste del regulador de corriente según el módulo óptimo.....	41
II.5.2 Ajuste del regulador de flujo magnético a través del módulo óptimo....	43
II.5.3 Ajuste del regulador de velocidad por óptimo simétrico.....	45
II.6. Esquema general del motor como objeto de regulación.....	47
II.7. Adaptación de las funciones obtenidas para el motor escogido.....	48
II.8. Conclusiones.....	49
Capítulo III: Análisis de los resultados.....	50
III.1. Parámetros del motor y los reguladores.....	50
III.2. Resultados de la modelación en régimen dinámico del motor de inducción...	53
III.3. El motor de inducción bajo la regulación por campo orientado.....	58
III.4. Esquema funcional del motor regulado.....	61
III.5. Valoración técnico-social.....	61
III.6. Conclusiones.....	62
Conclusiones Generales.....	63
Recomendaciones.....	65
Bibliografía.....	66
Apéndices.....	70
Anexos	

Introducción

- I.I. Introducción.**
- I.II. Situación problemática.**
- I.III. Hipótesis científica.**
- I.IV. Objetivo.**
- I.V. Tareas del trabajo.**
- I.VI. Metodología de la investigación.**
- I.VII. Antecedentes y estado actual de la temática.**

I.I. Introducción

Hoy cobra mucha importancia el estudio de todo accionamiento que tenga como elemento principal el motor de inducción, específicamente el trifásico de rotor en jaula debido a su robustez, confiabilidad y bajo costo; sin embargo su característica no lineal de par velocidad y su respuesta dinámica deficiente han limitado su uso en el control.

El estudio convencional del estudio del motor trifásico de rotor en jaula se realiza a partir de un sistema de ecuaciones algebraica que determina su comportamiento en régimen estable, con este método se han desarrollado vías para la regulación y control de parámetros, dando los mejores resultados el control y regulación utilizando convertidores de frecuencia, los cuales tienen como limitación principal que el sistema de control no responde a las prestaciones más dinámicas del accionamiento.

Las actuales técnicas de control permiten manejar con amplio margen el diapasón de velocidades en las máquinas eléctricas de forma suave y precisa, sin complicar el funcionamiento de los dispositivos de protección y medición, y mejorando aún más el comportamiento operacional de los motores de corriente alterna con cualidades parecidas a los motores de corriente directa.

En la literatura técnica mundial el motor de inducción ha sido analizado por una variedad de métodos, todos utilizando diferentes convenios y a un alto nivel matemático. Para superar las limitaciones del motor de inducción se desarrollo en los años (70) la Teoría del Control Vectorial o como también es conocida Teoría del Campo Orientado. Esta teoría de

control utiliza modelos matemáticos complejos para calcular y orientar individualmente las componentes o vectores magnetizantes y productor de par de la corriente del estator.

Mientras el método de la teoría del control vectorial ha sido entendido y sus aplicaciones se han realizado con éxito a través de la utilización de los microprocesadores de alta velocidad disponibles hoy en día, es comúnmente reconocido que este entendimiento está limitado por un pequeño inconveniente que es la complejidad de la naturaleza de la dinámica interna del motor de inducción, utilizando términos no lineales y términos entrelazados que evitan la simple comprensión de la máquina.

La Teoría del Campo Orientado ha permitido el emplazamiento de las ecuaciones matemáticas que describen el motor de inducción por un diagrama de bloque o variables de estado apropiadas con un enfoque simplificado, permitiendo que los conceptos de regulación y control sean entendidos rápidamente por alguien con solo una noción básica de máquinas y teoría del control, llevando la máquina a un objeto de regulación muy noble, donde los ejes son espaciados en coordenadas (d-q) con lo cual se pueden manipular las variables de corriente, flujo magnético y velocidad en la dirección del motor.

Una vez reducida la máquina a una estructura lineal con la componente de excitación y de momento en cuadratura en forma similar a una máquina de corriente directa, se convierte en un problema simple para aplicar el control de posición y velocidad al motor de inducción de rotor en jaula por analogía. El principal aporte de esta teoría es una vez aplicado el control conseguir que el motor de inducción se comporte semejante al de corriente directa de excitación independiente.

La teoría de campo orientado ha sido aceptada como un método viable en el conocimiento del grado de comportamiento dinámico del motor de inducción, que solo era posible con una máquina de corriente directa, hecho este que ha permitido que se le preste una considerable atención a la misma aplicada al control de estos motores.

Teniendo en cuenta todo lo anteriormente referido, se declara la siguiente situación problemática.

I.II. Situación problemática

Los sistemas de mando en el accionamiento con motores eléctricos de corriente alterna son considerablemente diferentes y más complicado que para motor de corriente directa, al emplear motores eléctricos de inducción con rotor en cortocircuito no hay acceso a este último, en este caso se utilizan considerablemente mayor número de coordenadas regulables. Estas circunstancias dificultan la utilización de estos métodos y la síntesis de los sistemas automáticos de mando del accionamiento en corriente alterna, los que han sido desarrollados para accionamientos eléctricos de corriente directa. Los motores de corriente alterna por naturaleza propia complican el mando con una serie de circunstancias importantes:

- El momento electromagnético del motor se determina por el producto de dos vectores resultantes, uno de estator y otro de rotor, y es una función de cuatro variables;
- Existe una fuerte interacción de las fuerzas magnetizante de estator y rotor, la cual varía de forma continua en la medida en que gira el rotor;
- No presenta devanado independiente para la excitación, productor de flujo magnético.

Los motores eléctricos de corriente alterna conjuntamente con los convertidores controlados, representan objetos de mando complejos y alineales con muchas interconexiones. La descripción matemática completa de estos objetos resulta voluminosa y los métodos de síntesis de sistemas de mando convencionales son inaplicables.

I.III. Hipótesis científica

El empleo de la regulación con orientación de campo en el motor de inducción trifásico de rotor en jaula, con variación de frecuencia permite obtener una referencia de mando independiente para la componente de corriente magnetizante y generadora de momento, asegurando un flujo constante, óptimo aprovechamiento y buen comportamiento dinámico.

I.IV. Objetivo

Evaluar el comportamiento del motor de inducción de rotor en jaula empleando la regulación por campo orientado aplicando la modelación y simulación del motor en régimen dinámico, en un sistema de ejes que giran sincrónicamente orientado a través del flujo magnético en el rotor y corriente en el estator como vectores de referencia.

I.V. Tareas del trabajo

- Determinar el sistema de ecuaciones que describen el comportamiento dinámico del motor de inducción para la formación vectorial del momento según el flujo en el rotor y la corriente en el estator.
- Simular el comportamiento del motor de inducción de rotor en jaula una vez empleada la orientación de campo y regulación del mismo.
- Mostrar las ventajas del motor de inducción sujeto a la regulación vectorial de momento y velocidad.

I.VI. Metodología de la investigación.

La regulación de velocidad en motores de corriente alterna es amplia y existen varios métodos; pero su aplicación real está limitada por condiciones técnica de ejecución y economía. Del análisis de los métodos paramétricos, se pudo percatar de la deficiencia que estos imponen y la necesidad de transitar al método vectorial, en aras de satisfacer los requerimientos exigidos.

Para ello se parte de linealizar el modelo escogiendo un sistema de ejes que lo permitan, limitándolo para las condiciones de fronteras del campo electromagnético y del movimiento mecánico aplicado, con la posterior simplificación, necesaria, a la hora de aplicar la teoría de control vectorial.

La representación en diagramas de bloques fue la metodología empleada para facilitar la comprensión de lo expresado en sistemas de ecuaciones y texto escrito. Después del desarrollo del método escogido en la regulación del accionamiento como general se aplicó al motor de inducción y finalmente se valoró la potencia del sistema implantado,

empleando fundamentalmente la simulación en MATLAB. Los resultados obtenidos serán analizados críticamente para extraer las conclusiones y recomendaciones.

I.VII. Antecedentes y estado actual de la temática

La Teoría del Campo Orientado empezó cerca del año 1929 al R.H. Park (15) dar el modelo simplificado en régimen dinámico para una máquina sincrónica, donde representaba un sistema de ejes en cuadratura. Luego esta teoría fue generalizada para todas máquinas eléctricas rotatorias, pero no resuelve el problema de la interacción de F.M.M del estator y rotor, por tanto tampoco del momento y el flujo.

En los años 1970 – 1972 ocurre un avance en esta teoría al proyectar el sistema de ecuaciones sobre un sistema de ejes girando al unísono con la velocidad sincrónica; de esta forma aparecía el momento como el producto de dos magnitudes, las cuales se podían regular o controlar por separado. Los primeros trabajos sobre esto fueron desarrollados por los alemanes Blaschke, F. (3) y Hasse, K. (15), más tarde muchos coincidieron que en el orden del control por campo orientado es necesario orientar el sistema por el eje directo y de esta forma el flujo por el eje transversal resulta igual a cero.

Si bien el desarrollo teórico del tema avanzaba los requerimientos técnicos hacían del mismo una parte ideal pues hasta el momento era inaplicable, no es hasta mediados de la década del 90 donde aparece un auge en este campo debido al desarrollo vertiginoso de la electrónica incluyendo los microprocesadores, controladores, etc.

H. Rapp (26) examina los fenómenos transitorios en la máquina de inducción con rotor en jaula que pueden causar un incorrecto ajuste de la constante de tiempo del rotor en un sistema de control por campo orientado, fundamentalmente sobre las variables en la que actúa el control o gobierno. Analiza los fenómenos transitorios que ocurren después de cada cambio en la carga del motor. En este trabajo aparece una introducción general del control por campo orientado con ilustración en diagramas en bloques y vectoriales, se realiza un análisis sobre la variación o desviación del ángulo que relaciona la constante de tiempo del rotor, muestra los resultados a través de un motor escogido y la simulación en forma gráfica en rango de comparación, nunca plantea si la metodología es válida para todo rango de potencia.

Noboru. (23) se propone un circuito equivalente para el análisis de la supresión de sobrevoltaje en el convertidor con modulación por pulso para los sistemas de accionamientos eléctricos donde el motor es conectado a través de un conductor de impedancias considerable. El autor implementa un método analítico usando inductancia y capacidad equivalente a la del conductor. La simulación digital y el experimento son usados como verificador para la metodología propuesta.

Martines J. (19) ofrece un modelo en un lenguaje simbólico para el estudio de fenómenos transitorios electromagnéticos. Aparece una herramienta para la observación y control del proceso. Emplea la modelación en régimen dinámico con una representación matemática y física de lo analizado, utilizando un motor tipo como ejemplo. Los resultados del estudio del proceso transitorio se ofrece en forma gráfica. En el trabajo se simula un motor de corriente directa de excitación independiente, uno trifásico de rotor en jaula y el accionamiento con motor de CD.

General Catalog. (14) aparece un resumen de las principales variantes de convertidor para el tipo de aplicación, mostrando su esquema general y los datos del rango de potencia para el motor a utilizar. Luego ofrece una información general sobre los parámetros y el funcionamiento del convertidor y una extensa lista de datos numéricos para la selección correcta del convertidor.

Zerovsky Z. (41) aparecen resultados teóricos y experimental obtenidos para un motor asincrónico trifásico de rotor en jaula con control óptimo, dado en respuesta con mínimas pérdidas y corrientes constante limitada. La teoría del campo orientado es empleada, así como el control de la frecuencia del rotor. Considerando el modelo del motor linealizado en un accionamiento con momento de carga e inercia constante, las condiciones para control óptimo puede ser obtenida en base a relaciones analíticas. Con respecto a los casos no lineales las condiciones son investigada a través de la respectiva simulación. La verificación se realiza de forma experimental.

Yoshitaka K. (38) propone una representación en ecuaciones de variables de estado en forma matricial, donde los términos acoplado con significado físico pueden ser separada con cierta flexibilidad. En esta ecuaciones todos los puntos que se suman tienen dimensión, esto se hace con vista a que en el control vectorial es realizable si se logra el

desacople de la componente de magnetización y de momento. En este trabajo de forma general se tiene las ecuaciones de estados convencional (modelo general expresado a través de la corriente del estator y rotor), luego la propuesta empleada empleando primeramente las corriente como variables de estado y una segunda propuesta empleando el flujo en el rotor y las corriente en el estator. Realiza el desacople e implementa los reguladores de corriente, verificando los resultado de forma experimental.

Zerovsky Z. (40) realiza un análisis del comportamiento del motor de inducción causado por las dificultades del control de velocidad, cuando se alimenta el motor con frecuencia variable, relacionado con pérdidas adicionales de pulsación de momento y estabilidad de operación. Se deduce la impedancia y corriente de forma grafica a través del diagrama de circulo, analizando las características de momento del motor para este tipo de alimentación. Los resultados son tabulado y ploteado.

Zerovsky Z. (39) plantea que en el control vectorial aplicado al accionamiento eléctrico es posible el gobierno independiente del flujo magnético y el momento del motor de inducción. La corriente que alimenta al motor desde el convertidor es determinada por el flujo magnético y momento deseado, asignando el flujo óptimo es posible generar el momento deseado con corriente mínima desde el convertidor para un accionamiento. Aquí se tiene en cuenta el control vectorial y el control directo de momento.

Hoy prácticamente todos los convertidores de frecuencia operan bajo el principio del campo orientado con subordinación y limitación de coordenadas. Los fabricantes ofrecen los rangos de potencias y sus ventajas para su utilización. Existe la tecnología que funciona sobre esta base pero el know how pertenece a los países de gran desarrollo; por lo que el estudio de esta temática es de gran interés para nuestra región.

II.2. Orientación del modelo por el eje directo.....	33
II.3. Precompensación de los enlaces cruzados.....	35
II.4. Ecuaciones resultantes para la regulación del motor.....	39
II.5. Controladores a emplear en la regulación del motor.....	41
II.5.1 Ajuste del regulador de corriente según el módulo óptimo.....	41
II.5.2 Ajuste del regulador de flujo magnético a través del módulo óptimo....	43
II.5.3 Ajuste del regulador de velocidad por óptimo simétrico.....	45
II.6. Esquema general del motor como objeto de regulación.....	47
II.7. Adaptación de las funciones obtenidas para el motor escogido.....	48
II.8. Conclusiones.....	49
Capítulo III: Análisis de los resultados.....	50
III.1. Parámetros del motor y los reguladores.....	50
III.2. Resultados de la modelación en régimen dinámico del motor de inducción...	53
III.3. El motor de inducción bajo la regulación por campo orientado.....	58
III.4. Esquema funcional del motor regulado.....	61
III.5. Valoración técnico-social.....	61
III.6. Conclusiones.....	62
Conclusiones Generales.....	63
Recomendaciones.....	65
Bibliografía.....	66
Apéndices.....	70
Anexos	

Capítulo I: Modelación matemática del motor de inducción y teoría de la regulación

I.1. Modelación matemática del Motor de Inducción.

I.1.1- El circuito modelo y su relación con la máquina física

I.1.2- Particularidades del régimen dinámico en el motor de inducción.

I.1.3- Sistema de ejes.

I.1.4- Ecuaciones de las tensiones expresado con la velocidad sincrónica.

I.1.5- Expresión del momento electromagnético por medio de las funciones complejas resultantes.

I.1.6- Ecuación del Movimiento.

I.1.7- Adaptación del sistema de ecuaciones a los vectores de flujo en el rotor ψ_r , y corriente en el estator I_s , como referencia.

I.2. Teoría de la regulación.

I.2.1- Determinación de la función de transferencia de un regulador.

I.2.2- Compensación de las constantes de tiempo según la forma del objeto a regular.

I.2.3- Compensación serie y subordinación de coordenadas en accionamientos eléctricos regulados.

I.2.4- Ajuste según el módulo óptimo.

I.2.5- Ajuste según el módulo óptimo simétrico.

I.3. Conclusiones.

El fundamento teórico del capítulo se divide en dos partes: primero se describe la modelación matemática del motor de inducción en régimen dinámico, dando los pasos necesarios para obtenerlo hasta llegar al modelo matemático orientado al vector de referencia escogido. El diagrama en bloque se representa en el anexo 1 y 2. En la segunda parte se recoge la teoría de la regulación a emplear siguiendo las líneas que más utilidad ha tenido en los accionamientos eléctricos, desarrollada fundamentalmente para corriente directa, para escoger los ajustes de reguladores estándar a través del módulo óptimo y óptimo simétrico.

I.1. Modelación matemática del motor de inducción

I.1.1- El circuito modelo y su relación con la máquina física

El modelo físico escogido para representar a las máquinas rotatorias está compuesto de varias ramas eléctricas, donde cada una tiene resistencia e inductancia propia, estas aparecen acopladas inductivamente, como se observa en la figura 1.1.

Cuando son energizados, cada rama produce un campo magnético y si el total tiene las mismas características del creado por la máquina física, las ecuaciones obtenidas del circuito pueden ser usadas para calcular el funcionamiento de la máquina.

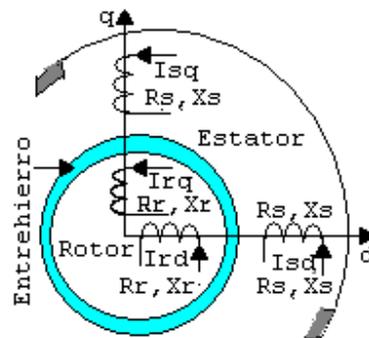


Figura 1.1. Modelo físico de las máquinas rotatorias, en los ejes (d-q).

Dada la estructura idealizada, la cual tiene una simetría radial y es lineal magnéticamente (Saturación e histéresis despreciable), el principio de superposición es aplicable y el campo puede ser descompuesto en componentes a lo largo de cualquiera de los dos ejes, los cuales fueron escogidos para estar a un ángulo recto uno respecto del otro para conveniencia del análisis. Las bobinas modelos son escogidas para estar estacionarias, y la realidad que las bobinas en la máquina física puedan rotar es manipulada en la matemática por una transformación de coordenadas. Realizando una transformación de ejes móviles a ejes fijos, se llega a la conclusión que cualquier máquina rotatoria puede ser estudiada como una máquina estática.

Cuando se utiliza un modelo es conveniente usar una terminología estándar, definiciones, convenios y signos algebraicos, es aconsejable poner en correlación el modelo con la

máquina física, de forma tal, que ciertos signos algebraicos en la ecuación modelo sean fácilmente interpretables.

Las ecuaciones del circuito son necesarias para representar las características eléctricas de la máquina, en general cada bobina en la máquina física será representada por una bobina en el modelo.

Las ecuaciones de Maxwell constituyen las bases para representar matemáticamente el modelo escogido, después de situar las condiciones de fronteras, estas se reducen a la ley de inducción de Faraday que describe el efecto de un campo magnético cambiante, la misma escrita en forma de ecuación es:

$$e_i = - \frac{d\phi}{dt}$$

donde e_i - fuerza electromotriz inducida en volts, $d\phi/dt$ - rapidez de cambio del flujo magnético en webers/segundo.

Para tener en cuenta la rotación se emplea la ley de Newton para el movimiento de un cuerpo sobre un punto.

Para describir el modelo matemático primero es necesario reducir la estructura real dinámica a una ideal basado en varias consideraciones que serán abordadas a continuación.

I.1.2. Particularidades del régimen dinámico en el motor de inducción

El análisis de los procesos dinámicos en las máquinas asincrónicas resulta más cómodo efectuarlo en forma de expresiones complejas resultantes con ayuda del sistema de ecuaciones de las tensiones, escritas en los ejes (d - q), (Alfa - Beta) o en el caso general, en el plano complejo que gira con una velocidad arbitraria. Este sistema junto con las ecuaciones para las tensiones de secuencia cero, describen en forma exhaustiva (dentro de los límites de las suposiciones adoptadas) los procesos simétricos y no simétricos establecidos y dinámicos en las máquinas asincrónicas y puede emplearse en lugar del sistema de ecuaciones para las tensiones de fase. Sin embargo, a diferencia del sistema de ecuaciones para las tensiones de fase, este sistema es mucho más sencillo

por su estructura y resulta un conjunto de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes, lo que posibilita resolverlas mediante métodos analíticos y facilita sensiblemente su cálculo en máquinas digitales.

Es pertinente recordar que los coeficientes de las corrientes, en las ecuaciones de las tensiones en los ejes $(\alpha, \beta, 0)$ ó $(d, q, 0)$, se pueden considerar constantes si se admite que se desprecian:

- 1) La saturación de las partes de acero del circuito magnético.
- 2) La existencia de ranuras y núcleos.
- 3) Las componentes armónicas espaciales superiores e inferiores del campo magnético.
- 4) Las componentes armónicas temporales superiores de las corrientes.
- 5) Las pérdidas magnéticas y auxiliares de las corrientes en torbellino en los conductores.
- 6) El cambio de la velocidad angular (o sea, con la condición $\omega = \text{const}$)

Antes de resolver el sistema de ecuaciones complejas de las tensiones, escritas en uno u otros ejes, es necesario transformar a estos ejes tanto las magnitudes de las fases, determinadas por las condiciones iniciales, como los valores que varían debido a la acción del proceso dinámico.

Según las funciones complejas de las corrientes halladas como resultado de la resolución, y recurriendo a la transformación inversa se determinan las corrientes de fases.

Al investigar el régimen dinámico en los que la velocidad de variación de la frecuencia de rotación es conmensurable con la velocidad de cambio de las magnitudes eléctricas (es decir, con los procesos denominados electromecánicos) las ecuaciones complejas de las tensiones, escrita en unos u otros ejes, deben examinarse conjuntamente con las ecuaciones del movimiento de rotor como se verá posteriormente.

I.1.3- Sistema de ejes

El devanado polifásico en general y el bifásico en particular crea una distribución de flujo en el entrehierro de la máquina, en el cual el lugar geométrico del extremo del vector que representa el flujo describe una circunferencia en el caso de que el sistema de corrientes que circula por este devanado este equilibrado.

