

REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO
“Dr. Antonio Núñez Jiménez”

FACULTAD DE METALURGIA Y ELECTROMECAÁNICA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE
SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTCAS**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO
CIENTÍFICO DE DOCTOR EN CIENCIAS TÉCNICAS**

YOALBYS RETIRADO MEDIACEJA

MOA, 2012

REPÚBLICA DE CUBA
MINISTERIO DE EDUCACIÓN SUPERIOR
INSTITUTO SUPERIOR MINERO METALÚRGICO
“Dr. Antonio Núñez Jiménez”

FACULTAD DE METALURGIA Y ELECTROMECAÁNICA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE
SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS**

**TESIS PRESENTADA EN OPCIÓN AL GRADO
CIENTÍFICO DE DOCTOR EN CIENCIAS TÉCNICAS**

Autor: Prof. Aux., Ing. Yoalbys Retirado Mediaceja, Ms. C.

**Tutores: Prof. Aux., Lic. Arístides Alejandro Legrá Lobaina, Dr. C.
Prof. Tit., Ing. Enrique Torres Tamayo, Dr. C.**

MOA, 2012

AGRADECIMIENTOS

Agradezco en primer lugar a **Dios** porque me proporciona la fe, la salud y las fuerzas física y espiritual para lograr las metas propuestas. **También dejo constancia de mi agradecimiento:**

- ✦ **A La Revolución Cubana** porque me brindó la posibilidad de formarme como Ingeniero Mecánico y de realizar estudios de Maestría y Doctorado.
- ✦ **A mi madre** por los esfuerzos que realizó para que pudiera formarme como un profesional y por su constante apoyo cuando las dificultades me hacían dudar de la posibilidad del triunfo.
- ✦ **A mi querida esposa** Niurka Martínez Espinosa por el amor que me profesa a diario, por la paciencia que ha tenido para conmigo durante la realización del trabajo y por mostrarme con acierto que todavía existen personas humildes y desinteresadas como ella.
- ✦ **A mi suegra** Miriam y **a mis cuñados**, especialmente a Onelio y Ada Iris por la amistad sincera y desinteresada que me brindan, y por las reiteradas ayudas ofrecidas durante estos años.
- ✦ **A mi tutor principal**, el Dr. C. Arístides Alejandro Legrá Lobaina, por haber llegado en el momento que más orientación necesitaba, por su valiosa e impagable ayuda, por su dedicación ilimitada y apasionada a la investigación y por siempre mostrar la profesionalidad que de él esperaba. Agradezco también de manera especial **a su esposa Norín** por la amabilidad con que siempre me atendió en su hogar, por su comprensión en los asuntos relacionados con la Tesis y por hacer posible que su esposo tuviera el tiempo necesario para dedicarlo a esta investigación.
- ✦ **A mi otro tutor**, el Dr. C. Enrique Torres Tamayo, por todas las contribuciones realizadas durante el desarrollo del trabajo, por su confianza y por sus valiosos aportes en la etapa inicial, en la cual se logró la concreción y la aprobación del tema de investigación doctoral.
- ✦ **A mis hermanas y hermanos**, especialmente a Yusandris, Georbelis y Yordis, porque me demuestran su amor en todo momento y porque se que siempre puedo contar con ellos, sin importar cuales sean las circunstancias. **A mis padres** Bárbaro y Wilfredo por las incontables e impagables ayudas y los extraordinarios consejos que me han ofrecido a lo largo de mi vida.
- ✦ **A mis otros hermanos:** Pilar, Lucía, Marbelis, Omar y Alicia por permitirme ser uno más de ellos, por el apoyo incondicional que me brindan, por sus inagotables muestras de cariño y por tenerme siempre presente en sus vidas. También agradezco **a Abel, Yennis y Carmelina** por su amistad sincera y desinteresada, **a Ramón y Ramona** por sus sabios y oportunos consejos.
- ✦ **A la profesora de profesores** (Lic. Aurelia Ramírez, la Filósofa), por ser ejemplo imperecedero y extraordinario de educadora, de la cual tanto aprendí. Para ella mi agradecimiento sincero y eterno porque me enseñó a pensar y reflexionar desde la Filosofía, y a tener fe en el futuro.