Si se tiene dos devanados desfasados entre sí un ángulo igual a 90 grados y por ambos circulan unas corrientes sinusoidales de la misma frecuencia, pero que forman un sistema bifásico equilibrado se puede ver fácilmente que se crea una distribución elíptica de flujo. Se han de encontrar las relaciones que ligarían a las corrientes en el caso de un devanado trifásico y en el de uno bifásico para que ambos casos dieran la misma distribución de flujo.

La función compleja resultante de la tensión del estator se expresa mediante los valores instantáneos de las tensiones de las fases y es igual a la suma de las tensiones por los ejes en cuadratura en forma compleja. (Para más detalles ver apéndice A).

I.1.4- Ecuaciones de las tensiones expresado con la velocidad sincrónica

En el caso general cuando se requiere escribir el sistema de ecuaciones en los ejes que giran con una velocidad arbitraria ω_0 , en la ecuación de las tensiones se incorporará una f.e.m auxiliar de rotación, proporcional a la velocidad angular de estos ejes con respecto al devanado considerado. Por eso, la ecuación de las tensiones del estator en los ejes que giran con una velocidad ω_0 , contiene una f.e.m proporcional a la velocidad angular de estos ejes con respecto al devanado inmóvil del estator, que es igual a ω_0 ,

$$\tilde{U}_s = r_s \tilde{I}_s + \frac{d\tilde{\Psi}_s}{dt} + j\omega_0 \tilde{\Psi}_s; \quad (1.1)$$

Análogamente, las ecuaciones de las tensiones del rotor en los ejes que giran con una velocidad ω_0 , contienen una f.e.m proporcional a la velocidad angular de estos ejes, con respecto al rotor que gira con una velocidad ω , y que resulta igual a $(\omega_0 - \omega)$.

$$\tilde{U}_r = r_r \tilde{I}_r + \frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j(\omega_0 - \omega)\tilde{\Psi}_r \quad (1.2)$$

Donde se definen los vectores:

\tilde{U}_s y \tilde{U}_r Tensiones del estator y rotor respectivamente.

\tilde{I}_s y \tilde{I}_r Corrientes del estator y rotor respectivamente.

r_s y r_r Resistencia activa del estator y rotor respectivamente, en Ohm (Ω).

$\tilde{\Psi}_s$ y $\tilde{\Psi}_r$ Flujos concatenados del estator y rotor respectivamente.

ω_0 y ω Velocidad sincrónica y del rotor respectivamente, en (rad/s).

Las componentes de los flujos en estas ecuaciones se expresan mediante las respectivas componentes de las corrientes y las inductancias propias y mutuas:

$$\tilde{\Psi}_s = L_s \tilde{I}_s + L_m \tilde{I}_r \quad (1.3)$$

$$\tilde{\Psi}_r = L_r \tilde{I}_r + L_m \tilde{I}_s \quad (1.4)$$

Donde L_s , L_r y L_m inductancia propia del estator, propia del rotor y mutua respectivamente, en Henry (H). Las inductancias propias se pueden expresar a través de las mutuas y de dispersión para el propio devanado:

$$L_s = L_m + L_{\sigma s} \quad \text{y} \quad L_r = L_m + L_{\sigma r}$$

Donde $L_{\sigma s}$ y $L_{\sigma r}$ Inductancia de dispersión del estator y rotor respectivamente.

Todas las magnitudes deben expresarse en el plano complejo, considerando que gira con una velocidad ω_0 . Para representar los sistemas de ecuaciones complejas en forma escalar, hay que expresar todas las magnitudes complejas que los integran por medio de sus proyecciones sobre los ejes longitudinal o directo d, y transversal o en cuadratura q, e igualar por separado las componentes imaginarias y reales de los primeros y segundos miembros de las ecuaciones.

Además de las ecuaciones de la tensión hay que tener en cuenta la formación vectorial del momento electromagnético del motor a través de las funciones complejas resultantes.

I.1.5- Expresión del momento electromagnético por medio de las funciones complejas resultantes

El momento electromagnético se expresa en el caso general mediante las funciones complejas resultantes exactamente igual como el momento electromagnético medio en el régimen simétrico establecido, por medio de las magnitudes complejas de secuencia directa.

Teniendo en cuenta que las funciones complejas resultantes de las corrientes son $\sqrt{2}$ veces mayores que los valores efectivos de las corrientes, mediante los cuales se expresan los momentos medios, se puede calcular el momento electromagnético aplicado al rotor por la formula

$$M_{em} = \frac{3}{2} p \operatorname{Im} [\tilde{\Psi}_r \tilde{I}_r^*] \quad (1.5)$$

Donde p es el número de pares de polos del motor, Im significa la parte imaginaria del producto vectorial e \tilde{I}_r^* el complejo conjugado de la corriente del rotor.

Observemos que el momento electromagnético que actúa en el rotor se considera positiva si está dirigido en el sentido de la rotación (es decir, en el sentido antihorario), el momento que actúa en el estator se considera positivo si está dirigido en sentido contrario al de rotación (es decir, en el sentido horario).

Para finalizar, escribiremos la fórmula para el momento electromagnético por medio de las corrientes componentes y los flujos embragados en los ejes d, q orientado según el flujo magnético del rotor:

$$M_{em} = \frac{3}{2} p k_r [\Psi_{rd} I_{sq} - \Psi_{rq} I_{sd}] \quad (1.6)$$

Donde k_r es el coeficiente de acoplamiento del roto, Ψ_{rd} , Ψ_{rq} flujos magnéticos del rotor por el eje directo y transversal respectivamente, I_{sd} , I_{sq} corrientes en el estator por ambos ejes, se puede percatar que el momento electromagnético M_{em} es la suma algebraica de dos productos, integrado por magnitudes del estator y del rotor, es decir es una función de cuatros variables.

Además de las ecuaciones electromagnéticas es necesario tener en cuenta el movimiento de rotación del rotor y sus variaciones con respecto a su velocidad nominal

I.1.6- Ecuación del Movimiento

Para tener en cuenta el cambio de velocidad angular del rotor, a las ecuaciones de tensión en ambos devanados y la de momento electromagnético hay que agregar la ecuación del movimiento del rotor.

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M_{em} - M_c \quad (1.7)$$

Donde J es el momento de inercia expresado en Kgm^2 y M_c el momento de carga.

La ecuación de velocidad angular giratoria del rotor:

$$\Omega = \Omega_o + \int_0^t \frac{d\Omega}{dt} dt \quad (1.8)$$

La velocidad angular se expresa en rad/s.

El momento de inercia del rotor se calcula tomando en consideración las influencias de los elementos que ponen en movimiento la máquina, debido a que en las ecuaciones de tensión aparece la velocidad angular eléctrica ω , entonces $\omega = p \cdot \Omega$. Aquí p es el número de pares de polo, entonces la ecuación del movimiento resulta

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} [M_{em} - M_c] \quad (1.9)$$

En esta ecuación para comodidad de análisis se está despreciando el efecto del coeficiente de fricción y viscosidad, pues su influencia es mínima y no repercute en los resultados posteriores, sobre las bases de las ecuaciones descrita por separado se obtendrá el modelo general a emplear en el análisis.

I.1.7- Adaptación del sistema de ecuaciones a los vectores de flujo en el rotor $\tilde{\Psi}_r$, y corriente en el estator $\tilde{\Gamma}_s$, como referencia

Para obtener el esquema estructural adaptado al vector de flujo magnético del rotor y corriente del estator se tomarán las ecuaciones generalizadas para la tensión y con la ayuda de las correlaciones de flujos y corrientes, dada por 1.3 y 1.4, realizar algunas transformaciones necesarias como son: expresar las corrientes por el rotor y flujo del estator a través de flujo en el rotor y corriente en el estator, ecuaciones 1.10 y 1.11.

$$\tilde{\Gamma}_r = \frac{1}{L_r} \tilde{\Psi}_r - \frac{L_m}{L_r} \tilde{\Gamma}_s \quad (1.10)$$

$$\tilde{\Psi}_s = L_s'' \tilde{\Gamma}_s + \frac{L_m}{L_r} \tilde{\Psi}_r \quad (1.11)$$

Donde $L_s'' = L_s - \frac{L_m^2}{L_r}$ es la inductancia transitoria del devanado de estator para el rotor en jaula.

La sustitución de las ecuaciones 1.10 y 1.11 en las expresiones 1.1 y 1.2 dan como resultado el modelo electromagnético generalizado del motor según los vectores de referencia:

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Psi}_r = -\frac{r_r}{L_r} \tilde{\Psi}_r + \frac{r_r}{L_r} L_m \tilde{\Gamma}_s - j(\omega_o - \omega) \tilde{\Psi}_r \quad (1.12)$$

$$\frac{d}{dt} \tilde{\Gamma}_s = -\frac{r_1 + k_r^2 r_2}{L_s''} \tilde{\Gamma}_s - j\omega_o \tilde{\Gamma}_s + \frac{k_r r_r}{L_r L_s''} \tilde{\Psi}_r - j\omega \frac{k_r}{L_s''} \tilde{\Psi}_r + \frac{1}{L_s''} U_s \quad (1.13)$$

Donde $k_r = \frac{L_m}{L_r}$ es el coeficiente de acoplamiento magnético del rotor.

Trasladando las ecuaciones 1.12 y 1.13 al dominio de Laplace y una vez descompuesta en los ejes en cuadratura, retomando también la ecuación del momento electromagnético 1.6 y del movimiento 1.9, el modelo matemático que determina la dinámica del motor

orientado según el vector de flujo en el rotor y la corriente en el estator adquiere la forma del sistema 1.14 hasta el 1.19:

$$\Psi_{rd} = \frac{1}{T_r s + 1} \left[L_m I_{sd} + \frac{L_r}{r_r} (\omega_o - \omega) \Psi_{rq} \right] \quad (1.14)$$

$$\Psi_{rq} = \frac{1}{T_r s + 1} \left[L_m I_{sq} - \frac{L_r}{r_r} (\omega_o - \omega) \Psi_{rd} \right] \quad (1.15)$$

$$I_{sd} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \left[U_{sd} + L_s'' \omega_o I_{sq} + \frac{k_r r_r}{L_r} \Psi_{rd} + k_r \omega \Psi_{rq} \right] \quad (1.16)$$

$$I_{sq} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \left[U_{sq} - L_s'' \omega_o I_{sd} + \frac{k_r r_r}{L_r} \Psi_{rq} - k_r \omega \Psi_{rd} \right] \quad (1.17)$$

$$M_{em} = \frac{3}{2} p k_r [\Psi_{rq} I_{sd} - \Psi_{rd} I_{sq}] \quad (1.18)$$

$$\omega = \frac{p}{J s} [M_{em} - M_c] \quad (1.19)$$

Donde:

$$T_s = \frac{L_s''}{r_s + k_r^2 r_r} \quad \text{Constante de tiempo transitoria para la corriente del estator, en (s).}$$

$$T_r = \frac{L_r}{r_r} \quad \text{Constante de tiempo para el flujo del rotor, en (s).}$$

U_{sd} , U_{sq} , U_{rd} y U_{rq} Tensiones del estator y rotor por el eje directo y transversal respectivamente, en Volts (V).

I_{sd} , I_{sq} , I_{rd} y I_{rq} Corrientes del estator y rotor por el eje directo y transversal respectivamente, en Amperes (A).

Ψ_{sd} , Ψ_{sq} , Ψ_{rd} y Ψ_{rq} Flujos concatenados del estator y rotor por el eje directo y transversal respectivamente, en Webers (Wb) .

El modelo matemático obtenido, bajo la orientación en los ejes d, q de un sistema que gira con velocidad arbitraria, específicamente la sincrónica, es válido teniendo en cuenta las particularidades del régimen dinámico del motor según fue discutido anteriormente. Como puede apreciarse de las ecuaciones, todo se encuentra en función de las variables de flujo del rotor y corriente del estator, tomado como vectores de referencias. Del modelo se puede observar el enlace existente entre los dos ejes, en las ecuaciones de corrientes del estator fundamentalmente y la dependencia del momento de cuatro variables. Este modelo será utilizado posteriormente en las transformaciones necesarias para llevar al motor a un objeto de regulación, pero ante es de utilidad hacer referencia a la teoría de regulación más empleada para el estudio de los accionamientos ya sean de corriente directa o alterna.

I.2. Teoría de la regulación

I.2.1- Determinación de la función de transferencia de un regulador

Las leyes racionales de mando de los accionamientos eléctricos en cada caso concreto se determinan por las exigencias tecnológicas considerando las limitaciones en la parte eléctrica y mecánica del mismo (capacidad de sobrecarga, calentamiento, velocidad de crecimiento admisible de la corriente de acuerdo a las condiciones de conmutación, magnitud de aceleración, golpes, etc.). Los factores señalados, junto con el tipo de perturbación (según la referencia o por la carga) determinan las leyes racionales de la variación, tanto de las coordenadas de salida como de una serie de coordenadas intermedias del sistema.

El cálculo de los parámetros del sistema de regulación subordinada, se realiza mediante la optimización en serie de los lazos individuales. Se entiende por optimización el ajuste de la función de transferencia del lazo cerrado en correspondencia con las exigencias planteadas.

La función de transferencia del objeto a optimizar se puede escribir de forma general a través de:

$$W_o(s) = W_{oc}(s) \frac{1}{\prod(\tau s + 1)} \quad (1.20)$$

Aquí el factor $W_{oc}(s)$ corresponde a los eslabones cuya influencia se compensa por el regulador. El segundo factor representa la reducción de las funciones de transferencias de los eslabones equivalentes aperiódicos, cuyo efecto no se puede compensar en principio debido a su naturaleza física y también los eslabones reales, cuya compensación en las condiciones dadas no tienen sentido.

En esta expresión Π es el símbolo de producto y τ la constante de tiempo o suma de ellas de los elementos del objeto a optimizar.

El primer grupo de eslabones $W_{oc}(s)$ determina en principio el límite superior de la rapidez de acción del sistema. Las constantes de tiempo τ o su suma son pequeñas en comparación con las constantes de tiempo que entran en el factor $W_{oc}(s)$. Por ello las constantes de tiempo no compensadas se pueden llamar pequeñas (que determinan la parte alta o superior de las características frecuenciales y no influyen sobre el carácter del proceso transitorio) y las compensadas grandes (determinantes de la zona media de las características logarítmicas de amplitud-frecuencia (Bode) y por tanto, de la rapidez de respuesta del sistema).

I.2.2- Compensación de las constantes de tiempo según la forma del objeto a regular

Caso 1. El objeto de regulación se representa como un eslabón aperiódico, la ecuación toma la forma de 1.21:

$$W_o(s) = W_{oc}(s) = \frac{k}{Ts + 1} \quad (1.21)$$

Donde k y T representan el coeficiente de amplificación y la constante de tiempo del eslabón respectivamente.

Para obtener una compensación absoluta de la constante de tiempo, es decir, la transformación del eslabón aperiodico en uno de ganancia, el regulador conectado en serie con el objeto deberá tener la función de transferencia de un eslabón forzado ideal:

$$W_r(s) = Ts + 1 \quad (1.22)$$

Esto significa físicamente, que para la variación instantánea de la magnitud de salida del eslabón de inercia, en su entrada es necesario dar un impulso de tensión infinita. Por eso en los sistemas reales que tienen recursos limitados de mando, la compensación absoluta es irrealizable. Además, si se utiliza un regulador sin inercia, entonces con pequeños incrementos de la magnitud de salida del objeto, en principio el grado posible de compensación se acerca al absoluto, sin embargo con este grado de compensación, el contorno de regulación es mucho más susceptible a las interferencias.

Por eso, incluso en aquellos casos en que el objeto de regulación se pueda representar con exactitud por un eslabón aperiódico, el grado de acercamiento de la compensación al absoluto solo estará limitado por el ancho de la banda pasante del contorno cerrado que garantiza la protección contra interferencias. La última condición en particular puede ser satisfecha mediante la utilización de un regulador Proporcional Integral (PI) con función de transferencia:

$$W_r(s) = \frac{T_{1r} s + 1}{T_o k s} = \frac{T_{1r}}{T_o k} + \frac{1}{T_o k s} \quad (1.23)$$

Con la condición de que $T_{1r}=T$ las funciones de transferencias de los contornos abiertos y cerrados tendrán respectivamente la forma,

$$W_{ab}(s) = W_r(s) \cdot W_{oc}(s) = \frac{1}{T_o s} \quad (1.24)$$

$$W_{oc}(s) = \frac{1}{T_o s + 1} \quad (1.25)$$

y el error estático del contorno cerrado se reduce a cero. La constante T_o se llama de integración del contorno. Cuando esta tiende a cero, el primer miembro (parte proporcional) de la función de transferencia del regulador tiende al infinito, es decir, la compensación se acerca a la absoluta.

En condiciones reales, el valor mínimo de T_o cuando no hay otras limitaciones se determina por la banda pasante máxima $W_{bp.m\acute{a}x}$, del contorno cerrado, con lo cual el nivel de "ruido" en la salida no sobrepase los valores admisibles:

$$T_o = \frac{1}{W_{c.m\acute{a}x}} \quad (1.26)$$

Donde $W_{c.m\acute{a}x}$ es la frecuencia de corte del contorno abierto que corresponde a la banda pasante $W_{bp.m\acute{a}x}$.

Si como banda pasante del contorno cerrado se sobreentiende la frecuencia con la cual la relación de amplitudes de las coordenadas de salida es:

$$\frac{A(W_{bp})}{A(o)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \dots \approx \dots W_{c.m\acute{a}x} = W_{bp.m\acute{a}x} \quad (1.27)$$

En la ecuación anterior $A(W_{bp})$ es la amplitud para la frecuencia correspondiente a la banda pasante, y $A(o)$ la amplitud inicial.

De esta manera, en el caso analizado el resultado de la compensación es la sustitución en el contorno abierto del eslabón aperiódico con constante de tiempo T por el eslabón de integración con la constante de tiempo T_o .

Caso 2: El objeto de regulación está compuesto por dos eslabones aperiódicos conectado en serie, con las constantes de tiempo T_1 y T_2 y por los coeficientes de amplificación k_1 y k_2 como aparece en la ecuación 1.28:

$$W_{oc}(s) = \frac{k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} \quad (1.28)$$

entonces, la compensación de las constantes de tiempo de estos eslabones puede realizarse mediante un regulador Proporcional Integral y Derivativo PID, con función de transferencia:

$$W_r(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{T_o k s} = \frac{T_1 + T_2}{T_o k} + \frac{1}{T_o k s} + \frac{T_1 T_2 s}{T_o k} \quad (1.29)$$

Donde: $k=k_1 \cdot k_2$ es el producto de las constantes de amplificación de cada eslabón.

Por cuanto los objetos de regulación reales contienen constantes de tiempo tanto grandes como pequeñas, el resultado de la compensación por la constante de tiempo grande que

entra en el factor $W_{oc}(s)$ produce una función de transferencia del contorno abierto de la forma:

$$W_{ab}(s) = \frac{1}{T_o s \prod(\tau s + 1)} \quad (1.30)$$

cuando $T_o \gg 2 \sum \tau$ se puede admitir con suficiente exactitud que el producto

$$\prod(\tau s + 1) \approx \sum(\tau s + 1) = T_\mu s + 1$$

Donde $T_\mu = \sum \tau$ es la suma de las constantes de tiempo pequeñas.

Después de estas transformaciones la expresión 1.30 toma la forma de la 1.31, donde se observa como esta tiene un elemento integral y un eslabón aperiodico .

$$W_{ab}(s) = \frac{1}{T_o s (T_\mu s + 1)} \quad (1.31)$$

Haciendo $T_o = a T_\mu$, se obtiene una nueva expresión 1.32, para el contorno abierto que depende del grado de amortiguamiento elegido (a) y la suma o constante de tiempo pequeña que entra en el lazo de regulación.

$$W_{ab}(s) = \frac{1}{a T_\mu s (T_\mu s + 1)} \quad (1.32)$$

La función de transferencia del contorno cerrado viene dada por 1.33.

$$W_{ce}(s) = \frac{1}{a T_\mu^2 s^2 + a T_\mu s + 1} \quad (1.33)$$

Por lo tanto, la optimización en el caso dado está basada en la sustitución del circuito abierto con una constante de tiempo grande por el contorno cerrado, el cual se describe por la ecuación diferencial del mismo orden pero con menor constante $T_o = a T_\mu$. La magnitud de esta constante se determina por la suma de las constantes no compensadas y por el grado de amortiguamiento seleccionado a. Por eso la función de transferencia del objeto de regulación se puede representar de forma general a través de:

$$W_o(s) = W_{oc}(s) \frac{1}{T_\mu s + 1} \quad (1.34)$$

La función de transferencia buscada para el regulador se determina por la ecuación:

$$W_r(s) = \frac{W_{ab}(s)}{W_o(s)} = \frac{1}{W_{oc}(s) a T_\mu s} \quad (1.35)$$

De la ecuación 1.35 se puede deducir que el regulador tendrá un elemento integral, depende del coeficiente de amortiguamiento seleccionado, de la suma o constante de tiempo pequeña e incluye la función de transferencia del eslabón cuya influencia se compensa.