- ✦ **A Ever y Tomás** (el viejo) por hacerme comprender que ser profesor universitario es la mejor opción para un profesional como yo, que ama la docencia y la investigación científica.
 - ✦ **A mis diplomantes y maestrantes** que trabajaron en la temática del doctorado por los aportes realizados durante la investigación, sin ellos finalizar el trabajo hubiera sido mucho más difícil.
 - ✦ **A mi diplomante y amigo** Yoandris Santos porque tuvo el valor de confiar en mí cuando era un profesor recién graduado y en esas circunstancias le propuse comenzar esta investigación.
 - ✦ **A los doctores** Amaury Palacios Rodríguez y Guillermo Alfonso Roca Alarcón porque aceptaron revisar la Tesis a pesar de las obligaciones y responsabilidades que tenían en ese momento, por el excelente y oportuno trabajo que hicieron como oponentes en el acto de Predefensa y por la voluntad de ayudar que mostraron antes y durante el referido acto.
 - ✦ **A Naísma y su familia** por sus inagotables demostraciones de aprecio y cariño, su constante preocupación para que todo me salga bien y por siempre estar ahí cuando las necesito.
 - ✦ **A Yanet Navarro Vega** por la amistad especial, sincera y desinteresada que me ha brindado desde que nos conocemos y por el apoyo ofrecido al inicio de mi vida profesional.
 - ✦ **A mis amigos** Marcelo Fai, Yoni, Sablón, Blanca, Yurisley, Yeri, Daynelis, Bere y Marelvis por su amistad sincera y su constante preocupación respecto a mi superación profesional.
 - ✦ **A los colegas** Rodney, Yodelkis, Geovany, Sierra, Isnel, Félix, Reineris, Rojas, Barbarita, Teresa, Columbié, Constantino **y especialmente a** Héctor, Coello, Armín, Renté, Naché y Ángel Legrá por las sugerencias y las ayudas ofrecidas durante la elaboración de la Tesis.
 - ✦ **A José Alberto Batista Rodríguez** por las reiteradas ayudas ofrecidas durante el desarrollo de la investigación, y por sus oportunas y acertadas sugerencias en la esfera científica.
 - ✦ **A Anita, el Chino (Oscar) y Sierra** por su amistad y la ayuda que me dieron con la impresión.
 - ✦ **A mis colegas del Departamento de Mecánica** porque se que con ellos puedo contar. **A los colegas del Departamento de Física** (especialmente a Dania, Iván, Leyla y Elsi) por su decisivo aporte en mi formación profesional. **Al personal de las empresas del níquel, la SUM de Moa y la Biblioteca del ISMM** por contribuir en la realización de la investigación.
 - ✦ **A mi compañera de trabajo Katia** por la voluntad de ayudar que mostró en todo momento.
 - ✦ **A los colegas que me enviaron opiniones de la Tesis** por el tiempo que dedicaron a la revisión del trabajo y por las recomendaciones realizadas, las cuales sirvieron para enriquecer el informe.
- A las personas nombradas en estas páginas y a quienes involuntariamente no he recordado.**

A todas, muchísimas gracias y mi eterno agradecimiento.

El autor.

DEDICATORIA

Dedico esta obra en primer lugar a **La Revolución Cubana** por hacer posible nuestros nobles e incontables sueños. **También deseo dedicar este trabajo:**

- ✦ **A mi madre** como muestra del amor infinito que le profesó y por constituir la fuente de inspiración en todo lo que hago.
- ✦ **A mi querida esposa** Niurka Martínez Espinosa por el amor que nos une, por su comprensión en todo momento y porque sin su apoyo la terminación del trabajo hubiera sido casi imposible.
- ✦ **A los niños de mi esposa** (Wilver y Annier), **a mis sobrinos, a mi hermanita** Indira, **a las niñas más buenas que conozco** (Osmailis y María de Lourdes) y **a Ernestico** con la esperanza de que estudien mucho, se superen constantemente y lo que es más importante en la vida, que sean personas honestas y de bien.
- ✦ **A mis hermanas y hermanos**, especialmente a Yusandris, Georbelis y Yordis, por lo que representan en mi vida y por ser, junto a mi madre, la fuente de inspiración en todo lo que hago.
- ✦ **A mis otros hermanos:** Pilar, Lucía, Marbelis, Omar y Alicia por el cariño y el aprecio infinitos que nos une, y por ser especiales para con mi persona.
- ✦ **A Blanco y Lalo** por ser los mejores de los padres y porque se que están felices con este éxito.
- ✦ **A la memoria de mi abuelo** Giraldo, **mi hermano** Ángel Luis y **mis tíos** Jesús e Isidoro como un pequeño tributo a su ejemplo y porque se que estuvieran contentos con este éxito personal.
- ✦ **A los maestros** de las Escuelas Primarias “Rafaela Caboverde Chacón” y “Roberto Vizcay Oriz” y **a los profesores** de la ESBU “Costa Rica”, el IPVCE “José Maceo Grajales”, el ISMM “Dr. Antonio Núñez Jiménez”, la Maestría y el Doctorado en Electromecánica, particularmente a los que destinaron parte de su tiempo a enseñarme nuevos conocimientos y a los que ven en este resultado el fruto de su arduo trabajo, a todos les doy las gracias por sus imprescindibles aportes de los cuales tanto aprendí en las diferentes etapas de mi formación profesional.

A las personas nombradas en esta página y a quienes involuntariamente no he recordado, pero que han contribuido con mi educación, instrucción y formación científico-técnica.

A todas, les dedico esta obra.

El autor.

SÍNTESIS

En el presente trabajo se desarrolló la modelación matemática del proceso de secado natural de las menas lateríticas. Para ello, se sistematizaron los fundamentos básicos, las teorías y los modelos generales de los procesos de secado y se particularizaron a las condiciones específicas del proceso investigado, lo cual permitió la obtención de los modelos matemáticos de los flujos de calor que inciden en el secado natural; la distribución de temperatura y humedad que experimenta el material; la velocidad de secado; el área de exposición y el volumen de las pilas de minerales con diferentes geometrías de su sección transversal. Los referidos modelos se implementaron en una aplicación informática y se validaron, comprobándose que los mismos describen satisfactoriamente el proceso de secado natural en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto; por tal razón se consideran la novedad científica de esta Tesis Doctoral.

Mediante la aplicación informática creada se simuló la distribución de humedad que experimenta el material, evidenciándose que durante el secado natural el movimiento de la humedad en las pilas de minerales se produce, fundamentalmente, por los efectos combinados de la capilaridad y la difusión de vapor. Se optimizó la geometría de la sección transversal de las pilas atendiendo a varios criterios energéticos, determinándose que la implementación del secado natural debe desarrollarse con pilas de sección parabólica que tengan la superficie de secado inclinada entre 30 y 60 grados sexagesimales, respecto al plano horizontal. Luego, se establecieron acciones científico-técnicas que contribuyen a perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. Finalmente, se exponen los beneficios económicos y los impactos ambientales asociados al proceso de secado natural de las menas lateríticas.

ÍNDICE

	Pág.
INTRODUCCIÓN.	-1-
1. MARCO TEÓRICO PARA LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS.	-11-
1.1- Introducción.	-11-
1.2- Generalidades sobre los procesos de secado.	-11-
1.2.1- Mecanismos de movimiento de la humedad en los materiales porosos.	-12-
1.2.2- Antecedentes y estado actual de las teorías de secado de materiales porosos.	-13-
1.3- Investigaciones precedentes relacionadas con los procesos de secado.	-16-
1.3.1- Modelos matemáticos del proceso de secado solar.	-17-
1.3.2- Secado natural de materiales.	-18-
1.3.3- Secado natural de las menas lateríticas.	-18-
1.4- Teoría básica necesaria para la modelación matemática del proceso de secado natural.	-21-
1.4.1- Contenido de humedad del material.	-21-
1.4.2- <i>Ratio</i> de humedad.	-22-
1.4.3- Requerimiento térmico del proceso de secado.	-23-
1.4.4- Régimen de secado.	-24-
1.4.5- <i>Ratio</i> de secado.	-25-
1.4.6- Propiedades termofísicas del aire que influyen en el proceso de secado natural.	-26-
	-V-

1.5-	Características generales de las menas lateríticas utilizadas en la industria del níquel.	-26-
1.5.1-	Composición química, granulométrica y mineralógica.	-26-
1.5.2-	Propiedades termofísicas que influyen en el proceso de secado natural.	-27-
1.5.3-	Evaporación de la humedad no estructural contenida en las menas lateríticas.	-28-
1.6-	Breve caracterización de las variables meteorológicas en la región de Moa.	-29-
1.7-	Análisis del proceso de secado natural como objeto de modelación matemática.	-30-
1.8-	Conclusiones del capítulo 1.	-32-
2.	MODELACIÓN DE LOS PARÁMETROS FUNDAMENTALES DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS.	-33-
2.1-	Introducción.	-33-
2.2-	Modelos de los flujos de calor transferidos durante el proceso de secado natural.	-33-
2.2.1-	Modelo del flujo de calor por radiación.	-33-
2.2.1.1-	Modelo de la radiación solar que incide en la superficie de la pila.	-34-
2.2.2-	Modelo del flujo de calor por convección.	-39-
2.2.3-	Modelo del flujo de calor por conducción.	-42-
2.2.3.1-	Modelo unidimensional de la distribución de temperatura en la pila.	-44-
2.3-	Formalización de la modelación bidimensional de la distribución de temperatura.	-46-
2.4-	Modelo general del proceso de secado natural de una pila de minerales.	-47-
2.4.1-	Modelo unidimensional de la distribución de humedad en la pila.	-48-
2.5-	Formalización de la modelación bidimensional de la distribución de humedad.	-51-
2.6-	Modelos de la velocidad de secado y de la humedad del material en la superficie.	-53-
2.7-	Modelos generales del área de exposición y el volumen de las pilas de material.	-55-
2.7.1-	Modelos para las pilas de sección transversal triangular y otras de interés.	-57-
2.8-	Conclusiones del capítulo 2.	-59-

3. IMPLEMENTACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS.	-61-
3.1- Introducción.	-61-
3.2- Implementación de los modelos matemáticos en una aplicación informática.	-61-
3.3- Diseño de experimentos para la validación de los modelos.	-62-
3.3.1- Instalación experimental.	-62-
3.3.2- Selección de las variables.	-62-
3.3.2.1- Masa expuesta a secado, ángulo de reposo y dimensiones de las pilas.	-63-
3.3.2.2- Humedad inicial y final de las menas lateríticas.	-63-
3.3.2.3- Variables meteorológicas.	-64-
3.3.3- Tipo de diseño de experimentos empleado.	-64-
3.3.4- Matriz del diseño de experimentos y número de mediciones experimentales.	-65-
3.3.5- Consideraciones sobre la suficiencia del muestreo y el análisis de varianza.	-66-
3.3.6- Técnica experimental para la medición de la humedad de las menas lateríticas.	-67-
3.4- Validación de los modelos matemáticos con pilas de dimensiones industriales.	-68-
3.4.1- Aplicación práctica de los modelos matemáticos establecidos.	-70-
3.5 - Aplicación del procedimiento establecido a una pila de dimensiones industriales.	-70-
3.5.1- Cálculo del área de exposición y el volumen de la pila.	-70-
3.5.2- Cálculo de la radiación global que llega a la superficie de secado de la pila.	-71-
3.5.3- Cálculo del calor total que llega a la superficie de secado de la pila.	-72-
3.5.4- Cálculo y simulación de la distribución de temperatura del material en la pila.	-74-
3.5.5- Cálculo y simulación de la distribución de humedad del material en la pila.	-77-
3.5.6- Cálculo y simulación de la velocidad de secado en la pila.	-80-
3.6- Optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas.	-82-
3.6.1- Elección del método de optimización.	-82-