I.2.3- Compensación serie y subordinación de coordenadas en accionamientos eléctricos regulados

Con el objetivo de aumentar la rapidez de respuestas de los sistemas regulados se utiliza la compensación serie, cuyo nombre se debe a la colocación de reguladores en serie con el objeto regulado. La función de transferencia a lazo abierto está dada por la ecuación:

$$W_{ab}(s) = W_r(s) \cdot W_{oc}(s) = \frac{1}{T_o s \Pi(\tau s + 1)} \quad (1.36)$$

La ventaja de esta última expresión, la constituye la posibilidad de seleccionar el valor de T_o , la cual determina el ajuste del contorno de regulación. La ecuación 1.36 puede ser convertida en 1.31 para lazo abierto:

$$W_{ab}(s) = \frac{1}{T_o s (T_\mu s + 1)} \quad (1.37)$$

y para lazo cerrado:

$$W_{ce}(s) = \frac{1}{T_o T_\mu s^2 + T_o s + 1} \quad (1.38)$$

Las raíces de la ecuación característica poseen la siguiente expresión:

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2T_{\mu}} \pm \sqrt{\frac{1}{4T_{\mu}^2} - \frac{1}{T_o T_{\mu}}} = \frac{1}{T_o} \left(-\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} - a} \right)$$

Donde $a = \frac{T_o}{T_{\mu}}$ es la relación entre las constantes de tiempo del contorno de regulación.

Los indicadores dinámicos de regulación de una variable dada quedan determinado por a . La expresión 1.38 se ha representado en la figura 1.2 para distintos valores del coeficiente de amortiguamiento a , la respuesta ante un escalón unitario arroja los siguientes resultados. Si $a=4$, el proceso transitorio posee un carácter aperiódico (exponencial) y el tiempo de duración de (6-8) T_{μ} . La disminución de a hasta 2 aumenta claramente las oscilaciones, aparece la sobrerregulación, y el tiempo de regulación disminuye. Una disminución mayor de a , implica un rápido crecimiento de las oscilaciones y el efecto en disminución del tiempo de regulación constantemente disminuye.

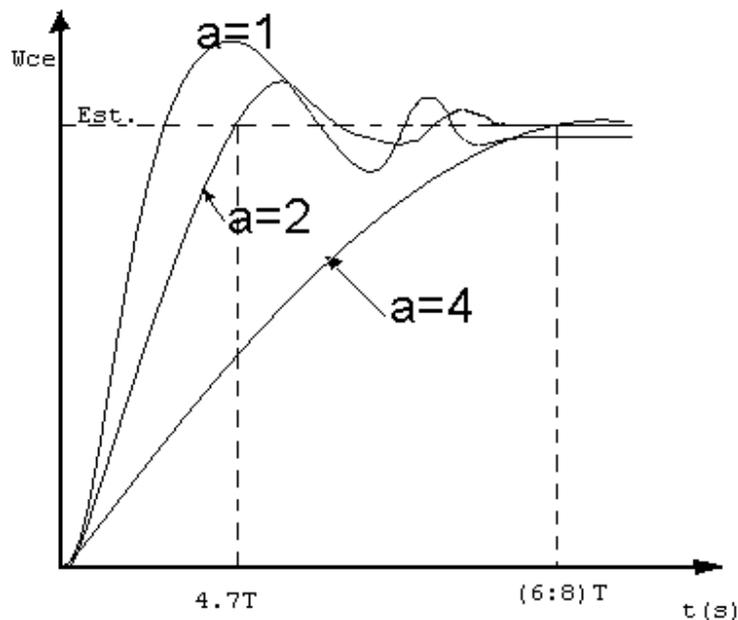


Fig. 1.2 Característica transitorias para distintos valores de a .

La compensación serie se fundamenta en realizar reguladores que realicen dos funciones: primero, compensar las constantes de tiempo que introducen mayor retardo de tiempo en el sistema; y segundo, proporcionar un eslabón integral a la función transferencial resultante.

Lo primero se hace para mejorar la rapidez de respuestas del sistema y lo segundo para mejorar el comportamiento en estado estacionario. Estos dos objetivos deben realizarse sin hacer el sistema muy oscilatorio.

Comparando el denominador de la ecuación 1.33 con el factor cuadrático normalizado 1.44, se puede determinar la frecuencia de corte y el valor pico.

$$\left(\frac{1}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{1}{\omega_n}\right) + 1 \quad (1.39)$$

para ello es necesario, primeramente expresar el módulo de 1.39 según se muestra en la ecuación 1.40, donde ω_n es la frecuencia de corte y ξ es el coeficiente de amortiguamiento.

$$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (1.40)$$

Si $|G(j\omega)|$ tiene un valor pico en alguna frecuencia, esta recibe el nombre de frecuencia de resonancia, ω_r . Como el numerador de $|G(j\omega)|$ es constante, se ha de producir un valor pico cuando el denominador sea mínimo. Luego la frecuencia de resonancia queda,

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (0 \leq \xi \leq 0.707) \quad (1.41)$$

Antes de calcular la frecuencia de resonancia, primero se determina la frecuencia de corte o natural de oscilación del sistema, ω_n y el coeficiente de amortiguamiento, ξ .

$$\text{a) } \omega_n = \frac{1}{\sqrt{a} T_\mu} \quad \text{b) } \xi = \frac{\sqrt{a}}{2} \quad (1.42)$$

A medida que el factor de amortiguamiento ξ tiende a cero, la frecuencia de resonancia tiende a ω_n . Para $0 < \xi < 0.707$, la frecuencia de resonancia ω_r es menor que la frecuencia natural amortiguada, $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$, que aparece la respuesta transitoria. Para $\xi > 0.707$, la amplitud del módulo decrece monótonamente cuando la frecuencia ω crece. Para $0.7 < \xi < 1$, la respuesta escalón es oscilatoria, pero las oscilaciones son muy bien amortiguadas y apenas perceptibles.

Se puede hallar el valor del pico resonante M_r sustituyendo la frecuencia resonante 1.41, en la ecuación del módulo 1.40, y se obtiene para $0 < \xi < 0.707$,

$$M_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.43)$$

Para $\xi > 0.707$ el valor máximo es $M_r=1$. En la regulación de coordenadas del accionamiento eléctrico las exigencias en cuanto a las oscilaciones sitúan este valor $1 < M_r < 1.4$, lo cual se corresponde con una relación de amortiguamiento efectiva de $0.4 < \xi < 0.7$. En la mayoría de los casos prácticos es deseable que el valor de M_r se acerque a la unidad.

En la práctica los circuitos reales de regulación se pueden reducir en su estructura a los contornos más sencillos de segundo o tercer orden. El ajuste de estos contornos se realiza mediante la elección de los parámetros del regulador según determinadas reglas.

1.2.4- Ajuste según el módulo óptimo

Como se conoce, la respuesta de un sistema de segundo orden se considera óptima cuando la razón de amortiguamiento, $\xi = \sqrt{2}/2$ ya que en este caso la rapidez es buena y la oscilatoriedad es baja. Para que ξ tenga este valor es necesario que en 1.42 b), $a=2$. En este caso se garantiza el tiempo mínimo de regulación $T_r=4.7T_\mu$ para una sobrerregulación baja de un 4.3 %. Este ajuste resulta óptimo para muchos accionamientos eléctricos y por esta razón es utilizado como básico y denominado indistintamente como ajuste al óptimo técnico o ajuste óptimo por módulo. Este nombre se explica debido a que para $a=2$, $\xi=0.707$ y $M_r=1$ por 1.43. Este ajuste corresponde a un

valor unitario del pico máximo de resonancia para un amplio diapason de frecuencia y por tanto óptimo en cuanto a módulo.

La constante de tiempo T_o puede ser expresada como $T_o = aT_\mu$, entonces la función 1.37 de transferencia a lazo abierto toma la forma de 1.44.

$$W_{ab}(s) = \frac{1}{aT_\mu s(T_\mu s + 1)} \tag{1.44}$$

La característica de frecuencia (Bode) logarítmica que corresponde a 1.44 para $a=2$, se representa por líneas continuas en la figura 1.3. Cuando se aplica un escalón a la entrada, la magnitud de salida toma la forma representada en la figura 1.4. La duración del proceso transitorio no depende de la constante de tiempo del objeto T_o y se determina solo por la menor constante de tiempo T_μ .

La función de transferencia del objeto regulado de forma general puede estar formada por varios eslabones y posee la siguiente forma:

$$W_{oc}(s) = \frac{k_1 k_2 \dots k_n}{(T_\mu s + 1) \prod_{i=1}^e (T_i s + 1)} \tag{1.45}$$

La función de transferencia del regulador se determina partiendo de la forma que tenga la función de lazo abierto y la del objeto a regular como sigue:

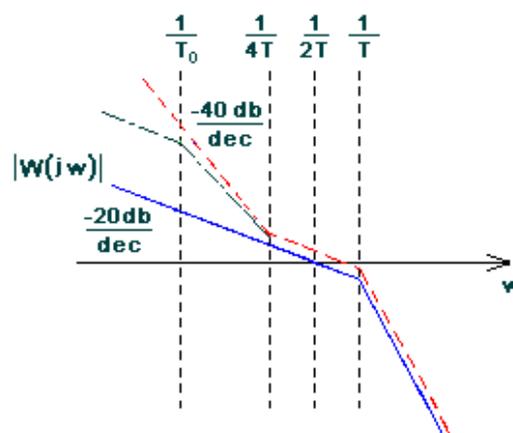


Fig. 1.3. Característica de frecuencia logarítmicas de los contornos abiertos para módulo óptimo (trazo continuo) y óptimo simétrico. (trazo continuo).

$$W_r(s) = \frac{W_{ab}(s)}{W_{oc}(s)} = \frac{\prod_{i=1}^e (T_i s + 1)}{k_1 k_2 \dots k_n a T_\mu s} \quad (1.46)$$

Analizando la expresión 1.46 se muestra que la función de transferencia del regulador se hace muy compleja con el aumento de las constantes de tiempo compensables, por ejemplo.

- ✓ Cuando todas son constantes de tiempo pequeñas ($l=0$)

$$W_r(s) = \frac{1}{T_{int} s} \quad (1.47)$$

Donde $T_{int}=(k_1 k_2 \dots k_n) a T_\mu$ es la constante de tiempo integral resultante. En este caso el regulador es un integrador cuya constante de tiempo es T_{in} .

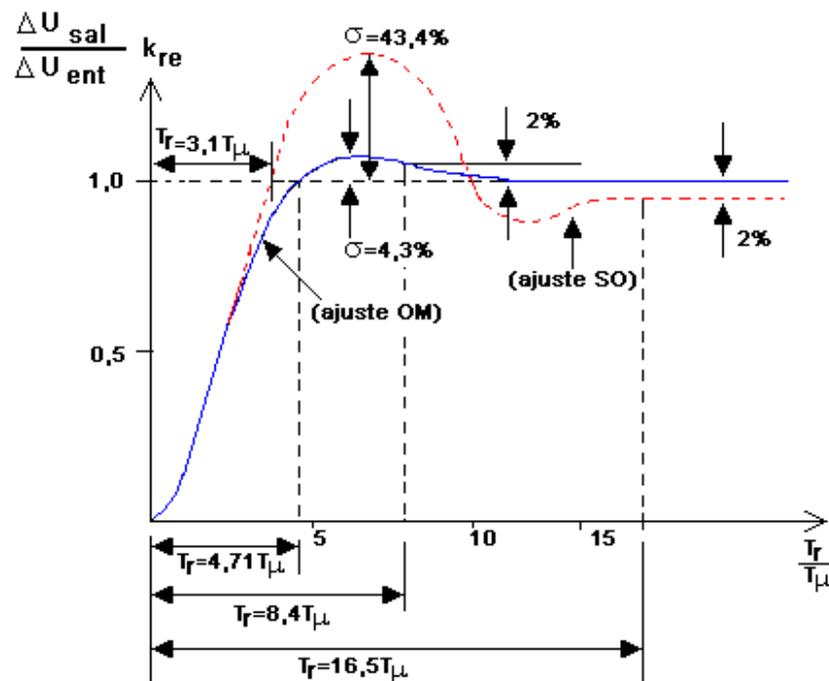


Fig. 1.4: Características de la magnitud de salida cuando se aplica un escalón al a entrada. (trazo continuo-módulo óptimo, trazo discontinuo óptimo simétrico).

- ✓ Para una constante de tiempo compensable ($l=1$).

$$W_r(s) = \frac{T_1 s + 1}{T_{int} s} = \frac{T_1}{T_{int}} + \frac{1}{T_{int} s} \quad (1.48)$$

O sea, se requiere un regulador Proporcional Integral (PI).

✓ Para $l=2$ resulta necesario un PID.

Con el aumento más allá de $l=2$ del número de constantes de tiempo grandes provoca una complejidad adicional del regulador. Por tanto, una parte importante de esta metodología consiste en la utilización de contornos internos de regulación que garantizan la formación de una función de transferencia del objeto regulado, para la cual la compensación serie del contorno de regulación se simplifica. Como criterio se asume que por condiciones técnicas de ejecución no es deseable, en la compensación serie, utilizar reguladores cuyos esquemas sean más complejos que un PID. De lo expresado resulta que para cumplir esta condición es necesario que en el contorno a regular no existan más de dos constante de tiempo grande.

Cuando el número de constante grande es tres o mayor, para realizar su optimización se dividirá el objeto en dos o más partes, en cada una de las cuales no existirán más de dos constantes de tiempo compensables.

El lazo interno es recomendable considerarlo como un solo eslabón aperiódico con una entrada y una salida y además simplificado. Un análisis realizado a través de Bode, evidencia que para $a=2$ en la expresión (1.38) y teniendo en cuenta que T_μ es pequeña y elevada al cuadrado aún más, por tanto despreciable, esta se puede representar por:

$$W_{ce}(s) = \frac{1/k_{re}}{(2T_\mu s + 1)} \quad (1.49)$$

Donde k_{re} es la relación de retroalimentación cuando exista, de lo contrario se asume igual a la unidad.

La ventaja fundamental del ajuste por módulo óptimo consiste en su sencillez, sin embargo, las exigencias planteadas en cuanto a exactitud de regulación pueden ser superiores a las que ofrece la compensación serie por este ajuste. Por esta razón,

además del ajuste por módulo óptimo, en la teoría de los accionamientos eléctricos con subordinación de coordenadas se utiliza el ajuste óptimo simétrico.

I.2.5- Ajuste según el óptimo simétrico

Para disminuir los errores dinámicos es necesario que en la zona de bajas frecuencias del diagrama de Bode de amplitud se disponga de ganancias mayores que la que puede suministrar el ajuste óptimo por módulo. Para esto es necesario tener en el diagrama de Bode de amplitud una característica de -40 db/dec en la zona de baja frecuencia.

La expresión según este ajuste para lazo abierto está dada por:

$$W_{ab}(s) = \frac{(4T'_\mu s + 1)}{4T'_\mu s} \cdot \frac{1}{2T'_\mu s(T'_\mu s + 1)} \quad (1.50)$$

En esta ecuación T'_μ es la constante de tiempo equivalente para el ajuste por óptimo simétrico, igual al doble de T_μ .

Comparando esta ecuación con la del ajuste por módulo óptimo, se observa que sus denominadores son del mismo orden, pero la función de transferencia correspondiente al ajuste simétrico posee un elemento forzador en su numerador, lo cual explica el aumento de sobrerregulación y las oscilaciones, así como su indicador M.

Reagrupando término la expresión 1.50 se puede formular como 1.51.

$$W_{ab}(s) = \frac{(4T'_\mu s + 1)}{8T_\mu^2 s^2 (T'_\mu s + 1)} \quad (1.51)$$

La forma de las características frecuenciales correspondientes se muestran en la figura 1.3 en líneas de trazos. Se observa su simetría con respecto a la frecuencia de corte, de ahí su nombre.

Comparando con el ajuste por módulo óptimo se puede establecer que para frecuencia $\omega > 1/4T_\mu$ las características coinciden y para $\omega < 1/4T_\mu$ el ajuste óptimo simétrico garantiza mayores ganancias, debido a la característica con pendiente de -40 db/dec. Consecuentemente, este ajuste aumenta la exactitud dinámica, sin embargo, la existencia

de esta misma pendiente en la zona de baja frecuencia aumenta significativamente la sobrerregulación 43.4 % y un tiempo de $3.1T_{\mu}$.

La función a lazo cerrado según el óptimo simétrico viene dado por:

$$W_{ce}(s) = \frac{4T_{\mu}'s + 1}{8T_{\mu}'^3s^3 + 16T_{\mu}'^2s^2 + 4T_{\mu}'s + 1} \quad (1.57)$$

Para un contorno de regulación que posea una sola constante de tiempo a compensar T_1 se observa que cuando $T_1 > 4T_{\mu}$ el ajuste óptimo simétrico da una constante de integración $T_1/4T_{\mu}$ veces menor que la correspondiente al ajuste por módulo óptimo. Consecuentemente la rapidez de respuesta resulta, a baja frecuencia, más alta, los errores dinámicos disminuyen y la sobrerregulación aumenta. Para $T_1 < 4T_{\mu}$ es ventajoso el ajuste por módulo óptimo.

I.3. Conclusiones

Se obtuvo el modelo matemático del motor de inducción trifásico de rotor en jaula empleando la teoría de los vectores resultantes en un sistema de ejes que giran con la velocidad sincrónica, tomando como referencias el vector de corriente en el estator y el flujo magnético en el rotor, en régimen dinámico, lo cual posibilitó la realización de un diagrama en bloques, estructurado en el paquete de MATLAB 5.3 para la visualización de diferentes variables de interés, que no son posible con el formato establecido en la librería del mencionado programa. Se obtuvo también la expresión del momento según dicha orientación, el cual es una función de cuatro variables, como una de las dificultades a resolver en el trabajo. Aparece un resumen de la teoría de la regulación automática a emplear, dando una noción de la forma que se puede partir para obtener la función de un regulador, la importancia de la regulación serie con subordinación de coordenada y se describe la teoría de los ajustes ampliamente utilizado en el accionamiento eléctrico, específicamente el método según óptimo por módulo y por óptimo simétrico.

Capítulo II: El motor de inducción en coordenada de campo orientado como objeto de regulación

- II.1. Introducción a la teoría del campo orientado aplicada al motor de inducción.**
- II.2. Orientación del modelo por el eje directo.**
- II.3. Precompensación de los enlaces cruzados.**
- II.4. Ecuaciones resultantes para la regulación del motor.**
- II.5. Controladores a emplear en la regulación del motor.**
 - II.5.1. Ajuste del regulador de corriente según el módulo óptimo.**
 - II.5.2. Ajuste del regulador de flujo magnético a través del módulo óptimo.**
 - II.5.3. Ajuste del regulador de velocidad por óptimo simétrico.**
- II.6. Esquema general del motor como objeto de regulación.**
- II.7. Adaptación de las funciones obtenidas para el motor escogido.**
- II.8. Conclusiones.**

II.1. Introducción a la teoría del campo orientado aplicada al motor de inducción

La realización de convertidores de frecuencia, donde el sistema de control y regulación se basan en la teoría del campo orientado, empleando la compensación serie con subordinación de coordenadas, hoy en día es lo común. Son muchos los modelos de referencias escogido por los fabricantes, siempre en dúo de vectores que usan el estator, rotor ó combinan parámetros de ambas partes.

En la teoría del campo orientado o método de control vectorial un motor de corriente alterna es controlado como uno de corriente directa de excitación independiente. Esta analogía es explicada con ayuda de la figura 2.1. En una máquina de corriente directa despreciando el efecto desmagnetizante de la armadura y la saturación del campo, el momento es tomado como:

$$M_{em} = c_m \Psi I_a = c_i I_f I_a$$

Donde I_a es la corriente de armadura (componente de momento), Ψ el flujo producido por la corriente de excitación I_f , y c_m la constante constructiva de momento para el motor de corriente directa. El control de las variables I_a , I_f , pueden considerarse ortogonales o

vectores en desacoplo, en operación normal la corriente de excitación es fijada para mantener el flujo nominal del campo y el momento varía como consecuencia de la variación de la corriente de armadura.

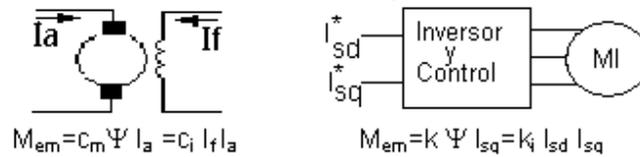


Fig. 2.1 Motor de corriente directa y de inducción análogo en control vectorial.

Este método de control puede ser extendido a los motores de inducción, si la operación de la máquina es considerada como un modelo de referencia de rotación sincrónica donde las variables sinusoidales aparecen como cantidades de corriente directa. En la figura 2.1 se muestra el motor de inducción con inversor y control con dos entradas de consigna independientes I_{sd}^* y I_{sq}^* como componentes de la corriente por el eje directo y transversal respectivamente. En el control vectorial para el motor de inducción, I_{sd} es análoga a la corriente del campo I_f , y I_{sq} , es análoga a la corriente de armadura, por tanto el momento puede ser expresado como:

$$M_{em} = k \Psi I_{sq} = k_i I_{sd} I_{sq}$$

La ecuación de momento es por tanto idéntica a la de una máquina de corriente directa. Para implementar un sistema de regulación, según la teoría del campo orientado es necesario hacer algunas simplificaciones en el modelo general del motor de inducción de rotor en jaula obtenido en el capítulo anterior tomando como referencia el vector de flujo magnético en el rotor y la corriente en el estator.

II.2. Orientación del modelo por el eje directo

Para una orientación correcta del modelo, está demostrado que en el orden del campo orientado es necesario tomar el flujo concatenado en el eje transversal q, del rotor igual a cero $\psi_{rq} = 0$, de esta forma el modelo general dado por el sistema de ecuaciones (1.14-1.19) adquiere la siguiente forma:

$$\Psi_{rd} = \frac{1}{T_r s + 1} L_m I_{sd} \quad (2.1)$$

$$\Psi_{rd}(\omega_o - \omega) = k_r r_r I_{sq} \quad (2.2)$$

$$I_{sd} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \left[U_{sd} + L_s'' \omega_o I_{sq} + \frac{k_r r_r}{L_r} \Psi_{rd} \right] \quad (2.3)$$

$$I_{sq} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \left[U_{sq} - L_s'' \omega_o I_{sd} - k_r \omega \Psi_{rd} \right] \quad (2.4)$$

$$M_{em} = \frac{3}{2} p k_r [\Psi_{rd} I_{sq}] \quad (2.5)$$

$$\omega = \frac{p}{J s} [M_{em} - M_c] \quad (2.6)$$

Para hacer cero el flujo transversal ψ_{rq} con una correcta orientación el deslizamiento se obtiene de la ecuación 2.2, despejando después de ciertas transformaciones e introduciendo el deslizamiento S:

$$S \omega_o = \frac{k_r r_r}{\Psi_{rd}} I_{sq}$$

Si $S \omega_o$ puede ser obtenido por la ecuación anterior, esto resultará que $\psi_{rq} = 0$, con una correcta orientación del campo magnético, con estas condiciones el modelo del motor se simplificará un tanto. El modelo obtenido es representado en un diagrama en bloque en el anexo 4, donde se observa la condición de la frecuencia sincrónica para el cumplimiento de que el flujo en el rotor por el eje transversal resulte igual a cero. Para la validación de la anterior suposición, posteriormente se realizará la simulación del motor de inducción empleando el sistema de ecuaciones completo, seleccionando como variable final los de flujos.

La ecuación 2.5 correspondiente al momento electromagnético del motor de inducción tiene una estructura equivalente a un motor de corriente directa, donde en la regulación por campo orientado, la componente en cuadratura I_{sq} , es análoga a la corriente de

armadura, el flujo en el rotor ψ_{rd} es equivalente al flujo producido por la corriente de excitación, en este caso a la componente longitudinal I_{sd} y el término fuera del corchete semejante a la constante constructiva del motor de corriente directa. De la ecuación 2.1 se puede ver que el flujo magnético está determinado por la corriente del eje directo, si se quiere que permanezca constante, entonces es necesario mantener constante la corriente por el eje directo. En realidad estas corrientes y flujo por separado no existen en el motor de inducción, pero este tratamiento matemático puede ser desarrollado gracias al avance actual de la técnica digital, de los microprocesadores, controladores, etc. Del modelo resultante orientado según el eje directo se observa que existen elementos asociados a un eje, que pertenecen al otro. Si se quiere que exista independencia entre ambos ejes es necesario hacer transformaciones en este sistema de ecuaciones.

II.3. Precompensación de los enlaces cruzados

El enlace existente entre los ejes directo d , y transversal q , del estator y rotor, hacen que uno dependa del otro y viceversa, es decir que no sean independientes. Esta interacción complica el proyecto de realimentación para el control del motor a través de las corrientes por los ejes longitudinal I_{sd} y transversal I_{sq} . Una forma para eliminar esta interacción es realizar una precompensación en la tensión de alimentación del motor de los elementos que la integran. En el anexo 3 se muestra un esquema general con los lazos de regulación y la compensación necesaria para lograr la independencia de los ejes.

Para la formación vectorial del momento y la velocidad en el motor de inducción empleando los vectores, flujo en el rotor por el eje directo y corriente del rotor por ambos ejes ψ_r y I_s , los elementos a compensar vienen dados por:

$$f_1(I_{sq}) = L_s'' \omega_o I_{sq} \quad (2.7)$$

que corresponde a la ecuación de corriente por el eje directo del estator, dado en la expresión 2.3, y es una función de la corriente del estator por el eje transversal,

$$f_2(I_{sd}) = -L_s'' \omega_o I_{sd} - k_r \omega \Psi_{rd} \quad (2.8)$$

que corresponde a la corriente por el eje transversal del estator, dado en la ecuación 2.4, es una función de la corriente por el eje directo, de la velocidad y flujo del rotor.

La muestra del esquema general orientado al eje directo con las precompensaciones a realizar aparece en el anexo 3 y 4. Se puede representar el esquema del motor de inducción, equivalente al de corriente directa, manteniendo en las ecuaciones la f.e.m originada por el flujo en el rotor por el eje directo y la velocidad del rotor, f.e.m de rotación, esto corresponde al 2do término de la ecuación 2.8, es decir $-k_r\omega\Psi_{rd}$, dando como resultado la figura 2.2.

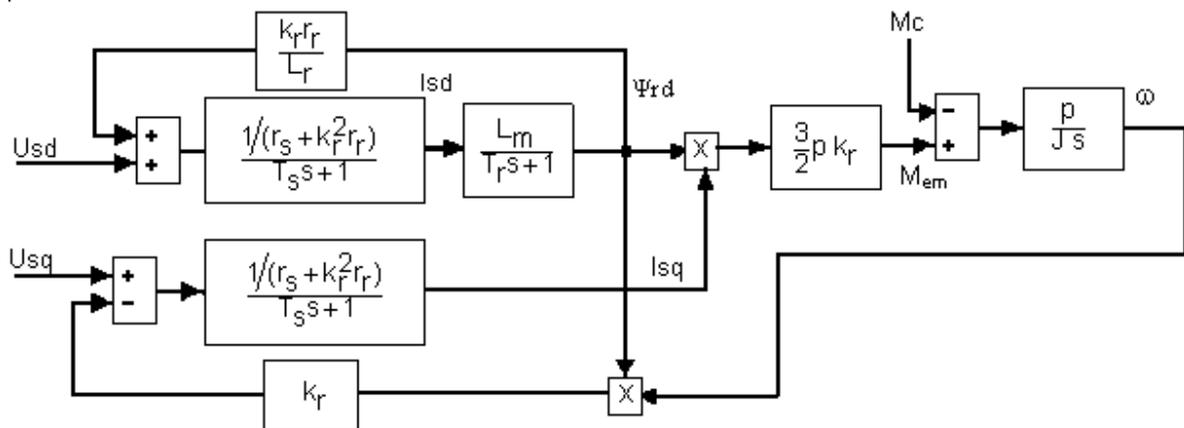


Fig. 2.2. Esquema del motor de inducción sin despreciar la f.e.m de rotación durante la precompensación.

En el esquema de la figura 2.2 no se ha situado el bloque de compensación dado por 2.7 y 2.8 con la salvedad del párrafo anterior.

Obsérvese que si se mantiene constante el flujo magnético en el rotor Ψ_{rd} , solo es necesario controlar la corriente en el eje transversal para regular el momento electromagnético M_{em} .

A partir de la ecuación 2.1 se puede expresar el flujo magnético del rotor a través de la corriente por el eje directo del estator y la función a compensar, ecuación 2.8, solo dependerá de la corriente I_{sd} , como se observa en 2.9.

$$f_2(I_{sd}) = -L_s''\omega_o I_{sd} - k_r\omega L_m \frac{1}{T_r s + 1} I_{sd} \quad (2.9)$$

de esta forma el flujo en el rotor viene determinado a su vez por I_{sd} , semejante al motor de corriente directa de excitación separada, el sistema resulta simplificado y los eje d y q son desacoplado e independiente.

$$I_{sd} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \left(U_{sd} + \frac{k_r r_r}{L_r} \Psi_{rd} + f_1(I_{sq}) \right) \quad (2.10)$$

$$I_{sq} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} (U_{sq} + f_2(I_{sd})) \quad (2.11)$$

En la ecuación 2.10 se puede sustituir el flujo en el rotor por la expresión 2.1, sin tener en cuenta $f_1(I_{sq})$, y así se nota su dependencia únicamente de la corriente por el eje directo, no es representada pues se analizarán dos reguladores, uno para la corriente y otro para el flujo aplicando la subordinación de coordenada, con el propósito de lograr mayor simplificación en las funciones de transferencias resultantes. De 2.11 se observa la dependencia de la corriente por el eje transversal, equivalente a la de armadura para un motor de corriente directa, de la tensión de alimentación, si esto es así entonces el momento electromagnético se comportará como I_{sq} y también depende de la tensión por el eje transversal.

La constante de tiempo asociada a la corriente en el estator T_s , es menor que la del flujo magnético en el rotor T_r , por ello es factible mantener el flujo constante.

Después de estas transformaciones el modelo matemático del motor en coordenada de campo orientado se compone de las ecuaciones individuales 2.1, 2.10, 2.11, 2.5 y 2.6 que se sitúan, de 2.12 hasta 2.16, en forma del siguiente sistema de ecuaciones.

$$\Psi_{rd} = \frac{L_m}{T_r s + 1} I_{sd} \quad (2.12)$$

$$I_{sd} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \left(U_{sd} + \frac{k_r r_r}{L_r} \Psi_{rd} \right) \quad (2.13)$$

$$I_{sq} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} U_{sq} \quad (2.14)$$

$$M_{em} = \frac{3}{2} p k_r \Psi_{rd} I_{sq} \quad (2.15)$$

$$\omega = \frac{p}{J s} [M_{em} - M_c] \quad (2.16)$$

Para esta condición, teniendo en cuenta las compensaciones a realizar en un bloque con igual nombre, a este modelo le corresponde la figura 2.3, que ofrece una mayor posibilidad de regulación y control del motor de inducción en coordenada de campo orientado.

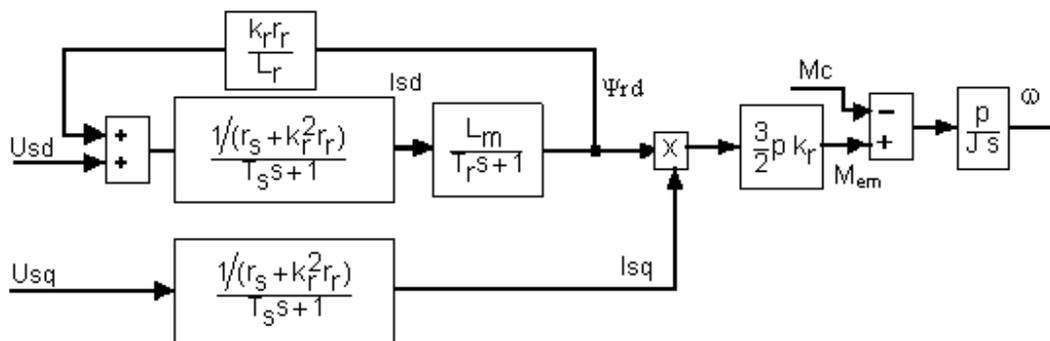


Fig. 2.3. Esquema del motor de inducción despreciando la f.e.m de rotación como resultado de la precompensación.

En la figura 2.3 no se ha tenido en cuenta el bloque de compensación, dado en las ecuaciones 2.7 y 2.8, para mejor visibilidad de lo que se quiere expresar.

Se puede observar como se ha simplificado el modelo general del que se partió en este análisis, aún dada la pequeñez del segundo término de la expresión 2.13, pues el flujo en el rotor Ψ_{rd} , es menor que cero, así como el coeficiente de acoplamiento del rotor k_r , la resistencia y la inductancia, y considerando que estarán situada dentro el bloque de regulación, se permite despreciar o tener en cuenta dentro de la compensación inicial, entonces la corriente por el eje directo se expresa por 2.18.

$$I_{sd} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} U_{sd} \quad (2.18)$$

De aquí se observa de forma clara que la corriente por el eje directo depende de la tensión por el mismo eje y por consiguiente el flujo magnético. Luego el modelo resulta dado por las ecuaciones 2.12 hasta la 2.16 sustituyendo la ecuación 2.13 por 2.18.

Hasta aquí se pudo ver las transformaciones necesarias en la modelación del motor de inducción, resulta importante que para implementar la regulación por campo orientado es imprescindible el uso de los convertidores de potencia, pues él, a través de los reguladores, logra el control del motor.

II.4. Ecuaciones resultantes para la regulación del motor

El convertidor a válvulas constituye uno de los elementos fundamentales del sistema automático de dirección de accionamientos eléctricos modernos. Debido al extenso volumen que puede ocupar y no ser el objetivo del trabajo, aquí solo se tendrá en cuenta como una función de transferencia del convertidor aproximada $W_c(s)$, ecuación 2.19. Se conoce que matemáticamente se puede representar al convertidor como un eslabón aperiódico en los esquemas de regulación, para nuestro caso se tomará una constante de tiempo promedia de $T_c=0.001$ segundo, pequeña en comparación con las constantes de tiempo del flujo magnético en el rotor y corriente en el estator.

$$W_c(s) = \frac{k_c}{T_c s + 1} \quad (2.19)$$

Donde T_c es la constante de tiempo equivalente y K_c el coeficiente que representa la ganancia del convertidor, respectivamente.

A partir del modelo matemático que representan las ecuaciones del momento y de la f.e.m establecida luego de la precompensación expresada en forma operacional, además de incluir la función de transferencia del convertidor 2.19. se tienen las ecuaciones que determinan el comportamiento dinámico del motor de inducción con mando vectorial como se muestra a continuación.

$$\frac{I_{sd}}{U_{sd}} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \cdot \frac{k_c}{T_c s + 1} \quad (2.20)$$

$$\frac{I_{sq}}{U_{sq}} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \cdot \frac{k_c}{T_c s + 1} \quad (2.21)$$

$$\frac{\Psi_{rd}}{I_{sd}} = \frac{L_m}{T_r s + 1} \quad (2.22)$$

$$\frac{M_{em}}{I_{sq}} = \frac{3}{2} p k_r \Psi_{rd} \tag{2.23}$$

$$\frac{\omega}{[M_{em} - M_c]} = \frac{p}{J s} \tag{2.24}$$

Estructurado en bloque este difiere del esquema de la figura 2.3 en la presencia de la función de transferencia del convertidor en serie con la de corriente y la retroalimentación del parámetro constante de flujo despreciado por su influencia, el esquema de esta forma se muestra en la figura 2.4.

Ahora la corriente en ambos ejes es suministrada por el convertidor y están sujeta al control y regulación que se ejecute en el mismo, para lograr los requerimientos planteado al motor es necesario actuar sobre el elemento de control del convertidor calculado sobre la base de los datos del motor escogido para el análisis.

El objetivo fundamental que se persigue con un sistema de regulación es lograr un comportamiento del proceso en un rango deseado a pesar de las perturbaciones que lo puedan estar afectando. Por tanto el regulador es el principal elemento para lograr este objetivo.

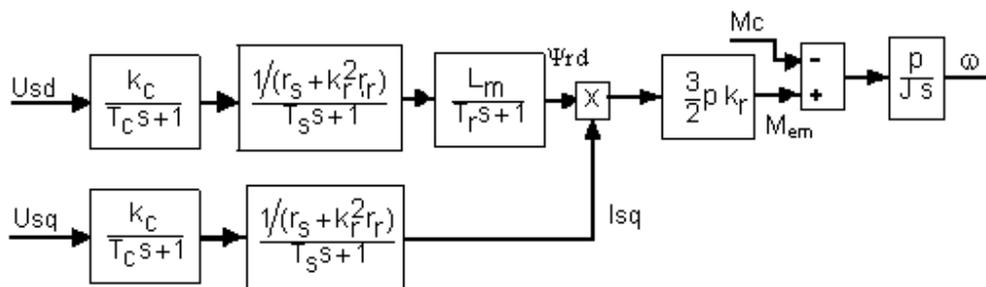


Fig. 2.4. Esquema del motor con el convertidor considerando la precompensación.

A pesar de las variadas formas que puede tener el regulador, todos se caracterizan por comparar el estado actual del proceso regulado a partir de mediciones que recibe con las variables controladas y proporcionar las señales de control hacia estas, dependiendo de la desviación que tenga dicho proceso en su comportamiento real respecto al deseado.

II.5. Controladores a emplear en la regulación del motor

La elección del tipo de regulador más conveniente para una determinada aplicación está en función de una serie de cualidades del sistema controlado, los costos del dispositivo y su operación, además por una serie de exigencias propias del control (Precisión, Sensibilidad, Rapidez) etc. En la literatura técnica mundial son conocidas las vías y métodos de la aplicación del control en las máquinas de corriente directa. Esta comprensión fácil del problema de control de la máquina de este tipo ha permitido que sea aplicada la teoría de control por campo orientado a un motor de inducción con rotor en jaula, para ello se ha desarrollado un método que ha permitido el reemplazamiento de las ecuaciones matemáticas que describen la máquina de inducción por un diagrama de bloque o una representación equivalente de variable de estado apropiadas para el motor de inducción con un enfoque simplificado.

Ahora se especificará como se seleccionará el regulador para cada magnitud.

II.5.1. Ajuste del regulador de corriente según el módulo óptimo

La corriente varía con mayor que la velocidad y por tanto puede ser despreciado el efecto de la velocidad en el lazo de corriente. Con vista de obtener una estructura completamente lineal es necesario que el flujo concatenado en el eje directo ψ_{rd} , se mantenga constante, esto requiere un control muy rápido de la corriente del eje directo I_{sd} , se puede lograr usando un regulador proporcional integral como se verá posteriormente. El lazo de corriente como más interno suele ser ajustado al módulo óptimo.

La función de transferencia en el lazo abierto de corriente de forma general debe tener la forma de la ecuación 1.44 del capítulo I.

$$W_{ab}(l) = \frac{1}{a T_{\mu} s (T_{\mu} s + 1)} \quad (2.25)$$

Donde T_{μ} es la suma de las constantes de tiempo pequeñas no compensables del sistema. Cuando se tiene convertidores a tiristores tanto en corriente alterna como en corriente directa, su constante de tiempo resulta ser la menor, entonces se puede asumir

que $T_\mu = T_c$. El coeficiente de oscilaciones del sistema $a=2$ para el ajuste según módulo óptimo.

Primeramente se situarán los reguladores en un esquema para facilitar la deducción de los reguladores a instalar, según la expresión 2.10, la corriente por el eje directo viene dada por la ecuación:

$$I_{sd} = \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \left(U_{sd} + \frac{k_r r_r}{L_r} \Psi_{rd} + f_1(I_{sq}) \right),$$

ahora la tensión de alimentación es obtenida a partir de la función de transferencia del convertidor.

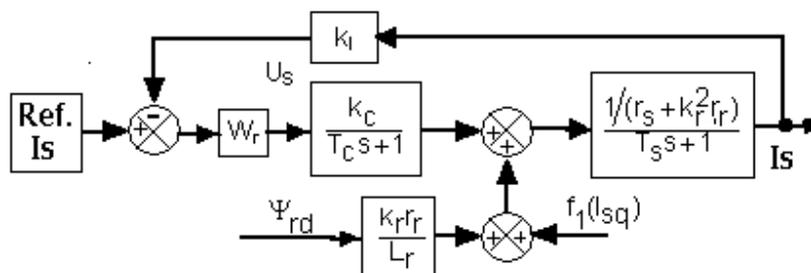


Fig. 2.5. Esquema del lazo de corriente con el regulador.

Aplicando la compensación serie, el regulador de corriente se situará en la misma línea de la función de transferencia de la corriente y el convertidor como se muestra en la figura 2.5, y la función de transferencia del lazo abierto para la corriente según el eje directo tiene la siguiente forma:

$$W_{ab}(I) = W_r(I) \cdot \frac{k_c k_I}{T_c s + 1} \cdot \frac{1/(r_s + k_r^2 r_r)}{T_s s + 1} \tag{2.26}$$

Donde k_I es la ganancia de retroalimentación del lazo de corriente. La función a lazo abierto de corriente es de segundo grado con una constante de tiempo compensable T_s , y una no compensable, la del convertidor. Igualando la ecuación general 2.25 con la particular 2.26 y tomando $T_\mu = T_c$, se determina la función del regulador de corriente, a instalar.

$$W_r(s) = \frac{(r_s + k_r^2 r_r)}{2 k_c k_l} \cdot \frac{T_s s + 1}{T_\mu s} \quad (2.27)$$

De la expresión 2.27 se obtiene que el regulador a instalar resultando un controlador proporcional integral, donde la parte proporcional será $K_p(s)$, la componente integral $K_i(s)$.

$$K_p(s) = \frac{(r_s + k_r^2 r_r) T_s}{2 k_c k_l T_\mu} \quad K_i(s) = \frac{(r_s + k_r^2 r_r)}{2 k_c k_l T_\mu}$$

Expresando la ecuación 2.27 en la forma estándar se tiene la función 2.28.

$$W_r(s) = K_p(s) + \frac{K_i(s)}{s} \quad (2.28)$$

Del análisis resulta que se emplearán reguladores del tipo proporcional integral en la regulación de corriente, ahora la tensión que se aplica a la función de transferencia del convertidor proviene de este regulador y por ende la corriente. Este tipo de regulador cumple con los requerimientos de rapidez exigida en el lazo interno de regulación subordinado serie.

II.5.2. Ajuste del lazo exterior del flujo magnético a través del módulo óptimo

El ajuste del lazo de regulación de flujo se realiza externo con respecto al de corriente por el eje directo con el objetivo de que el mismo permanezca constante. Este principio de regulación se llama regulación subordinada, ya que el lazo de corriente está subordinado al lazo de flujo magnético. Aplicando el ajuste por módulo óptimo para el flujo magnético la función de transferencia a lazo abierto de forma general está dada por la ecuación 1.44 del capítulo I:

$$W_{ab}(s) = \frac{1}{2 T_\mu s (T_\mu s + 1)} \quad (2.29)$$

El diagrama de bloque resultante para el lazo de flujo contiene internamente la función a lazo cerrado de la corriente, que puede ser escrita, despreciando el término de segundo orden, según la expresión 1.49 del capítulo I como 2.30, y se puede representar por la figura 2.6:

$$W_{ce}(l) = \frac{1/k_l}{2T_\mu s + 1} \quad (2.30)$$

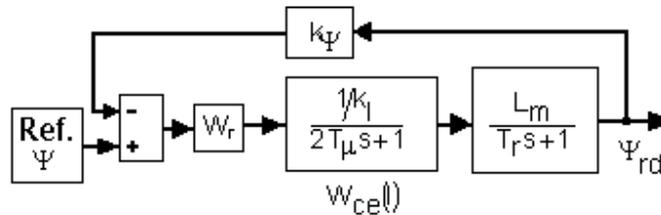


Fig. 2.6. Esquema del lazo exterior de flujo con el regulador.