3.6.2-	Procedimiento de optimización implementado en la aplicación informática.	-83-
3.6.3-	Resultados obtenidos en la optimización del caso de estudio considerado.	-85-
3.6.3.1-	Según la densidad de radiación recibida en la superficie de la pila.	-85-
3.6.3.2-	Según la radiación total y el calor total recibidos en la superficie.	-86-
3.6.3.3-	Según el porcentaje y el volumen de mineral secado.	-88-
3.6.3.4-	Influencia del área de exposición y el volumen de las pilas.	-89-
3.7-	Propuesta de acciones científico-técnicas para perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.	-90-
3.8-	Breve valoración de los beneficios económicos derivados de la implementación del secado natural de las menas lateríticas en las empresas productoras de níquel.	-92-
3.8.1-	Beneficios obtenidos en la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”.	-92-
3.8.2-	Beneficios obtenidos en la empresa “Comandante René Ramos Latour”.	-93-
3.9-	Valoración de los impactos ambientales asociados al proceso de secado natural.	-94-
3.9.1-	Impactos provocados por el polvo sobre la salud de los seres humanos.	95
3.9.2-	Impactos provocados por el ruido sobre la salud de los seres humanos.	95
3.10-	Conclusiones del capítulo 3.	-96-
	CONCLUSIONES GENERALES.	-97-
	RECOMENDACIONES.	-99-
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	-100-
	SIMBOLOGÍA	-IX-
	ANEXOS.	-XIV-

INTRODUCCIÓN

La producción de níquel y cobalto, basada en la aplicación de la lixiviación carbonato amoniaca, se desarrolla en las empresas “Comandante Ernesto Che Guevara” y “Comandante René Ramos Latour”, ubicadas en los municipios Moa y Mayarí, respectivamente. El proceso productivo comienza con la extracción a cielo abierto de las menas lateríticas, las cuales se someten a diversos procesos metalúrgicos entre los que se encuentra el secado térmico convencional.

Hoy día, en las plantas de Preparación de Mineral de estas industrias metalúrgicas existe como **situación problemática** *el elevado contenido de humedad que tienen las menas lateríticas al ingresar a los secaderos térmicos convencionales*. Esto provoca que en las mencionadas plantas persistan como **problemas no resueltos**: *la adherencia y recirculación del tres al cinco por ciento del material trasegado en los sistemas de transporte automotor y por bandas, que aumenta sus respectivos consumos de combustible y energía eléctrica; el transporte de 34 a 42 t de agua por cada 100 t de material procesadas, que impone la necesidad de aumentar la productividad de los referidos sistemas de transporte para cumplir los planes de producción de las empresas; y el consumo de 27 a 34 kg de petróleo por cada tonelada de menas lateríticas alimentada al proceso de secado convencional*, lo cual reduce la eficiencia térmica de los secaderos (Diagnóstico técnico de las empresas “Comandante Ernesto Che Guevara” y “Comandante René Ramos Latour”, 2010).

Entre las causas fundamentales que originan la mencionada situación problemática se encuentran: *las características hidrogeológicas de los yacimientos niquelíferos cubanos* (Blanco y Llorente, 2004; De Miguel, 2004, 2007; Ochoa, 2008; Carmenate, 2009) *y la ineficiente tecnología empleada en la implementación del proceso de secado natural de las menas lateríticas, antes de que estas ingresen a los secaderos térmicos convencionales de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto*.

La presente investigación está encaminada a mitigar la segunda causa que da origen a la situación problemática, a partir de introducir acciones científico-técnicas que contribuyan a perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas niquelíferas cubanas.

Los estudios más interesantes dedicados a la implementación práctica del secado natural de las menas lateríticas fueron desarrollados por un grupo de investigadores del Centro de Desarrollo de Investigaciones del Níquel de Moa (Estenoz *et al.*, 2005, 2007a, b y c). En estas investigaciones, los autores diseñaron una tecnología para el secado solar a la intemperie de las menas lateríticas que prevé la formación, la evacuación y el control de las operaciones con pilas de minerales en los depósitos mineros. La tecnología tiene varias ventajas, pero presenta las siguientes limitaciones:

- ✦ Presupone la construcción de un grupo de instalaciones auxiliares que, para su funcionamiento, requieren de elevados consumos de energía, esto limita su aplicación debido al incremento progresivo del precio del combustible en el mercado internacional.
- ✦ No considera la evaluación rigurosa de los procesos de transferencia de calor y masa que inciden en el secado natural, así como la aplicación de modelos matemáticos ajustados a las condiciones en que se desarrolla el proceso en las empresas productoras de níquel y cobalto.
- ✦ No permite predecir la variación de humedad que experimenta el material durante el proceso de secado natural, por tanto, se dificulta estimar el tiempo de secado que se requiere para reducir su humedad desde un valor inicial conocido a otro valor final deseado.
- ✦ No concibe la caracterización de la geometría de la sección transversal de las pilas y, por consiguiente, no permite calcular con precisión el área de exposición de la pila, el volumen de material expuesto a secado y la radiación solar global captada por la superficie de secado.

Por su parte, en las investigaciones desarrolladas en el Instituto Superior Minero Metalúrgico de Moa (Retirado y Legrá, 2011; Retirado *et al.*, 2012) y en el presente trabajo se defiende la idea de que se puede contribuir al perfeccionamiento de la tecnología empleada para la implementación del secado natural de las menas lateríticas, a través de la modelación matemática del proceso. Este aspecto no ha sido suficientemente valorado en los trabajos desarrollados en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto debido, entre otros factores, a la complejidad que implica la obtención de los modelos del secado natural de las menas lateríticas.