De la figura 2.6 la función de transferencia a lazo abierto para el flujo está dada por la expresión 2.31:

$$W_{ab}(\Psi) = W_r(\Psi) \cdot \frac{1/k_l}{2T_\mu s + 1} \cdot \frac{L_m k_\Psi}{T_r s + 1} \quad (2.31)$$

donde K_Ψ es la retroalimentación de flujo magnético.

Igualando las ecuaciones (2.29) y (2.31) se obtiene la función del regulador a instalar.

$$W_r(\Psi) = \frac{k_l}{4T_\mu L_m k_\Psi} \cdot \left(\frac{2T_\mu T_r s^2 + (2T_\mu + T_r)s + 1}{s(T_\mu s + 1)} \right)$$

El numerador de la expresión anterior se puede descomponer en dos términos como muestra en la ecuación siguiente:

$$(T_{\Psi_1} s + 1)(T_{\Psi_2} s + 1),$$

donde T_{Ψ_1} y T_{Ψ_2} son el inverso de la raíz del polinomio. Después de esto la función del regulador de flujo magnético adquiere la siguiente forma:

$$W_r(\Psi) = \frac{k_l T_{\Psi_1} T_{\Psi_2}}{4T_\mu L_m k_\Psi} \cdot \left(\frac{(T_{\Psi_2} s + 1) \cdot (T_{\Psi_1} s + 1)}{s(T_\mu s + 1)} \right) \quad (2.32)$$

resultando un regulador del tipo proporcional integral con filtro, sus parámetros, al igual que para el regulador de corriente, dependiente de la estructura interna del motor de

inducción y la constante de tiempo del convertidor. Escrita en la forma estándar de los reguladores donde la parte proporcional será $K_p(\Psi)$, la componente integral $K_i(\Psi)$ y el filtro $F(\Psi)$.

$$K_p(\Psi) = \frac{k_l T_{\Psi 1} T_{\Psi 2}^2}{4 T_{\mu} L_m k_{\Psi}} \quad K_i(\Psi) = \frac{k_l T_{\Psi 1} T_{\Psi 2}}{4 T_{\mu} L_m k_{\Psi}} \quad F(\Psi) = \frac{(T_{\Psi 1} s + 1)}{(T_{\mu} s + 1)}$$

Expresando la ecuación 2.32 en la forma estándar se tiene la función 2.33.

$$W_r(\Psi) = K_p(\Psi) + \frac{K_i(\Psi)}{s} \quad (2.33)$$

Del análisis resulta que se emplearán reguladores del tipo proporcional integral en la regulación del flujo magnético, la referencia para la regulación de la corriente por el eje directo proviene de la salida del regulador de flujo y actúa cuando por razón de rapidez no lo hace el regulador de flujo, esto hace necesario limitar la salida del regulador de flujo, ya que es la entrada del de corriente. La regulación de corriente y flujo por el eje directo actúa según el mando subordinado en compensación serie de las constantes de tiempo.

II.5.3. Ajuste del regulador de velocidad por óptimo simétrico

Para la regulación de velocidad, considerando que se mantiene constante el flujo magnético, se realizará en un lazo exterior al de corriente por el eje transversal. El lazo de velocidad puede también ser ajustado al módulo óptimo, pero se prefiere en muchos casos el ajuste al módulo óptimo simétrico, ya que este método proporciona muy buenas características en estado estacionario, las cuales se manifiestan en las constancias de velocidad ante variaciones en la carga mecánica, con el ajuste al óptimo simétrico es capaz de seguir sin error una señal de entrada en forma de rampa.

La forma general de la función de transferencia ajustada según el óptimo simétrico viene dado por la ecuación 1.50 del capítulo I, que sustituyendo la constante de tiempo equivalente, $T_{\mu}' = 2T_{\mu}$ se obtiene:

$$W_{ab}(\omega) = \frac{(8T_{\mu}s + 1)}{16T_{\mu}s} \cdot \frac{1}{2T_{\mu}s(2T_{\mu}s + 1)} \quad (2.34)$$

Para el lazo de velocidad con regulación subordinada de corriente por el eje en cuadratura q, se tiene el esquema de la figura 2.7 que permite obtener la función de velocidad a lazo abierto dada por 2.35.

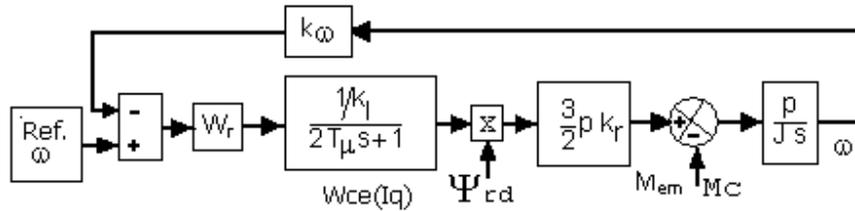


Fig. 2.7. Esquema del lazo exterior de velocidad con el regulador.

$$W_{ab}(\omega) = W_r(\omega) \frac{3p^2 n_n k_r k_\omega}{2 k_i M_n T_J} \cdot \frac{1}{s(2T_\mu s + 1)} \quad (2.35)$$

En la expresión 2.35 en lugar del momento de inercia, se ha situado la constante de tiempo electromecánica T_J , dada por 2.36.

$$T_J = J_n \frac{n_n}{M_n} \quad (2.36)$$

Donde J_n es el momento de inercia nominal del accionamiento, k_ω la ganancia del lazo de regulación de velocidad, M_n y n_n el momento y velocidad nominal del motor respectivamente.

Comparando las expresiones 2.34 y 2.35 se obtiene la función de transferencia para el regulador de velocidad, ajustado según el óptimo simétrico.

$$W_r(\omega) = \frac{k_i M_n T_J}{48 k_r k_\omega n_n p^2 T_\mu^2} \cdot \frac{(8T_\mu s + 1)}{s} \quad (2.37)$$

De esta forma los componentes proporcional e integral son:

$$K_p(\omega) = \frac{k_i J}{6 k_r k_\omega p^2 T_\mu} \quad K_i(\omega) = \frac{k_i J}{48 k_r k_\omega p^2 T_\mu^2}$$

De acuerdo a la expresión 2.37 la función de transferencia del regulador de velocidad a instalar estaría dada en forma estándar de representación por:

$$W_r(\omega) = K_p(\omega) + \frac{K_I(\omega)}{s} \tag{2.38}$$

Correspondiendo a un regulador proporcional integral. La exactitud del sistema de regulación de velocidad ajustado al óptimo simétrico es superior al ajuste que se obtiene según el módulo óptimo.

II.6. Esquema general del motor como objeto de regulación

Para la representación general del sistema compuesto por el motor de inducción de rotor en jaula con los elementos de regulación se tomarán los resultados individuales de cada magnitud a regular por separado.

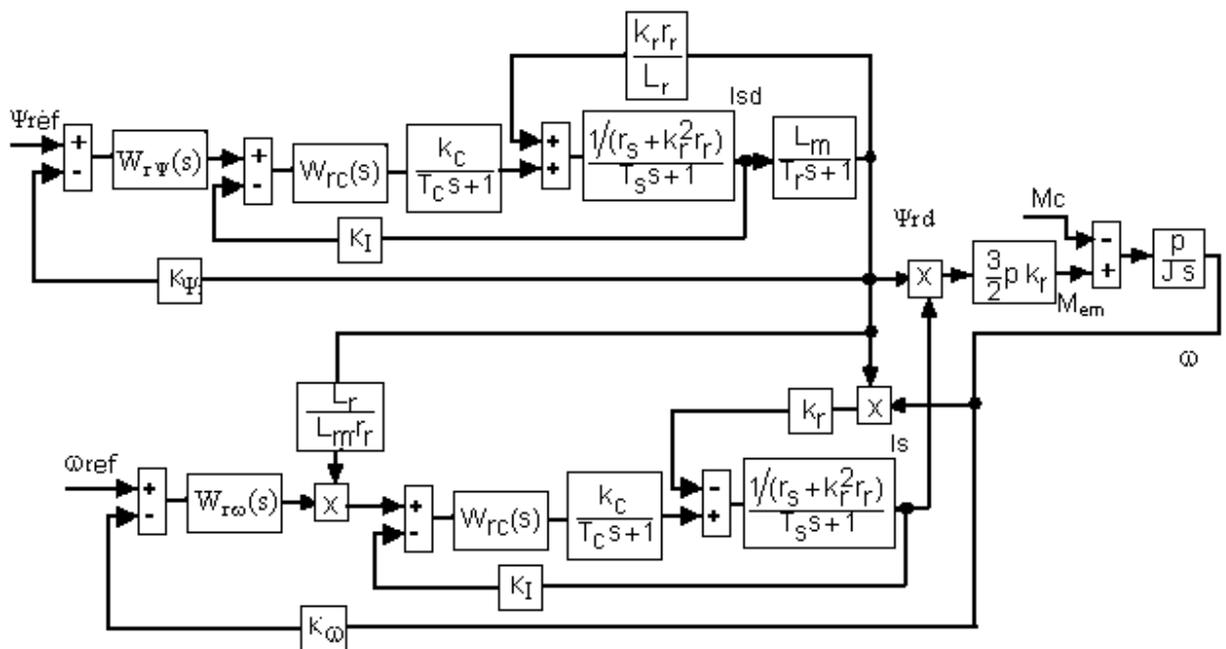


Fig. 2.8. esquema general del motor con los reguladores de corriente por los dos ejes, flujo y velocidad.

Del esquema puede observarse como el lazo de flujo magnético abarca el de corriente por el eje directo, tal como fue planteado anteriormente, de la misma forma el de velocidad contiene en su interior al de la corriente por el eje transversal, se dice en estos casos que el lazo interno está subordinado al lazo exterior, y por tanto operan bajo este principio.

Durante la realización del esquema, se han representado los reguladores por $W_{rc}(s)$, $W_{r\omega}(s)$ y $W_{r\psi}(s)$, para la corriente por el eje directo y transversal, la velocidad del rotor y el flujo magnético en el rotor respectivamente. En el anexo 3 y 4 se puede observar el esquema funcional con la regulación incorporada al motor orientado sobre el flujo del rotor por el eje directo.

II.7. Adaptación de las funciones obtenidas para el motor escogido

Los datos necesarios para realizar este trabajo pueden ser determinado, si no se dispone de los mismos. Los métodos para su determinación son los que se enumeran a continuación:

1. Por datos del fabricante contenido en el pasaporte.
2. Por tablas aproximadas contenidas en trabajos de diversos autores, plasmada en textos, artículos, etc.
3. Por ensayo de marcha en vacío, en cortocircuito y de corriente directa entre fases.

Estos métodos tienen sus inconvenientes y ventajas, el primero es el de mayor precisión, siempre que el motor fuera nuevo, tiene la desventaja cuando es viejo, pues no existe el pasaporte técnico ó está no actualizado. El segundo es aproximado, como se requiere precisión no es el adecuado. El tercero es también aproximado, pero al mismo tiempo es el más actualizado ya que puede ser realizado en el momento de ser utilizado el motor, los trabajos actuales emplean el mismo para determinar los parámetros, de forma generalizada y con mucha frecuencia y por tanto los modelos trabajan satisfactoriamente con estos datos.

En el trabajo se seleccionó un motor de inducción trifásico de rotor en cortocircuito y conexión estrella con los siguientes parámetros y datos nominales:

Motor tipo 4 A 132 M4, número de polos $p=4$, frecuencia nominal $f_n=60$ Hz, Potencia nominal activa $P_n=11$ kW, tensión nominal $U_n=380$ V, corriente de fase $I_{fn}=21.53$ A, velocidad nominal de n_n 1750 r.p.m, factor de potencia nominal $f_{pn}=0.876$, rendimiento nominal $\eta_n=0.88$, momento de inercia nominal $J_n=0.0463$ Kg. m².

Los datos constructivos del motor se conocieron partiendo del ensayo en vacío y cortocircuito los siguientes:

Resistencia del estator por fase $r_s=0.462$ Ohm, inductancia del estator $L_s=0.0903$ H, resistencia del rotor por fase $r_r=0.312$ Ohm, inductancia del rotor $L_r=0.0916$ H, inductancia de la rama de magnetización $L_m=0.0876$ H.

Para determinar el valor de cada constante, utilizada para conformar los reguladores de corriente, flujo y velocidad se utilizó un programa editado con todas las ecuaciones necesarias para ejecutarse en el MATLAB 5.3.

II.8. Conclusiones

En el capítulo se logró la orientación del modelo del a través del eje directo, resaltando las precompensaciones a realizar en cada uno de los ejes como se observa en el epígrafe 2.2 y se muestra en el anexo 3 y 4, se pudo constatar que el momento en este caso resulta del producto de dos magnitudes que se consideran constantes. Se obtuvieron las ecuaciones de los reguladores a instalar para las corrientes, flujo magnético y velocidad, donde todos sus parámetros dependen del motor utilizado. En el primer caso resultó ajustando al módulo óptimo un regulador proporcional integral, en el segundo caso se obtuvo un regulador proporcional integral con filtro incorporado, pues el denominador y numerador de la función de transferencia tienen el mismo orden y para el tercer caso, ajustando al óptimo simétrico pues en la función a lazo abierto contiene un elemento integral, resultó también un regulador proporcional integral.

El desarrollo de cada regulador viene acompañado del esquema representativo de la función de transferencia y de forma general se llevó a un diagrama en bloque la unión de todos ellos como se observa en la figura 2.8.

Capítulo III: Análisis de los resultados

III.1- Parámetros del motor y los reguladores.

III.2- Resultados de la modelación en régimen dinámico del motor de inducción.

III.3- El motor de inducción bajo la regulación por campo orientado.

III.4- Esquema funcional del motor regulado.

III.5- Valoración técnico-social.

III.6- Conclusiones.

III.1- Parámetros del motor y los reguladores

Para el análisis de los resultados se partirá de los datos del motor seleccionado en el capítulo anterior y se calcularán otros parámetros tales como:

- La inductancia transitoria del devanado del estator para el rotor en cortocircuito viene dada por la ecuación y el valor en milihenry siguiente:

$$L_s'' = L_s - \frac{L_m^2}{L_r} = 0.6 \text{ mH}$$

- El coeficiente de acoplamiento magnético del rotor de igual forma,

$$k_r = \frac{L_m}{L_r} = 0.9701$$

- Las constantes de tiempo para el flujo magnético en el rotor, las corrientes en el estator y la electromecánica tienen los valores que aparecen en el mismo orden:

$$T_r = \frac{L_r}{r_r} = 0.2894 \text{ s}, \quad T_J = J \frac{\omega_n}{M_n} = 0.1496 \text{ s}, \quad T_s = \frac{L_s''}{r_s + k_r^2 r_r} = 0.0088 \text{ s}.$$

Es de notar la diferencia entre las constantes de tiempo, resultando la más pequeña la de corriente en el estator, pero resulta mayor que la del convertidor escogido $T_c=0.001$ segundo.

- Como se ha de considerar el flujo magnético constante, para su referencia se tomará el nominal Ψ_{rd} , que se calcula por el valor máximo de la tensión de alimentación U_m , en el sistema de eje escogido y la frecuencia angular sincrónica ω_0 :

$$\Psi_{rd} = \frac{U_m}{\omega_o} = 0.8223 \text{ Wb.}$$

- Con el valor del flujo de referencia se puede determinar la corriente por el eje directo a mantener constante:

$$I_{sd} = \frac{\Psi_{rd}}{L_m} = 9.3870 \text{ A.}$$

Esta corriente resulta resulta prácticamente igual a la de vacío del motor de inducción seleccionado.

- Cálculo de los reguladores de corriente, para el eje directo empleando el ajuste por módulo óptimo, resultó un control proporcional integral donde:

$$K_p(I_d) = \frac{(r_s + k_r^2 r_r) T_s}{2 k_c k_l T_\mu} = 0.0424 \qquad K_I(I_d) = \frac{(r_s + k_r^2 r_r)}{2 k_c k_l T_\mu} = 4.8437$$

Expresando los resultados anteriores en la forma estándar se tiene la función del regulador a emplear para la corriente por el eje directo:

$$W_r(I_d) = K_p(I_d) + \frac{K_I(I_d)}{s} = 0.0424 + \frac{4.8437}{s}$$

- En la regulación del flujo magnético como lazo exterior al de corriente por el eje directo, también se empleó el ajuste al módulo óptimo, resultando un regulador proporcional integral con filtro incorporado. Las raíces de la ecuación del regulador vienen dada por:

$$T_{1,2} = -\frac{2T_\mu + T_r}{4T_\mu T_r} \pm \sqrt{\frac{1}{T_r^2} + \frac{1}{4T_\mu^2} - \frac{1}{T_\mu T_r}}$$

resultando dos raíces negativas, una pequeña y otra grande, que al ser invertida quedan en unidades de tiempo, convirtiéndose en constante de tiempo,

$$T_1 = -166.67 \dots T_{\Psi 1} = \frac{1}{T_1} = 0.0060 \text{ s}$$

$$T_2 = -3.45 \dots T_{\Psi 2} = \frac{1}{T_2} = 0.2894 \text{ s}$$

Se puede observar que una constante de tiempo es igual a la del flujo magnético, como era de esperar, de ahí que el regulador venga dado por 2.32.

$$W_r(\Psi) = \frac{k_I T_{\Psi 1} T_{\Psi 2}}{4 T_{\mu} L_m k_{\Psi}} \cdot \left(\frac{(T_{\Psi 2} s + 1)}{s} \cdot \frac{(T_{\Psi 1} s + 1)}{(T_{\mu} s + 1)} \right)$$

Escrita en la forma estándar de los reguladores donde la parte proporcional será $K_p(\Psi)$, la componente integral $K_I(\Psi)$ y el filtro $F(\Psi)$.

$$K_p(\Psi) = \frac{k_I T_{\Psi 1} T_{\Psi 2}^2}{4 T_{\mu} L_m k_{\Psi}} = 0.4781 \quad K_I(\Psi) = \frac{k_I T_{\Psi 1} T_{\Psi 2}}{4 T_{\mu} L_m k_{\Psi}} = 1.6520$$

$$F(\Psi) = \frac{(T_{\Psi 1} s + 1)}{(T_{\mu} s + 1)} = \frac{(0.006 s + 1)}{(0.001 s + 1)}$$

Expresando la ecuación en la forma estándar se tiene la función

$$W_r(\Psi) = \left(K_p(\Psi) + \frac{K_I(\Psi)}{s} \right) \left(\frac{T_{\Psi 1} s + 1}{T_{\mu} s + 1} \right) = \left(0.4781 + \frac{1.652}{s} \right) \left(\frac{0.006 s + 1}{0.001 s + 1} \right)$$

Se observa un regulador proporcional integral que compensa la constante grande, la del flujo magnético correspondiente a la parte del motor, y un filtro para la componente pequeña relacionada con el convertidor, ya que este proporciona la corriente generadora de flujo.

- Para el cálculo de los reguladores de corriente por el eje transversal, se empleó el ajuste por módulo óptimo, resultó un control proporcional integral donde:

$$K_p(I_q) = \frac{(r_s + k_r^2 r_r) T_s}{2 k_c k_I T_{\mu}} = 4.2431 \quad K_I(I_q) = \frac{(r_s + k_r^2 r_r)}{2 k_c k_I T_{\mu}} = 0.4844$$

Expresando los resultados anteriores en la forma estándar se tiene la función del regulador a emplear para la corriente por el eje transversal:

$$W_r(I_q) = K_p(I_q) + \frac{K_I(I_q)}{s} = 4.2431 + \frac{0.4844}{s}$$

- En la regulación de la velocidad, dada la presencia de un elemento integral en la función de transferencia, se utilizó el ajuste según óptimo simétrico dando como resultado la componente proporcional e integral:

$$K_p(\omega) = \frac{k_i J}{6 k_r k_\omega p^2 T_\mu} = 0.9470 \quad K_i(\omega) = \frac{k_i J}{48 k_r k_\omega p^2 T_\mu^2} = 0.3946$$

De acuerdo a la función de transferencia del regulador de velocidad a instalar estaría dada en forma estándar de representación por:

$$W_r(\omega) = K_p(\omega) + \frac{K_i(\omega)}{s} = 0.9470 + \frac{0.3946}{s}$$

Correspondiendo a un regulador proporcional integral. La exactitud del sistema de regulación de velocidad ajustado al óptimo simétrico es superior al ajuste que se obtiene según el módulo óptimo.

III.2- Resultados de la modelación en régimen dinámico del motor de inducción

El esquema utilizado para la simulación del motor fue realizado como se muestra en el anexo 1 y 2. Los datos fueron introducidos en dos estados, vacío y con carga nominal. Desde la figura 3.1 hasta la 3.8 se puede encontrar varias dependencias de los parámetros del motor en el modelo simulado que ayudan a comprender las simplificaciones realizada en el modelo matemático original.

En la figura 3.1 se observa la dependencia del flujo magnético en el eje directo (d) y transversal (q) para el estado de vacío y con carga nominal. En la primera representación aparece el flujo por el eje directo. Se observa que los mismos varían de forma insignificante con el estado de carga y que el flujo en el eje directo Ψ_{rd} , es mucho mayor, aproximadamente el nominal, que para el eje transversal Ψ_{rq} , próximo a cero, como fue establecido en el modelo compuesto por el sistema de ecuaciones 2.1 al 2.6. para una correcta orientación del campo magnético del motor.