La modelación matemática del proceso de secado natural de las menas lateríticas permite estudiarlo teóricamente y, luego de las correspondientes comprobaciones experimentales, posibilita realizar simulaciones computacionales del proceso mediante el empleo de adecuados sistemas informáticos. Esta posibilidad constituye una alternativa tecnológicamente viable para predecir el comportamiento de la humedad del material y la velocidad de secado cuando las variables independientes y los parámetros de los modelos matemáticos toman ciertos valores. Además las simulaciones permiten racionalizar la implementación del proceso de secado natural en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

A nivel internacional, la modelación matemática ha sido utilizada en diversas investigaciones con la finalidad de establecer tecnologías racionales para la implementación del secado solar de diferentes materiales. Los estudios más difundidos analizan el secado de granos, café, arroz, madera, pulpa de bagazo y lodos, entre otros (Simate, 2003; Hossain *et al.* 2005; Fayett, 2008; Hernández *et al.*, 2008; Montes *et al.*, 2008; Morsetto *et al.*, 2008; Salinas *et al.*, 2008; Ferreira y Costa, 2009).

En el ámbito nacional, se han publicado trabajos que abordan la modelación del proceso de secado convencional, pero las investigaciones consultadas no contienen los modelos matemáticos del secado natural para los materiales analizados. Las mismas se dedican, fundamentalmente, al estudio energético y termodinámico del secado solar de café (Ferro *et al.*, 1999, 2000; Abdala *et al.*, 2003; Fonseca *et al.*, 2003), granos (Fonseca *et al.*, 2000), semillas (Fonseca *et al.*, 2002, Bergues *et al.*, 2002, 2003a), plantas medicinales (Bergues *et al.*, 2003b), madera (Griñán y Fonseca, 2003; Pacheco *et al.*, 2006), productos varios (Bergues *et al.*, 2006) y carbón mineral (Leyva *et al.*, 2010).

Actualmente, es escasa la literatura internacional que aborda el secado natural de los minerales lateríticos. En Cuba, los aspectos teóricos, experimentales y tecnológicos del proceso han sido estudiados por múltiples investigadores (Estenoz y Espinosa, 2003; Estenoz *et al.*, 2005, 2006, 2007b; Retirado *et al.*, 2007, 2009, 2010; Estenoz, 2009; Espinosa y Pérez, 2010a y b; Vinardell, 2011), pero ninguno ha considerado la modelación matemática como herramienta para el

perfeccionamiento de la tecnología empleada en la implementación del secado natural de las menas lateríticas que se procesan en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

Lo anterior ha contribuido a que, en las empresas niquelíferas cubanas, el proceso de secado natural de las menas lateríticas se implemente basado en las investigaciones realizadas en el Centro de Desarrollo de Investigaciones del Níquel y la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”. Los referidos estudios se orientan, esencialmente, al desarrollo de tecnologías que presuponen el diseño y la construcción de costosas instalaciones. Este enfoque implica un incremento de los gastos económicos y relega a un segundo plano la posibilidad de perfeccionar la tecnología empleada para la implementación del secado natural, mediante la aplicación de la modelación matemática.

Para contribuir, a través de la modelación matemática, al perfeccionamiento de la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto, se deben modelar y calcular los parámetros fundamentales del proceso para el material en cuestión, ellos son: los flujos de calor transferidos, la radiación solar que incide en la superficie de las pilas, la distribución de temperatura y humedad que experimenta el material, la velocidad de secado, el área de exposición y el volumen de las pilas. Sin embargo, en la actualidad lo anterior no ha sido posible debido al limitado conocimiento que se tiene del proceso de secado natural de las menas lateríticas.

De los criterios expuestos se infiere como **problema científico** a resolver:

El insuficiente conocimiento del proceso de secado natural de las menas lateríticas, que limita la modelación matemática y el cálculo de sus parámetros fundamentales en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

Como **objeto de estudio** de la investigación se plantea:

El proceso de secado natural de las menas lateríticas en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

Y su **campo de acción** es: la modelación de los parámetros fundamentales del proceso investigado.

En correspondencia con el problema científico declarado se define como **objetivo general**:

Desarrollar la modelación matemática del proceso de secado natural de las menas lateríticas, que posibilite el cálculo de sus parámetros fundamentales en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

A partir del problema científico y el objetivo general declarados se establece la siguiente **hipótesis**:

La sistematización de los fundamentos básicos, las teorías y los modelos generales de secado; y su particularización para las condiciones específicas en que se implementa el secado natural de las menas lateríticas, permitirá generar el conocimiento necesario para la modelación y el cálculo de los flujos de calor transferidos, la radiación solar que incide en la superficie de las pilas, la distribución de temperatura y humedad que experimenta el material, la velocidad de secado, el área de exposición y el volumen de las pilas; y posibilitará la simulación y optimización de parámetros del proceso en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

La **novedad científica** de la presente investigación radica en que:

Se establecen los modelos matemáticos que describen apropiadamente el proceso de secado natural de las menas lateríticas y posibilitan, mediante su implementación en una aplicación informática, el cálculo, la simulación y la optimización de parámetros del proceso en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

Para dar cumplimiento al objetivo general se declaran los siguientes **objetivos específicos**:

- A. Determinar las limitaciones de las investigaciones precedentes relacionadas con los procesos, las teorías y los modelos de secado, al ser aplicadas al objeto de estudio.
- B. Establecer un procedimiento que contenga e integre los modelos matemáticos de los parámetros fundamentales del proceso de secado natural de las menas lateríticas.
- C. Calcular los parámetros fundamentales del proceso investigado, mediante la implementación del procedimiento y los modelos matemáticos establecidos.

Para garantizar la obtención de la novedad científica se desarrollan las siguientes **tareas**:

- A.1-** Actualizar el estado del arte en relación con las teorías y los modelos de secado, a partir de la sistematización del conocimiento científico expuesto en las investigaciones precedentes.
- A.2-** Exponer un sistema gnoseológico actualizado sobre:
- ✦ La teoría básica necesaria para la modelación matemática del proceso de secado natural;
 - ✦ Las características generales de las menas lateríticas utilizadas en la industria del níquel y;
 - ✦ Las características de las variables meteorológicas en la región de Moa.
- B.3-** Desarrollar procedimientos y modelos matemáticos para el cálculo de:
- ✦ Los flujos de calor transferidos durante el secado natural de las menas lateríticas.
 - ✦ La radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de las pilas de minerales.
 - ✦ La temperatura y humedad de las menas lateríticas en la superficie de secado de las pilas.
 - ✦ La distribución de temperatura y humedad que experimenta el material en las pilas.
 - ✦ La velocidad de secado durante la implementación del proceso.
 - ✦ El área de exposición y el volumen de las pilas de material expuestas a secado natural.
- C.4-** Crear una aplicación informática que permita validar los modelos matemáticos establecidos.
- C.5-** Simular la distribución de temperatura y humedad que experimentan las menas lateríticas, y la velocidad de secado durante la implementación del proceso.
- C.6-** Realizar la optimización multicriterial de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas en función del aprovechamiento de la energía térmica disponible para el proceso de secado natural.
- D.7-** Establecer acciones científico-técnicas que contribuyan a perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.
- D.8-** Valorar los beneficios económicos y los impactos ambientales asociados a la implementación del proceso de secado natural de las menas lateríticas en las empresas productoras de níquel y cobalto seleccionadas.

Los principales **métodos de investigación** empleados en el trabajo se exponen a continuación:

- ✦ **Histórico-lógico:** para la actualización del estado del arte relacionado con las teorías y los modelos actualmente usados para describir el proceso de secado de materiales porosos.
- ✦ **Sistémico:** para la sistematización de la teoría básica de los procesos de secado que resulta de interés para la modelación matemática de los parámetros fundamentales del objeto de estudio.
- ✦ **Inductivo-deductivo:** para la determinación de las limitaciones de las investigaciones precedentes consultadas, al ser aplicadas al secado natural de las menas lateríticas.
- ✦ **Modelación físico-matemática:** para el establecimiento de los modelos matemáticos de los parámetros fundamentales del proceso de secado natural, para el material en cuestión.
- ✦ **Separación de variables:** para la obtención de las soluciones analíticas de las ecuaciones diferenciales de difusión del calor y del intercambio de humedad en un material poroso.
- ✦ **Experimental:** para la caracterización de las menas lateríticas y la obtención de los datos experimentales necesarios para la validación de los modelos matemáticos establecidos.
- ✦ **Computacional:** para la validación de los modelos, el cálculo de los parámetros fundamentales del proceso y la creación de los gráficos de comportamiento de interés para la investigación.
- ✦ **Búsqueda exhaustiva:** para la optimización multicriterial de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado natural.

Se establecen como **aportes teóricos** específicos de la investigación:

- ✦ El modelo de la radiación solar global que incide en la superficie de secado de las pilas de minerales que es función de la altura solar (incluye los efectos de sombra que se producen por el movimiento del sol), la latitud, el día del año, la orientación e inclinación de la superficie de secado, y los ángulos maximal y tangencial de las pilas de menas lateríticas (expresión 2.21).
- ✦ Los modelos de la distribución de temperatura y humedad que experimentan las menas lateríticas durante el proceso de secado natural, los cuales son función de las condiciones de secado específicas del proceso investigado (expresiones 2.55; 2.81 y la 4 del Anexo 7).

- ✦ Los modelos de la velocidad de secado y de la humedad del material en la superficie de las pilas de minerales que son función de los periodos de secado, el área de exposición de la pila, la radiación solar global incidente y los flujos de calor transferidos, entre otros parámetros del proceso de secado natural de las menas lateríticas (expresiones 2.98; 2.99; 2.100 y 2.101).
- ✦ Los modelos del área de exposición y el volumen de las pilas con diferentes formas geométricas de su sección transversal (expresiones 2.112; 2.114 y las 1; 2; 6; 7; 8 y 9 del Anexo 9).
- ✦ Los procedimientos para el diseño y la programación de una aplicación informática que permiten calcular los parámetros del proceso de secado natural de las menas lateríticas.
- ✦ Los procedimientos para la optimización multicriterial de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado natural.

Y se consideran como **aportes prácticos** del trabajo:

- ✦ El procedimiento de cálculo que contiene e integra los modelos matemáticos de los parámetros fundamentales del proceso de secado natural de las menas lateríticas.
- ✦ La aplicación informática (SecSolar) que permite implementar de forma sencilla, rápida y eficiente, las ecuaciones de enlace, los procedimientos y los modelos establecidos en el trabajo.
- ✦ Las acciones científico-técnicas que contribuyen a perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

Producción científica del autor sobre el tema de la tesis

Como parte del proceso investigativo el autor desarrolló y defendió exitosamente su Tesis de Maestría la cual estuvo directamente relacionada con la temática investigada en esta Tesis Doctoral; participó en cinco eventos científico-técnicos donde presentó siete ponencias; en revistas científicas realizó 11 publicaciones relacionadas con el secado solar natural, la modelación matemática, la simulación, el mineral laterítico y la transferencia de calor. Además dirigió, como tutor, 17 Tesis de Ingeniería y una Tesis de Maestría las cuales se vinculan con el tema de investigación en cuestión. Los eventos, las publicaciones y las tutorías antes mencionadas se relacionan en el Anexo 1.