La figura 3.2, muestra la variación del momento electromagnético del motor, primera gráfica, y la variación de la velocidad, segunda gráfica, en el tiempo de acuerdo al estado de carga. Era de esperar que al aumento de carga le correspondiera un aumento del

momento y una disminución de la velocidad desarrollado por el motor, también se puede observar claramente el aumento del tiempo de arranque.

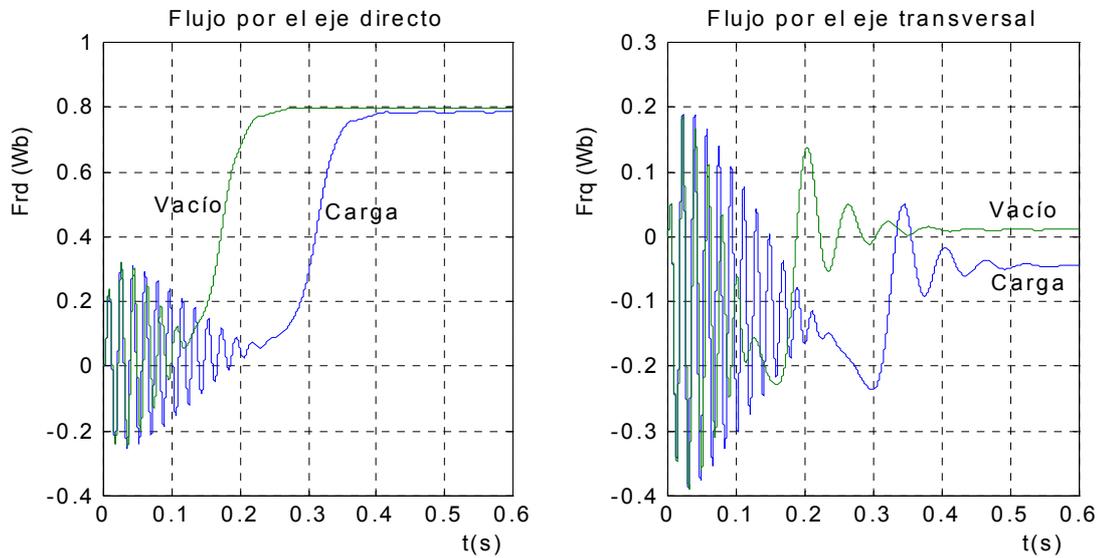


Fig. 3.1. Flujo magnético del motor por ambos ejes para vacío y carga nominal.

Para el funcionamiento en vacío se puede considerar terminado el tiempo transitorio del arranque para 0.4 segundo, mientras que con la carga de 20 N.m dura 0.6 segundo.

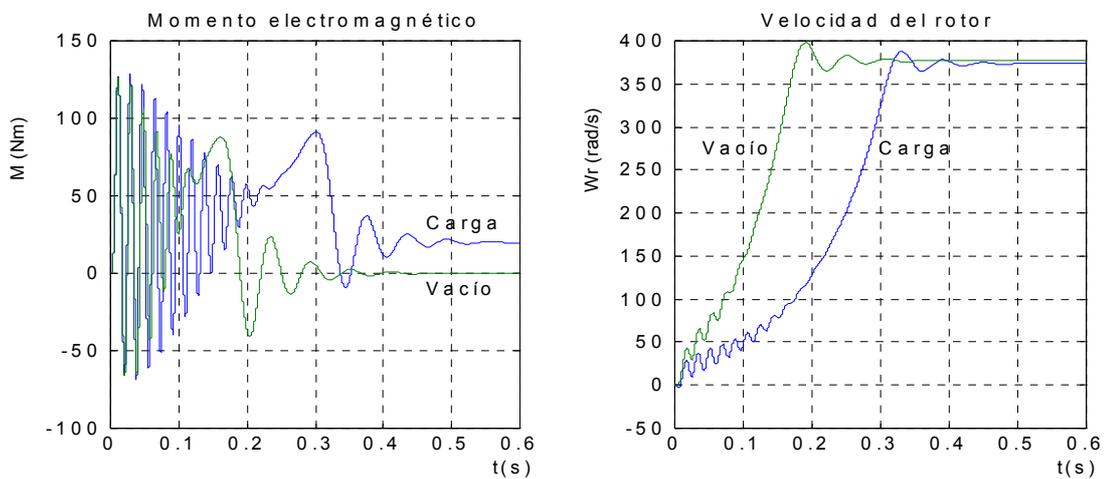


Fig. 3.2. Momento y velocidad desarrollado para vacío y carga nominal.

La primera gráfica de la figura 3.3 muestra la dependencia de la corriente por el eje directo para dos estados de carga, como se había dicho anteriormente, constituye la corriente de magnetización y prácticamente se puede tomar después del transitorio, para cualquier

estado de carga, igual al valor en vacío y constante. La segunda gráfica muestra la corriente transversal, se puede observar la similitud en comportamiento y forma con respecto al momento electromagnético, de ahí su nombre.

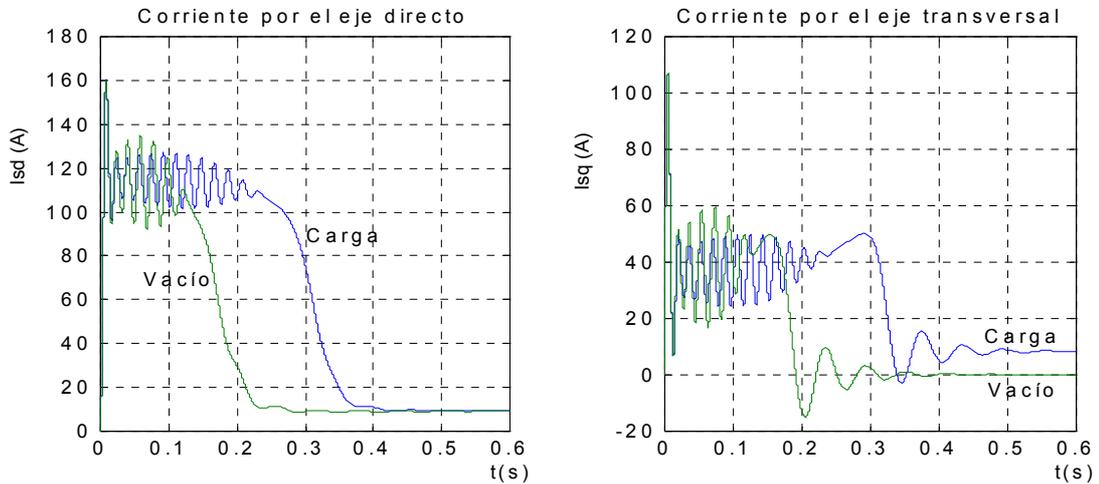


Fig. 3.3. Corriente por ambos ejes para vacío y carga nominal.

La figura 3.4 es una muestra de la influencia de los enlaces cruzados que existen entre los ejes del motor, este caso representa una componente del flujo por el eje directo, gráfica de la izquierda, que depende del flujo en el eje transversal y la velocidad de deslizamiento, dada por la primera ecuación y para el eje transversal, segunda gráfica y ecuación.

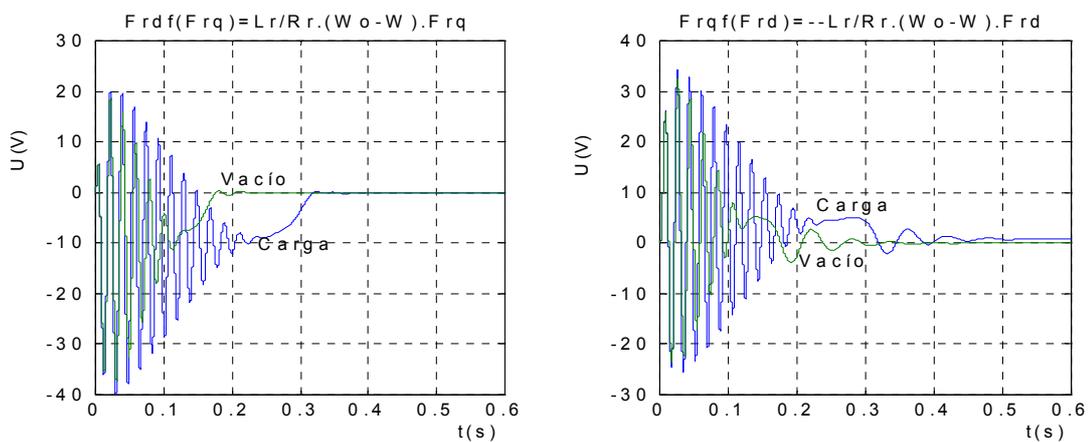


Fig. 3.4. Acción de flujo cruzados en el tiempo para carga nula y nominal.

$$\Psi_{rd} f(\Psi_{rq}) = \frac{L_r}{r_r} \cdot (\omega_o - \omega) \cdot \Psi_{rq}$$

$$\Psi_{rq} f(\Psi_{rd}) = -\frac{L_r}{r_r} \cdot (\omega_o - \omega) \cdot \Psi_{rd}$$

De estas gráficas, se deduce que la influencia de estos cruces, puede o no tenerse en cuenta, debido al bajo valor que presentan.

La figura 3.5 es una muestra de la influencia de los enlaces cruzados que existen entre los ejes del motor, este caso representa una componente de corriente por el eje directo, gráfica de la derecha, que depende de la corriente en el eje transversal y la velocidad del campo, dada por la primera ecuación y para el eje directo, primera gráfica y segunda ecuación.

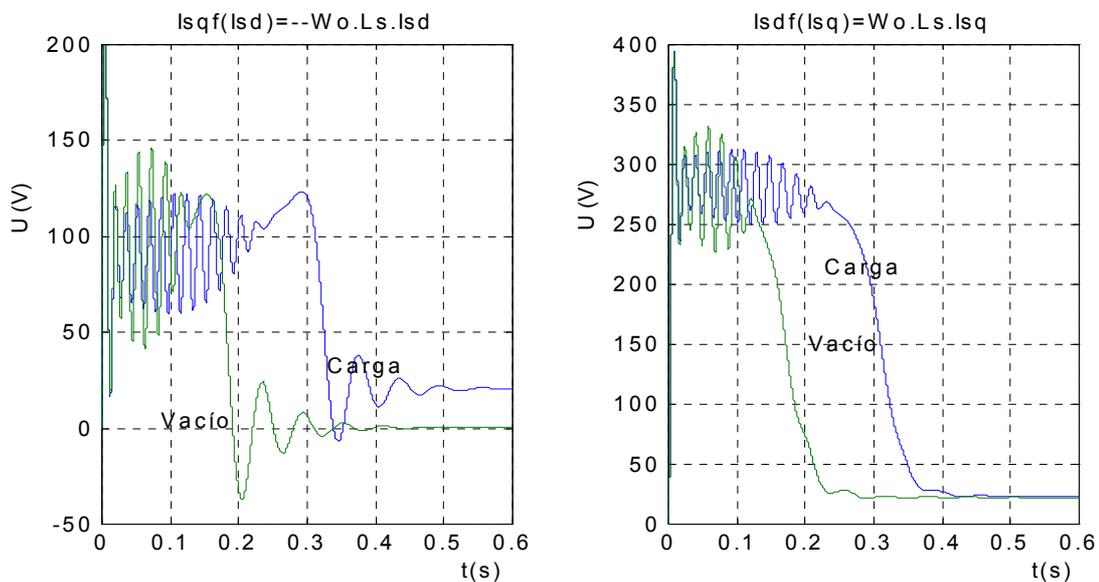


Fig. 3.5. Acción de los enlaces de corriente sobre corriente para carga nula y nominal.

$$I_{sd} f(I_{sq}) = \omega_o L_s'' I_{sq}$$

$$I_{sq} f(I_{sd}) = -\omega_o L_s'' I_{sd}$$

La figura 3.6 muestra la acción del flujo en el eje directo en la componente de corriente por el propio eje, primera gráfica y ecuación, y para el eje transversal, gráfico y ecuación dos.

$$I_{sd} f(\Psi_{rd}) = k_r \frac{r_r}{L_r} \Psi_{rd}$$

$$I_{sq} f(\Psi_{rq}) = k_r \frac{r_r}{L_r} \Psi_{rq}$$

Por último la figura 3.7 muestra el efecto de la f.e.m de rotación en la corriente por el eje transversal, primera ecuación y gráfica, por el eje directo, segunda ecuación y gráfica.

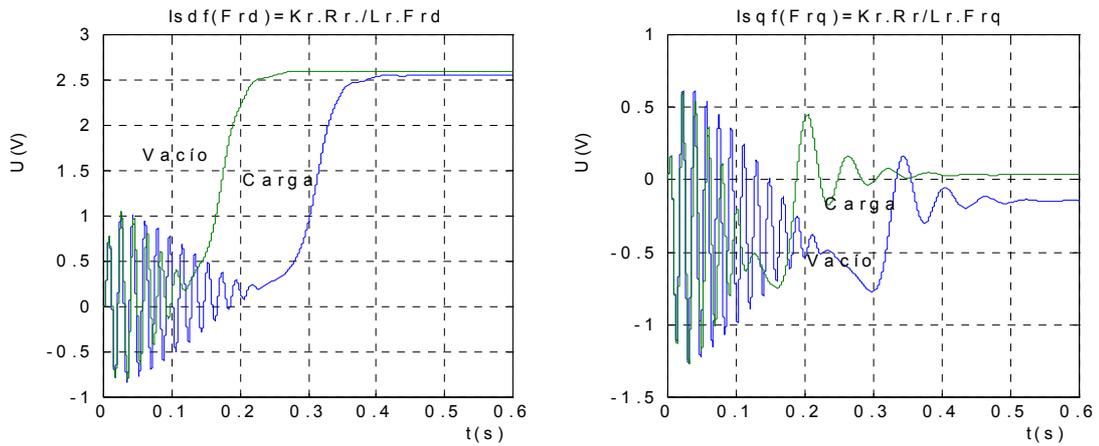


Fig. 3.6. Acción del flujo por ambos ejes en la ecuación de tensión.

$$I_{sd} f(\Psi_{rq}) = k_r \omega \Psi_{rq}$$

$$I_{sq} f(\Psi_{rd}) = -k_r \omega \Psi_{rd}$$

De aquí se deduce que la influencia de la f.e.m de rotación en la corriente I_{sq} es de tener en cuenta a la hora de la simulación de los esquemas simplificado y de control, como ocurre en las máquinas de corriente directa.

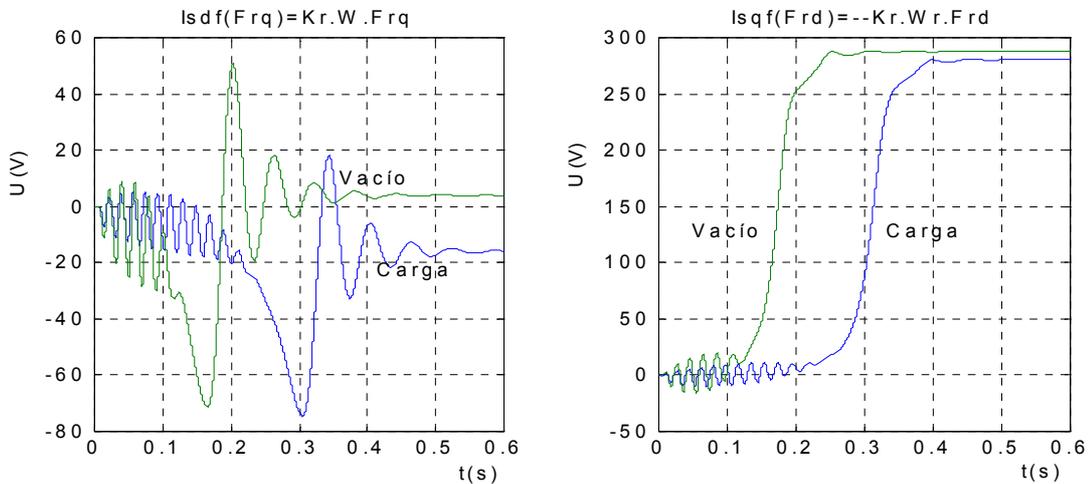


Fig. 3.7. Acción de flujo sobre las corriente I_{sd} y I_{sq} en el tiempo para carga nula y nominal.

En la Fig. 3.8. se muestra la corriente del sistema trifásico de alimentación en los casos de vacío y de carga nominal, se observa el incremento del tiempo y el valor sostenido de la corriente de arranque con la carga.

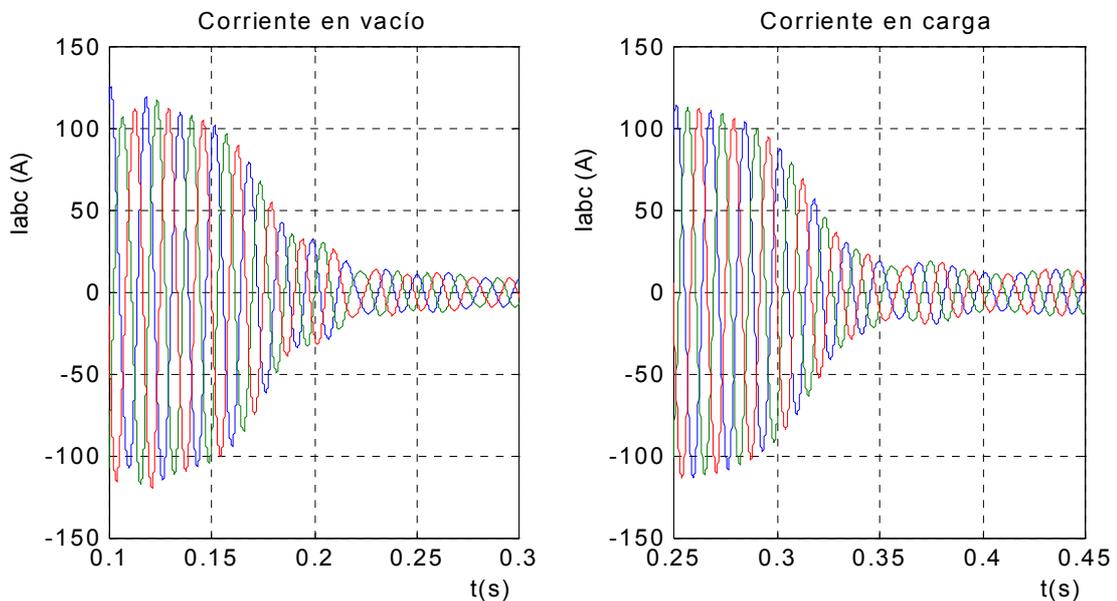


Fig.3.8. Corriente trifásica en el motor de inducción.

Reviste importancia capital la disminución de este tiempo, pues repercute grandemente en el consumo energético del motor.

III.3- El motor de inducción bajo la regulación por campo orientado

Para la valoración de los resultados de la implementación de la teoría del campo orientado aplicada a la regulación de coordenada del motor de inducción, fue simulado el esquema general dado en figura 2.8 del Capítulo II.

En la figura 3.9, primera gráfica se observa el comportamiento del momento electromagnético desarrollado por el motor de inducción bajo el control por campo orientado para dos estados de carga diferente.

El primer estado de carga es el de marcha en vacío y el segundo corresponde a una carga constante en el eje de 20 N.m, que nos permita visualizar las cualidades del sistema de control introducido.

El tiempo de arranque se puede establecer como 0.25 para el vacío y de 0.3 segundo con la carga, se observa una disminución con respecto al motor normal sin control, por lo que repercute en el consumo de energía.

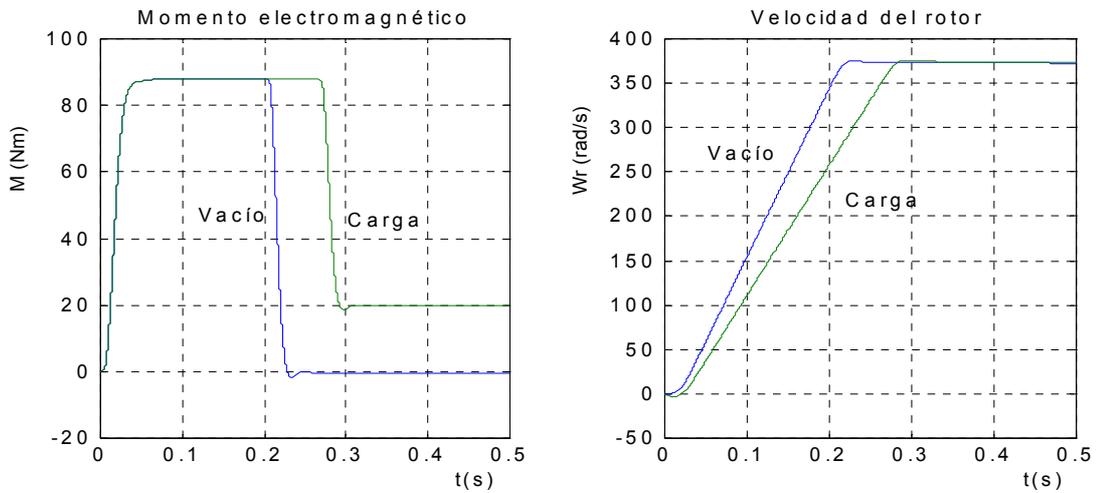


Fig. 3.9. Momento y velocidad para el estado de vacío y con carga.

La segunda gráfica de la figura 3.9 muestra el comportamiento de la velocidad, también para dos estado de carga diferente, se observa la pendiente según la rampa escogida como consigna y la forma suave con que logra estabilizarse en la velocidad nominal.

La figura 3.10 es el resultado de la simulación del control de la corriente por el eje transversal (primera gráfica) para dos estados de carga diferente, con límite incorporado en el control, la segunda gráfica muestra como se comporta la corriente y el flujo magnético por el eje directo para garantizar que este último se pueda considerar constante. En primer lugar se observa que la corriente no presenta oscilaciones y por tanto se puede considerar como efectiva ó útil.

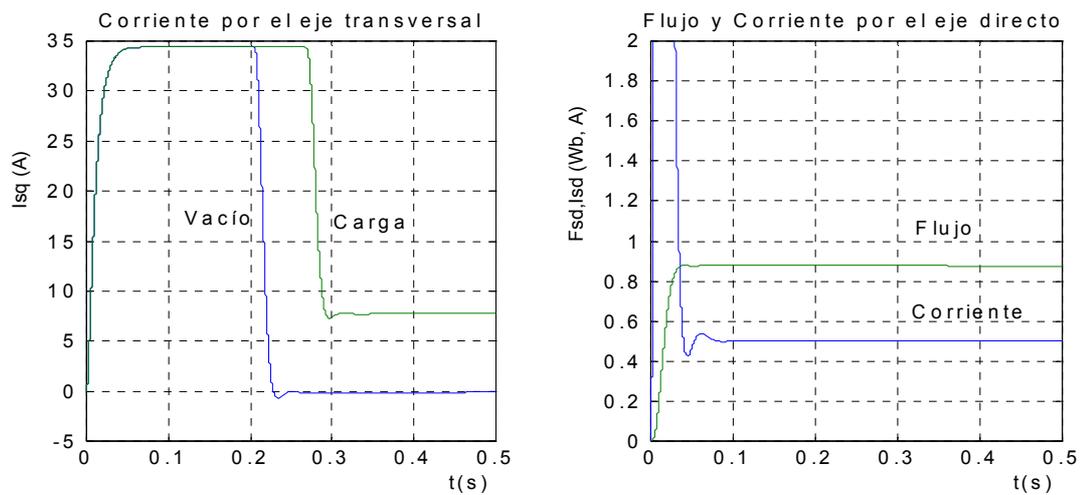


Fig. 3.10 . Corriente y flujo magnético del motor bajo regulación.

La figura 3.11 es la representación de la corriente de alimentación trifásica del motor de inducción para los dos estados de cargas analizado anteriormente. Es de notar la diferencia en tiempo de arranque y no el valor que esta realmente alcanza, pues es limitado al limitar la corriente por el eje transversal en el esquema de control. Nótese que aproximadamente en los primeros 0.03 segundos existen oscilaciones de gran amplitud, pero de corta duración, aspecto este de gran importancia en la alimentación del motor.

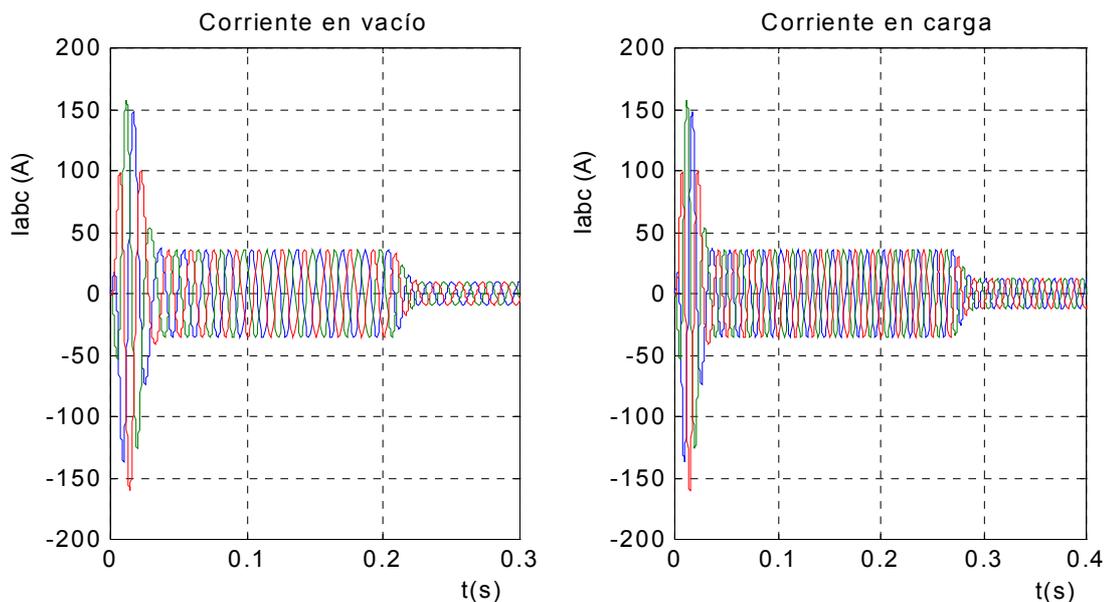


Fig.3.11. Corriente de fase para dos estados.

Para una carga tipo ventilador el motor asegura un comportamiento cercano al de vacío, pues inicialmente solo necesita desarrollar un momento para vencer la inercia del eje del mecanismo. Una vista del comportamiento de este motor sujeto al control para accionar una bomba se puede encontrar en el anexo 6 y 7.

Haciendo una confrontación a modo de comparación, primeramente la máquina es arrancada directamente de la línea con frecuencia y tensiones fijas. Las respuestas fueron exhibidas desde la figura 3.1 hasta la 3.8, se observa las oscilaciones que contiene el momento electromagnético en amplio margen, así como la corriente por el eje en cuadratura y el valor ampliado de la corriente de las fases. Por contraste, bajo el control por campo orientado el motor tiene una corriente que es limitada según se muestra desde la figura 3.9 a 3.11. el momento alcanza el máximo casi de forma instantánea (como un

motor de corriente directa) y luego se establece en el valor del momento acoplado al eje. El momento no contiene oscilaciones y esto es importante para la aplicación del control de posición, el máximo momento es limitado únicamente por el límite de corriente en el eje transversal.

III.4- Esquema funcional del motor regulado

El esquema integral de regulación de la velocidad toma la forma representada en el anexo 5. Dos transformaciones son requeridas como parte del esquema de regulación, desde corriente trifásica a los ejes d-q y desde la referencia de tensión U_{sd}^* y U_{sq}^* hasta las tensiones de fases A, B, C. Estas transformaciones durante la ejecución física del convertidor puede ser incorporada dentro del proceso de conmutación en los circuitos formadores de pulso con modulación de la onda, con vista a generar la tensión deseada en el estator. La velocidad del motor es simulada, al igual que el flujo en el rotor a través del modelo matemático empleado, la velocidad de deslizamiento es calculada a través de los valores de corrientes I_{sq} , I_{sd} y la constante de tiempo de rotor T_r .

III.5- Valoración técnico-social

Este trabajo, desde el punto de vista científico-técnico tiene un gran valor, aplicado a la actividad cognoscitiva y enseñanza profesional, para técnicos y conocedores de la rama científica que enmarca toda la teoría analizada.

Analizando la tendencia mundial y nacional de sustitución de los motores de corriente directa por los de alterna asincrónicos con rotor en jaula en la industria, debido a que estos últimos son de más fácil construcción y de precios módicos en el mercado para la misma potencia; y a demás a esto se le agrega que, regulando su operación por medio de la teoría expuesta en el trabajo se logra obtener buenas prestaciones de respuesta dinámica en régimen de trabajo, similares a las de los motores de corriente directa, representando un ahorro parra la economía de las empresas nacionales, que hoy en día están esforzándose por reducir los costos de producción. La aplicación del mando vectorial a los motores asincrónicos de rotor en jaula se puede extender a otros tipos de accionamiento de corriente alterna, mejorando así la respuesta de trabajo de estos y su eficiencia.

La gama de aplicaciones del control por campo orientado donde existen los motores de inducción es amplia, a continuación se enumeran algunos ejemplos donde el accionamiento es a momento constante o que depende del cuadrado de la velocidad:

- En la técnica de calefacción y ventilación: ventiladores y bombas de circulación.
- Suministro de agua en general y de agua caliente: Bombas centrífugas.
- En la industria química: Bombas, mezcladoras, agitadores, ventiladores.
- En la industria metalúrgica. Etc.

Desde el punto de vista de la técnica contemporánea es de una amplia utilización actual, esto significa que el conocimiento, aunque sea teórico, del tema nos da la idea para hacer una correcta selección a la hora de invertir en un accionamiento y obtener los resultados esperado.

III.6- Conclusiones

En el capítulo se realizó el cálculo de los principales parámetros del motor de inducción para la formación del modelo matemático en régimen dinámico y se realizó la simulación, mostrándose los resultados de la misma en forma gráfica.

Se obtuvo también el cálculo de los diferentes reguladores a instalar en el motor como objeto de regulación, así como la simulación del sistema de control propuesto, los resultados de la misma se ofrecen en forma gráfica.

De los resultados se observa que durante la regulación por campo orientado el motor de inducción se comporta semejante al motor de corriente directa con excitación independiente en cuanto a respuesta de momento, velocidad y corriente como principales magnitudes.

Conclusiones Generales

Después del desarrollo de este trabajo se llegan a las siguientes conclusiones:

Se logró establecer el modelo dinámico del motor de inducción una vez orientado el campo mediante el flujo magnético del rotor por el eje directo ψ_{rd} , demostrando a demás, utilizando la simulación en MATLAB 5.3, que el flujo magnético en el rotor por el eje transversal ψ_{rq} , se puede considerar prácticamente cero.

Se ha demostrado la facilidad con que pueden ser diseñados los reguladores para la implementación del control por campo orientado en el motor de inducción de rotor en jaula utilizando la técnica de diseño lineal ordinaria.

El uso de representación en bloques funcionales de la máquina y los reguladores, permiten sustituir la complejidad del sistema de ecuaciones, lograr un fácil entendimiento del control por campo orientado y la necesidad del mismo en el proceso de diseño para la aplicación al motor de inducción de rotor en jaula.

Los resultados de la simulación indican la potencia del control por campo orientado en el desacoplamiento de las partes internas de la máquina y reducción a una estructura lineal controlable. Se comprobó, usando la modelación dinámica vectorial unidad a la representación funcional en bloques del motor de inducción y los reguladores, que el modelo de la máquina se simplifica considerablemente, evitándose así los entre cruces de ejes directo y transversal como resultado del uso de la precompensación.

Se obtuvo también por separado la corriente del estator por el eje directo I_{sd} , equivalente a la corriente de excitación I_{exc} , de una máquina de corriente directa, y la corriente del estator por el eje transversal I_{sq} , formadora de par electromagnético equivalente a la corriente de armadura I_a .

El control de la velocidad, basado en esta técnica, puede ser extendido a las máquinas de inducción de cualquier dimensión. Esta teoría puede ser aplicada en el desarrollo de un prototipo usando un inversor de tensión o corriente, utilizando cualquier tipo de dispositivo de potencia.

El control por mando vectorial aventaja ampliamente los métodos tradicionales de control y por lo importante de su aplicación en el campo del accionamiento eléctrico se le presta la atención requerida.

De esta forma se corrobora la fundamentación y solidez de la teoría del control por campo orientado.

Recomendaciones:

1. Continuar el perfeccionamiento del trabajo, hasta la realización práctica de la teoría aquí analizada, y extender el mismo a los demás tipos de máquinas de corriente alterna.
2. Por resultar la teoría del control vectorial una tecnología de punta en el campo de los accionamientos modernos, se debe lograr un acercamiento del personal dedicado al tema en la industria del níquel, con vista a conocer los diferentes dispositivos de control que sobre este principio operan en las diferentes plantas niquelíferas.
3. Continuar el estudio para la solución del problema de identificación de parámetros eléctricos y mecánicos de la máquina, con vista a optimizar el control vectorial aplicado a una máquina desconocida, y que tenga en cuenta la variación de esos parámetros con la temperatura, por ejemplo.
4. Seguir el estudio para resolver el problema del uso de sensor ya sea de velocidad, posición u otros.

Bibliografía.

- 1.- Akamatsu M., Ikeda K., Tomei, Yano S. : High performance IM drive by coordinate control using a controlled current inverter. IEEE, Trans; IA-18, 382-392, 1982.
- 2.- Arguelles P. J. A: Elementos de Ingeniería, Sistema y Control Automático. Editorial Pueblo y Educación. 1986.
- 3.- Blaschke, F. The Principle of Field Orientation as Applied to a New Transvector Closed-Loop Control System for Rotating-Field Machines. Siemens Review. Mayo, 1972.
- 4.- Bolognoni, S., Buja, G., Ciscato, D., Lango, D.: Adaptive Control of a Voltage Inverter Induction Motor Drive. Procc. TECON 84, pp. 83-88.
- 5.- Bose. B. K. Power electronics and drives. General Electric Company Corporate Research and Development Schenectady. New York. 1987. Revista Siemens.
- 6.- Cerón F. M: Software para modelaje y simulación de sistemas dinámicos.
- 7.- Chilikín M: Accionamiento Eléctrico. Editorial Mir. Moscú 1972.
- 8.- Colectivo de autores: Controles Automáticos para procesos. (Parte I y II) Editorial EMPES 1991 págs 116 – 223.
- 9.- Cornieles E: Modelaje y Simulación. Ingeniería Energética.(Vol.3 # 15) 1994 Págs 91– 94.
- 10.- Dartau V. A., Alekseev. Medio automático del accionamiento eléctrico con bloque de mando vectorial. 1981.
- 11.- Diana G, Pickering M. W and Harley R. G. Design of a Speed Controller for a Squirrel – Cage Induction Motor Using Field – Oriented Control. Electric Power System Research. 18 (1990) Págs 235 – 245.
- 12.- Electronic power control of motors (technical guide) Telemecanique Groupe Schneider. Págs 44-46.
- 13.- Gabriel R, Leonhard W. and Nordhy C, Microprocesor Control of Induction Motors Employing Field Coordinates. IEEE 2nd Int. Conf. On Electrical Variable Speed Drives, London 1980. Págs 146-150.

- 14.- General Catalog, Variable Speed, Drive Systems, Siemens, 1994.
- 15.- Hasse, K. Zur dynamik drehzahl geregelter antriebe mit stromrichter gespeisten asynchron-kurzschlu Blaufermaschinen. Tech. Hochsh. Darmstadt. 1969.
- 16.- Ito T., Yamaguchi R., Machisuki T., and Takata S. : Analysis of field orientation control of controlled current source inverter drive induction motors system., IEEE, trans IA-18, p 206-209 (1997).
- 17.- Kawecki L., Niemierowkz T., Simulación del arranque en frecuencia, óptimo en tiempo, de un motor de inducción para investigar la influencia de los transitorios electromagnéticos en el tiempo de arranque, Acta mexicana de Ciencia y Tecnología, Vol XII, No 43, 17-30, Julio-Sep 1997.
- 18.- Kusko A., Galler, D.: Control means for minimization of losses in AC and DC motors drives. IEEE, transaction on IA-19, 1983. No. 4, p 561-570.
- 19.- Martínez J. A., Educational use of EMTP Models for the study of rotating machine transients., 93, WM 126-3, PWRS, IEEE, 1993.
- 20.- Math Works Inc: Diseño automático de reguladores para la industria. Revista: Automática e Instrumentación. 258. (1995).
- 21.- Morera Mario: Accionamiento Electrico Automatizado. (Tomos I y II) Editorial Pueblo y Educación 1989.
- 22.- Morera Mario: Temas Avanzados de Accionamiento Eléctrico. Editorial Pueblo y Educación. 1987.
- 23.- Noboru Aoki, Kenichi Satoh, and Akira Nabae. Damping Circuit to Suppress Motor Terminal Overvoltage and Ringing in PWM Inverter-Fed AC Motor Drive Systems with Long Motor Leads. IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APLICATIONS, Vol. 35 No. 5 Sept./Oct. 1999.
- 24.- Ogata Katsuiko: Ingeniería de control moderna (Tomos I y II): Editorial Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana 1984.
- 25.- Park, R. H. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis. Part I. AIEE. Trans., vol. 48. Julio 1929.

- 26.- Rapp H. Examination of Transient Phenomena in Induction Machines, Caused by an Incorrectly Adjusted Rotor-Time Constant in a Field-Orientated Control System. European Transactions on Electrical Power Engineering. ETEP vol. 3 No. 6, Nov./Dec, 1993. Pags 397-405.
- 27.- Rasmussen H., Knudsen M., Tunnes M. : Parameters estimation of inverter and motor model at stand still using measured currents only. Procc. IEEE. Systems on Industrialk Electronics. Vol I p 331-336, (1996).
- 28.- Revista: Electrónica y Computadores. Publicaciones CEKÍT: 7 Año II.
- 29.- Rojas P., L., Romero I., Comportamiento del motor de inducción por cambio de frecuencia empleando la simulación dinámica., Simposio Internacional de Ingeniería Eléctrica, Santa Clara, Cuba, Febrero (1999).
- 30.- Rojas purón L. Ignacio R: Simulación del motor de inducción a elevadas frecuencias. Dpto de Eléctrica. ISMM. Moa. 1999.
- 31.- Rudakov V. V, y otros. Accionamiento eléctrico asincrónico con mando vectorial. 1987 (en ruso).
- 32.- Rudakov V. V. Dinámica del accionamiento eléctrico. 1980. (en ruso).
- 33.- Schreiner R., T., Gildebrand A., D., Control en frecuencia óptimo en tiempo de la velocidad del motor de inducción en los sistemas cerrados de control. Editorial Energía (1973).
- 34.- Smolenski A. V. I: Máquinas eléctricas (Tomo III): Editorial Mir. Moscú 1984.
- 35.- Umeno, T., Hari Y., and Zusuki H.: Design of the Flux Observer Based Vector Control Systems of Induction Machines Taking Robust Stability into Consideration, IEEE, Japan , D-Vol,110, No. 4, 1990.
- 36.- Valouch, V.: New High Quality Field-Orient Control of Induction Motor Drives, Respecting Iron Losses. Acta Technica CSAV 1989, No. 3, pp. 331-347.
- 37.- Wade, S., Dunigan, W., and Wilians, B.: Modeling and Simulation Of Induction Machine Vector Control with Rotor Resistance Identification, IEEE, Trans, in Power Electronics, Vol. 12, No. 3, 495, 1997.

- 38.- Yoshitaka, K., Tomayuki, K., Emenike C. And Takao K.: New Stude-Equation of Induction Motor. IPEMC, 2000, Beijing, Aug. 15-18, 2000.
- 39.- Zerovsky Z. Javurek J. : Converter Control of Asynchonus Motor Drive with Minimum Current Consumption. EFE Praga. 1997.
- 40.- Zerovsky Z. : Properties of an Asynchonus Machine Supplied by a Variable Frecuency and a Voltage Proportional to Frecuency and Current. Acta technica CSAV, 18, 1973, 3, pp, 277-291.
- 41.- Zerovsky Z. and Valouch V., Asynchonus motor drives optimum control in transient behavior. Electric Machines and Power Systems., 18 p 393-407, 1990.

Apéndice A.

Conversión de coordenada.

En la teoría de los regímenes establecidos se emplean funciones complejas, cuyas proyecciones sobre los ejes de fases representan magnitudes de fases de secuencia directa. Por analogía con esto, al investigar los procesos transitorios, las magnitudes de fases que contienen componentes de secuencia cero se pueden expresar por medio de las llamadas funciones complejas resultantes.

Una máquina eléctrica trifásica con tres devanados en el estator y, por consiguiente, con tres corrientes, tres flujos magnéticos y con tres tensiones se puede representar por medio de una máquina con dos devanados. Los campos resultantes creado por las dos corrientes en dichos devanados deben ser equivalentes a los campos de la máquina trifásica.

Introduciendo el plano complejo α, β , fijo con respecto al estator. Haciendo coincidir el eje real con el eje de la fase A del estator, entonces los complejos unitarios $\underline{a} = e^{j2\pi/3}$ y \underline{a}^2 coincidirán respectivamente con las direcciones de los ejes de las fases B y C y el complejo unitario $e^{j\alpha}$, donde $\alpha = p \cdot \gamma$ indicará la dirección del eje de la fase a del rotor.

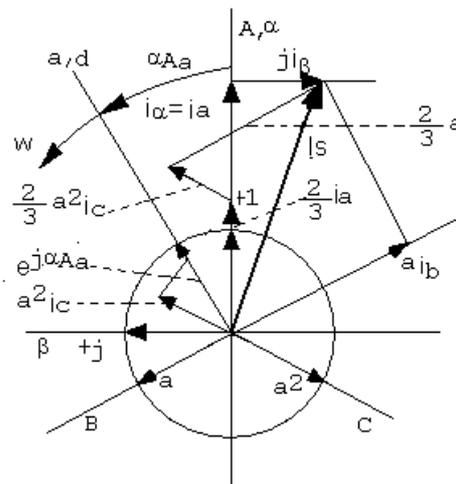


Fig. a.1. Función compleja resultante de la corriente del estator.

La función compleja resultante de la corriente del estator se expresa mediante los valores instantáneos de las corrientes de las fases,

$$\tilde{T}_s = \frac{2}{3} (i_{sa} + a \cdot i_{sb} + a^2 \cdot i_{sc}), \tag{a.1}$$

su determinación gráfica se muestra en la figura a.1.

En la figura se aprecia que las proyecciones de la función compleja resultante de la corriente sobre los ejes de las fases, son iguales a las correspondientes corrientes de fases. Al igual que la expresión a.1 se expresan por medio de las magnitudes fásicas las funciones complejas resultantes de la tensión y el flujo embragado del estator.

$$\tilde{U}_s = \frac{2}{3} (u_{sa} + a \cdot u_{sb} + a^2 \cdot u_{sc}) \tag{a.2}$$

$$\tilde{\Psi}_s = \frac{2}{3} (\psi_{sa} + a \cdot \psi_{sb} + a^2 \cdot \psi_{sc}) \tag{a.3}$$

Las proyecciones de las mismas sobre los ejes de las fases del estator, tampoco se diferencian de las correspondientes magnitudes de fases.