Metodología empleada para el desarrollo de la investigación

La misma es novedosa porque conjuga el estudio de un proceso complejo y poco investigado para el material en cuestión, con la utilización del método de modelación físico-matemática y se obtienen los modelos que describen apropiadamente el objeto de estudio. Además, combina la aplicación de la simulación y la optimización para el establecimiento de acciones científico-técnicas que contribuyen a perfeccionar la tecnología empleada para la implementación del proceso de secado natural de las menas lateríticas, aspecto no logrado hasta el momento.

La metodología consta de cuatro etapas de trabajo que se corresponden con las utilizadas por otros investigadores en la modelación de procesos industriales (Torres, 2003; Laborde, 2005; Sierra, 2005) y con las empleadas en la modelación del secado de diversos materiales (Jia *et al.*, 2000; Ananías *et al.*, 2001; Ivanova y Andonov, 2001; Gaston *et al.*, 2002; Mohapatra y Rao, 2005; Medeiros *et al.*, 2006; Picado *et al.*, 2006; Beltagy *et al.*, 2007; Cala *et al.*, 2007; Parra-Coronado *et al.*, 2008; Sandoval-Torres, 2009). Las etapas ejecutadas se exponen a continuación:

Primera etapa (Fundamentación teórica de la investigación): se seleccionó el objeto de estudio, para ello se consideró la importancia económica que el mismo tiene para las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. Se determinaron los métodos de investigación a emplear, se realizó la revisión y el análisis de las investigaciones precedentes, y se expuso la teoría básica necesaria para la modelación del proceso investigado. Se establecieron las características generales de las menas lateríticas y de las variables meteorológicas de interés para la investigación, y se analizó el proceso de secado natural como objeto de modelación matemática. Los aspectos anteriores, vistos de forma integrada, constituyen el marco teórico que sustenta la presente Tesis Doctoral.

Segunda etapa (Modelación matemática del objeto de estudio): se establecieron los modelos que permiten calcular los flujos de calor por radiación, convección y conducción; la radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de las pilas de minerales; la distribución de temperatura y humedad que experimenta el material durante el proceso; la velocidad de secado y la

humedad del mineral en la superficie de las pilas. Además se dedujeron los modelos del área de exposición y el volumen de las pilas con diferentes formas geométricas de su sección transversal.

Tercera etapa (Validación de los modelos teóricos): se realizaron pruebas de secado natural y se obtuvieron los valores experimentales de la humedad del material. Se implementaron los modelos matemáticos en una aplicación informática que permitió calcular los valores teóricos de la humedad, con los resultados experimentales y los teóricos obtenidos se validaron los modelos propuestos. El proceso de validación se realizó mediante la comparación de la humedad del material determinada experimentalmente con la humedad teórica calculada con los modelos para las mismas condiciones físicas en que se desarrolló el experimento. Se calculó el error relativo promedio y se verificó que el mismo no excediera el 10 %. Seguidamente, se comprobó que los modelos matemáticos establecidos, utilizados de forma integrada, describen apropiadamente el proceso de secado natural de las menas lateríticas.

Cuarta etapa (Implementación de los modelos): mediante la aplicación informática creada (SecSolar) se calcularon los parámetros fundamentales del proceso estudiado, se simuló la distribución de temperatura y humedad que experimenta el material y se identificó el mecanismo de movimiento de la humedad que predomina durante el proceso de secado natural de las menas lateríticas. Se desarrolló la optimización multicriterial de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas. Luego, se establecieron acciones científico-técnicas que contribuyen a perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. Además, se realizó una breve valoración de los beneficios económicos y los impactos ambientales asociados al secado natural de las menas lateríticas.

Finalmente, se exponen las conclusiones generales, las cuales recogen los principales resultados del trabajo; las recomendaciones, que constituyen punto de partida para futuras investigaciones relacionadas con la temática en cuestión; y los anexos, que complementan la información expuesta en la presente Tesis Doctoral.

1. MARCO TEÓRICO PARA LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS

**“Como mismo la naturaleza le reveló sus secretos a los hombres
del pasado; así mismo lo hará con los hombres del presente.
Solamente tienen que hacerse las preguntas correctas”.**

Albert Einstein

1. MARCO TEÓRICO PARA LA MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTCAS

1.1- Introducción

La modelación matemática del secado natural es una tarea compleja que depende de múltiples parámetros del proceso. Esta temática no ha sido suficientemente investigada para el caso de las menas lateríticas. Es por ello, que se requiere del estudio de las teorías de secado y los trabajos precedentes que pueden contribuir en el análisis y la solución del problema investigado.

El **objetivo** del presente capítulo es: exponer los fundamentos teóricos necesarios para la modelación matemática del proceso de secado natural de las menas lateríticas, a partir de la sistematización del conocimiento científico establecido en la literatura consultada.

1.2- Generalidades sobre los procesos de secado

El secado es uno de los procesos más empleados a nivel industrial en el mundo. Actualmente, una gran cantidad de materiales son secados por diversas razones: la preservación, la reducción de peso o volumen para el transporte, el mejoramiento de su estabilidad dimensional, o como una etapa más de su procesamiento industrial. A pesar de los criterios anteriores, todavía se desconocen muchos aspectos relacionados con las etapas y los mecanismos físicos de movimiento de la humedad implicados en el proceso de secado. Esto se debe, en buena medida, a la complejidad de la estructura de los materiales sometidos a secado, porque a nivel microscópico son muy irregulares y complejos (Hernández y Quinto, 3003b, 2005).