Las funciones complejas resultantes de las magnitudes de las fases del rotor se expresan en el plano complejo rotatorio d, q , fijo con respecto al rotor. El eje real d de este plano complejo coincide con el eje de la fase a del rotor. Las funciones complejas resultantes de la corriente, de la tensión y del flujo embragado del rotor, se expresan de forma análoga a la del estator según las ecuaciones a.1 hasta a.3.

Los complejos resultantes de las magnitudes del estator pueden ser expresado en forma de la suma de las componentes por la direcciones de los ejes α , y β .

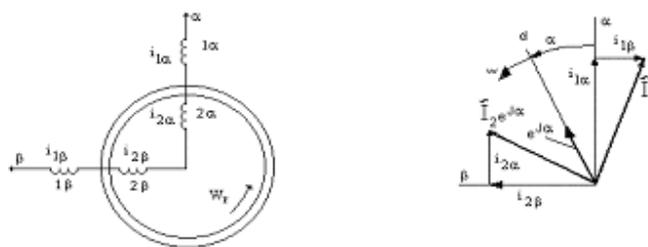


Fig. a.2. Componentes de las magnitudes del estator y rotor en los ejes fijos α , β .

En la figura a.2, $1\alpha, 1\beta, 2\alpha, 2\beta$ son los devanados inmóviles bifásicos del estator y rotor en el plano (α, β) y $i_{1\alpha}, i_{2\alpha}, i_{1\beta}, i_{2\beta}$ las corrientes que pasan por los devanados inmóviles bifásicos.

La función compleja resultante de la corriente del estator, según a.1 es igual a la suma de las corrientes $i_{1\alpha}$ y $ji_{1\beta}$.

$$\tilde{T}_1 = i_{1\alpha} + ji_{1\beta} \quad (\text{a.4})$$

en la cual

$$i_{1\alpha} = \text{Re}\tilde{T}_1 = (\tilde{T}_1 + \tilde{T}_1^*)/2 = i_A \quad (\text{a.5})$$

$$i_{1\beta} = \text{Im}\tilde{T}_1 = (\tilde{T}_1 - \tilde{T}_1^*)/2j = (i_B - i_C)/\sqrt{3} \quad (\text{a.6})$$

son las componentes de la corriente del estator, respectivamente por los ejes α y β .

Las corrientes $i_{1\alpha}$ y $i_{1\beta}$ pueden ser interpretadas como las corrientes que pasan por el devanado inmóvil bifásico $1\alpha, 1\beta$, los ejes de las fases del cual se hayan orientados a lo largo de los ejes del plano α y β . El devanado bifásico α, β con las corrientes $i_{1\alpha}$ y $i_{1\beta}$ es equivalente al devanado trifásico del estator A, B, C, con las corrientes i_{1A}, i_{1B}, i_{1C} .

Las magnitudes del rotor se expresan de forma análoga en los ejes d, q .

La función compleja resultante de la corriente del rotor, según a.1 es igual a la suma de las corrientes i_{2d} y ji_{2q} .

$$\tilde{T}_2 = i_{2d} + ji_{2q} \quad (\text{a.7})$$

en la cual

$$i_{2d} = \text{Re}\tilde{T}_2 = (\tilde{T}_2 + \tilde{T}_2^*)/2 = i_{2a} \quad (\text{a.8})$$

$$i_{2q} = \text{Im}\tilde{T}_2 = (\tilde{T}_2 - \tilde{T}_2^*)/2j = (i_{2b} - i_{2c})/\sqrt{3} \quad (\text{a.9})$$

son las componentes de la corriente del rotor, respectivamente por los ejes d y q .

Las corrientes i_{2d} y i_{2q} pueden ser interpretadas como las corrientes que pasan por el devanado bifásico $2d, 2q$, cuyos ejes se hayan orientados a lo largo de los ejes del plano d, q . El devanado bifásico rotatorio $2d, 2q$ con las corrientes i_{2d} y i_{2q} es equivalente al devanado trifásico del rotor a, b, c , con las corrientes i_{2a}, i_{2b}, i_{2c} .

Para escribir las ecuaciones en el plano complejo $\alpha, j\beta$ tanto de las funciones complejas resultantes de las magnitudes de los estatores y de los rotores, es necesario expresar estas funciones en forma de las componentes por las direcciones de los ejes α y $j\beta$. Para esto tomando la función compleja resultante de la corriente del rotor definida por a.7 en el plano rotatorio $2d, 2q$. Este plano se ha girado (ver figuras a.1 y a.2) un

ángulo $\alpha = \alpha_{Aa}$ con respecto al plano fijo $\alpha, j\beta$, la corriente del rotor en el plano $\alpha, j\beta$ se representa mediante la función compleja

$$\tilde{T}_{2(\alpha,\beta)} = \tilde{T}_2 e^{j\alpha} = (i_{2d} + j i_{2q}) e^{j\alpha} = i_{2\alpha} + j i_{2\beta} \quad (\text{a.10})$$

Las componentes de la función compleja de la corriente del rotor por los ejes α, β

$$i_{2\alpha} = \text{Re}[(i_{2d} + j i_{2q}) e^{j\alpha}] = i_{2d} \cos(\alpha) - i_{2q} \text{sen}(\alpha); \quad (\text{a.11})$$

$$i_{2\beta} = \text{Im}[(i_{2d} + j i_{2q}) e^{j\alpha}] = i_{2d} \text{sen}(\alpha) + i_{2q} \cos(\alpha); \quad (\text{a.12})$$

son las corrientes en el devanado bifásico inmóvil $2\alpha, 2\beta$ que generan el mismo campo magnético que el devanado bifásico rotatorio con las corrientes i_{2d} y i_{2q} .

Transformaciones análogas se hacen con las funciones complejas resultantes de las magnitudes del estator es decir:

$$\tilde{T}_{1(d,q)} = \tilde{T}_1 e^{-j\alpha} = (i_{1\alpha} + j i_{1\beta}) e^{-j\alpha} = i_{1d} + j i_{1q} \quad (\text{a.13})$$

Las componentes de la función compleja de la corriente del estator por los ejes d, q .

$$i_{1d} = \text{Re}[(i_{1\alpha} + j i_{1\beta}) e^{-j\alpha}] = i_{1\alpha} \cos(\alpha) + i_{1\beta} \text{sen}(\alpha); \quad (\text{a.14})$$

$$i_{1q} = \text{Im}[(i_{1\alpha} + j i_{1\beta}) e^{-j\alpha}] = -i_{1\alpha} \text{sen}(\alpha) + i_{1\beta} \cos(\alpha); \quad (\text{a.15})$$

son las corrientes en el devanado rotatorio bifásico $1d, 1q$ que generan el mismo campo magnético que el devanado bifásico inmóvil con las corrientes $i_{1\alpha}$ y $i_{1\beta}$.

Las ecuaciones de las magnitudes resultantes, también pueden ser expresado en los ejes x, y de velocidad arbitraria. Si se acepta que cuando $t=0$ el eje real de este plano complejo coincide con el eje de la fase A del estator, mientras que en el momento t se ha trasladado con respecto al eje de la fase A, a un ángulo α_0 , entonces las corrientes para el estator y rotor son iguales a:

$$\tilde{T}_{1(x,y)} = \tilde{T}_{1(\alpha,\beta)} e^{-j\alpha_0} = i_{1x} + j i_{1y} \quad (\text{a.16})$$

$$\tilde{T}_{2(x,y)} = \tilde{T}_{2(d,q)} e^{-j(\alpha_0 - \alpha)} = i_{2x} + j i_{2y} \quad (\text{a.17})$$

donde: $\tilde{T}_{1(\alpha,\beta)}$ es la función compleja de la corriente del estator en el propio plano complejo α, β ;

$\tilde{T}_{2(d,q)}$ es la función compleja de la corriente del rotor en el propio plano complejo d, q .

Las componentes de la función compleja de la corriente del estator por los ejes x , y vienen dada por:

$$i_{1x} = \text{Re}[(i_{1\alpha} + j i_{1\beta}) e^{-j\alpha_o}] = i_{1\alpha} \cos(\alpha_o) + i_{1\beta} \text{sen}(\alpha_o); \quad (\text{a.18})$$

$$i_{1y} = \text{Im}[(i_{1\alpha} + j i_{1\beta}) e^{-j\alpha_o}] = -i_{1\alpha} \text{sen}(\alpha_o) + i_{1\beta} \cos(\alpha_o); \quad (\text{a.19})$$

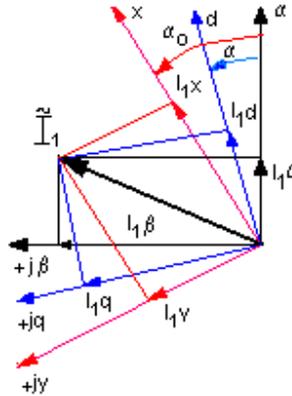


Fig. a.3. Sistemas de coordenadas.

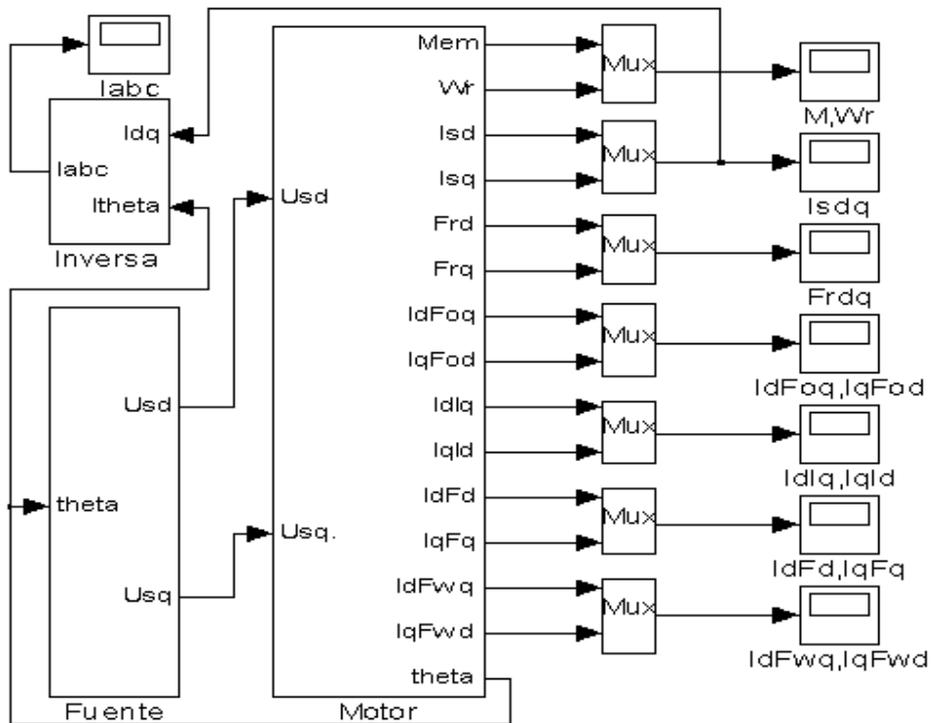
Las componentes de la función compleja de la corriente del rotor por los ejes x , y

$$i_{2x} = \text{Re}[(i_{2d} + j i_{2q}) e^{-j(\alpha_o - \alpha)}] = i_{2d} \cos(\alpha_o - \alpha) + i_{2q} \text{sen}(\alpha_o - \alpha); \quad (\text{a.20})$$

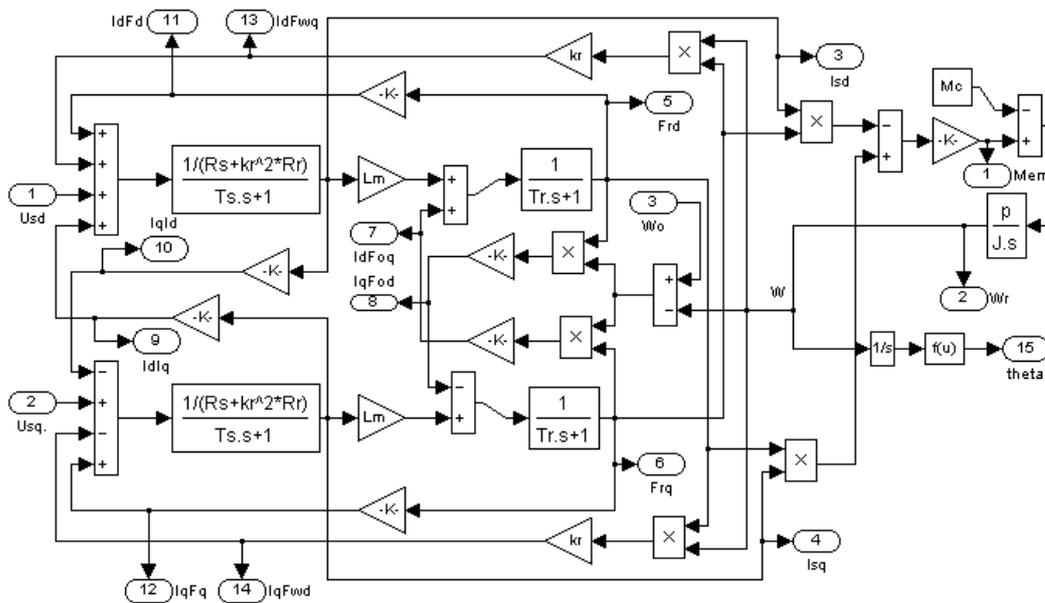
$$i_{2y} = \text{Im}[(i_{2d} + j i_{2q}) e^{-j(\alpha_o - \alpha)}] = -i_{2d} \text{sen}(\alpha_o - \alpha) + i_{2q} \cos(\alpha_o - \alpha); \quad (\text{a.21})$$

La transformación descrita se puede resumir gráficamente a través de la figura a.3.

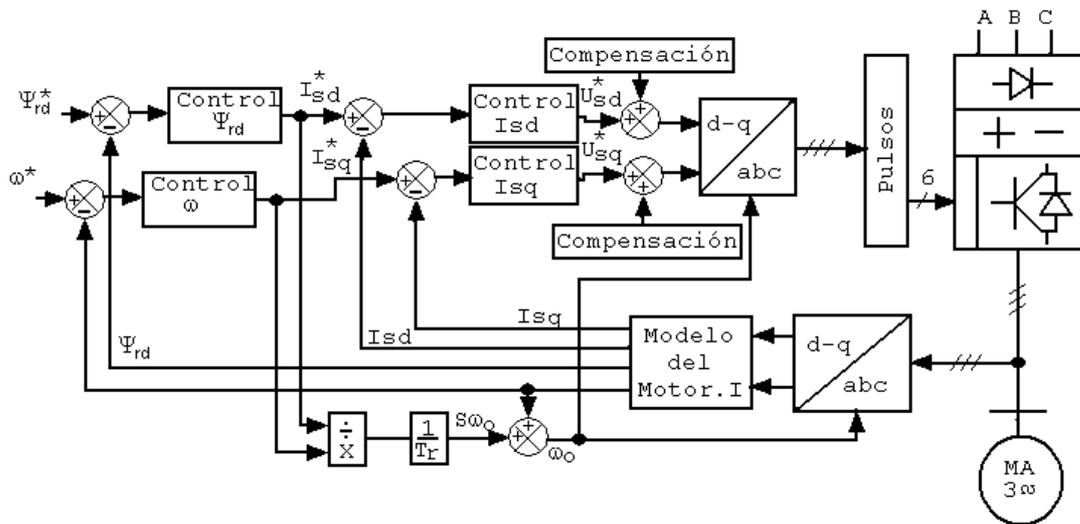
Donde: α , β ejes fijos en el espacio y unido al estator (coordenadas de estator); d , q ejes que giran unido al rotor, gira con respecto al estator, como referencia, a una velocidad igual a la del rotor (coordenada del rotor); x , y son ejes que giran con una velocidad angular arbitraria. En la teoría del campo orientado se toma igual a la velocidad sincrónica.



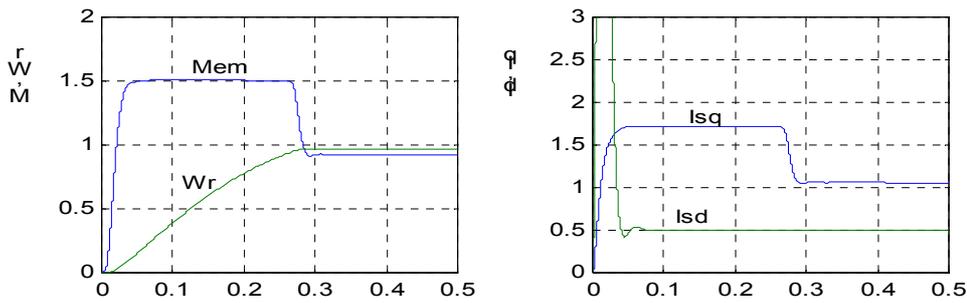
Anexo 1. Esquema utilizado para la simulación del modelo general del motor de inducción, estructurado en bloques.



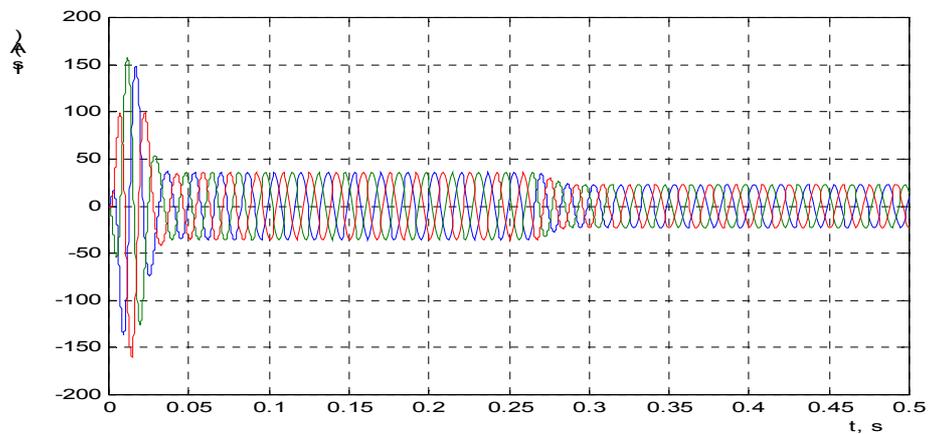
Anexo 2. Esquema interno del bloque modelo motor del anexo 1.



Anexo 5. Esquema general funcional del motor regulado.



Anexo 6. Momento, velocidad, flujo magnético y corriente por el eje directo bajo el control con carga tipo ventilador.



Anexo 7. Corriente en las fases para carga tipo ventilador con el control.

Anexo 8. Lista de la simbología empleada.

(d-q)	Sistemas de ejes, directo y transversal.
(α - β)	Sistemas de ejes, alfa y beta.
ω_0	Velocidad sincrónica.
ω	Velocidad del rotor.
U_s	Tensión del estator.
U_r	Tensión del rotor.
r_s	Resistencia del estator.
r_r	Resistencia del rotor.
I_s	Corriente del estator.
I_r	Corriente del rotor.
ψ_s	Flujo concatenado en el estator.
ψ_r	Flujo concatenado en el rotor.
L_s	Inductancia propia del estator.
L_m	Inductancia mutua entre el estator y el rotor.
$L_{\sigma s}$	Inductancia de dispersión del estator.
$L_{\sigma r}$	Inductancia de dispersión del rotor.
M_{em}	Momento electromagnético.
p	Número de pares de polos.
Im	Parte imaginaria del producto vectorial.
I_r^*	Complejo conjugado de la corriente en el estator.
I_s^*	Complejo conjugado de la corriente en el rotor.
k_r	Coefficiente de acoplamiento del rotor.
ψ_{rq}	Flujo magnético del rotor por el eje transversal.
ψ_{rd}	Flujo magnético del rotor por el eje directo.
I_{sq}	Corriente en el estator por el eje transversal.
I_{sd}	Corriente en el estator por el eje directo.
J	Momento de inercia ($kg \cdot m^2$).
M_c	Momento de carga.
Ω	Velocidad angular giratoria del rotor (rad/seg)

Ω_0	Velocidad angular giratoria del estator (rad/seg)
L_s''	Inductancia transitoria del devanado del estator para el rotor en jaula.
$W_o(S)$	Función de transferencia del objeto a optimizar.
$W_{oc}(S)$	Función de transferencia del eslabón cuya influencia se compensa con el regulador.
k	Coeficiente de amplificación.
T	Constante de tiempo del eslabón.
$W_r(S)$	Ecuación de transferencia del regulador en serie con el objeto.
$W_{ab}(S)$	Función de transferencia del contorno abierto.
T_o	Constante de integración del contorno.
s	Operador Laplace.
$W_{bp. \text{ máx}}$	Banda pasante máxima.
$W_{c. \text{ máx}}$	Frecuencia de corte del contorno abierto que corresponde a la banda pasante.
T_1, T_2	Constantes de tiempo de los eslabones periódicos conectados en serie.
K_1, k_2	Coeficientes de amplificación de los eslabones periódicos conectados en serie.
T_μ	Suma de las constantes de tiempo pequeñas.
$W_{ce}(S)$	Función de transferencia en el contorno cerrado.
a	Coeficiente que depende del grado de amortiguamiento.
$s_{1,2}$	Raíces de la ecuación característica.
ω_n	Frecuencia de corte.
ξ	Factor de amortiguamiento.
ω_r	Frecuencia de resonancia.
M_r	Valor pico de la frecuencia de resonancia.
T_{int}	Constante de tiempo del integrador.
l	Número de constantes de tiempo.
k_{re}	Coeficiente de retroalimentación.
M	Indicador del elemento forzado.
T_μ''	Constante de tiempo para óptimo simétrico.
T_r	Tiempo de regulación para el flujo del rotor.