La importancia de los procesos de secado se puede apreciar a través de los estudios realizados por Strumillo *et al.* (1995) quienes estimaron que el 12 % del consumo mundial de energía a nivel industrial es destinado a los procesos de secado. Por otro lado, Retirado (2007) y Vinardell (2011) determinaron, basados en el análisis de los informes económicos anuales de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto, que en el secado convencional de las menas lateríticas se emplea alrededor del 20 % de la energía consumida en las mencionadas industrias metalúrgicas.

1.2.1- Mecanismos de movimiento de la humedad en los materiales porosos

Para explicar el traslado de la humedad en los materiales porosos, durante el proceso de secado, en la literatura científica se pueden encontrar referencias a diversos mecanismos de movimiento de la humedad (Hernández y Quinto, 2003a y b, 2005), ellos son:

- ✦ **Difusión líquida:** debido a los gradientes de concentración de humedad.
- ✦ **Difusión de vapor:** debido a los gradientes de presión parcial del vapor
- ✦ **Movimiento de líquido:** debido a las fuerzas capilares
- ✦ **Flujo de líquido o vapor:** debido a diferencias en la presión que existe en el interior de los poros y el agente secante.
- ✦ **Efusión:** se presenta cuando el camino libre medio de las moléculas de vapor es del orden del diámetro de los poros.
- ✦ **Movimiento de líquido:** debido a la gravedad.
- ✦ **Difusión superficial:** debido a los gradientes de concentración de humedad y de presión parcial del vapor que se generan en la superficie de secado.

De forma general, se considera que el mecanismo de flujo capilar es el que predomina durante el periodo de secado de velocidad constante, mientras que los mecanismos de condensación- evaporación y flujo de vapor corresponden al periodo de velocidad decreciente (Keey, 1980). El estudio de estos mecanismos, aplicados al análisis del proceso de secado, ha dado lugar a diferentes teorías de secado, cuya descripción es el objetivo principal del epígrafe siguiente.

1.2.2- Antecedentes y estado actual de las teorías de secado de materiales porosos

Los primeros intentos realizados para tratar de explicar el proceso de secado y los mecanismos que intervienen en el mismo datan de la primera década del siglo XX. Desde entonces, se han publicado en la literatura científica diversas teorías que buscan describir la forma en que se desarrolla el secado. A partir de estas teorías fueron establecidos múltiples modelos matemáticos generales.

La mayor parte de esos modelos se desarrollaron con base en el conocimiento empírico, por lo que estos solo son útiles para describir el secado de una manera muy general. Sin embargo, también se ha recurrido a los conocimientos que proporcionan la termodinámica, la mecánica de fluidos y la transferencia de calor, entre otras disciplinas científicas, para plantear ecuaciones matemáticas que describan el secado desde un punto de vista más formal (Hernández y Quinto, 2005). Las teorías actualmente usadas para explicar el proceso de secado de los materiales porosos son las que a continuación se describen.

En 1907 se enuncia la **teoría capilar** la cual refiere que durante el secado el transporte del líquido se produce a través de los intersticios y sobre la superficie del sólido debido a la atracción molecular entre el líquido y el sólido (Buckingham, 1907). Algunos investigadores han señalado que en el secado de sólidos granulares, el flujo de humedad es determinado totalmente por fuerzas capilares por lo que es independiente de la concentración de humedad. Sin embargo, se ha demostrado a través de experimentos, que el flujo de humedad puede ser en la dirección del incremento de la concentración si la fuerza conductora predominante es el gradiente de tensión.

La **teoría de difusión líquida** considera que el movimiento de la humedad durante el secado se debe únicamente a la difusión líquida, por lo que se puede representar con la Ley de Fick (Lewis, 1921), la referida ley ha sido resuelta considerando coeficientes de difusión constantes, medios isotrópicos y condiciones de frontera de primer orden. Esta teoría, en los últimos años, ha ganado preferencias entre los investigadores en el área de los alimentos y granos por los buenos resultados que se obtienen al utilizarla (Yang *et al.*, 2002; Wu *et al.*, 2004; Rafiee *et al.*, 2007, 2008).

Por su parte, la **teoría de condensación- evaporación** (o teoría de Henry) tiene en cuenta la difusión simultánea de calor y masa, asume que los poros forman una red continua de espacios incluidos en el sólido y que la cantidad de vapor varía de forma lineal con la concentración de vapor y la temperatura. Esta teoría considera además que el flujo capilar no es el único mecanismo de transporte de humedad presente al inicio del periodo de velocidad de secado decreciente, sino que también ocurre la transferencia de vapor por difusión (Henry, 1939).

Entre tanto, la **teoría de Philip y De Vries** considera que la humedad se desplaza tanto por difusión como por capilaridad (Philip y De Vries, 1957). Los investigadores derivaron las ecuaciones que describen la transferencia de calor y masa en materiales porosos bajo los gradientes combinados de temperatura y de humedad; y extendieron sus modelos para mostrar separadamente los efectos de los componentes isotérmicos y térmicos de la transferencia de vapor. La limitación de esta teoría radica en que los modelos matemáticos sólo se emplean en el primer periodo de secado, debido a que es en esta etapa del proceso donde se mantiene en el medio poroso una película de humedad continua, en el interior de los poros.

De forma análoga la **teoría de Krischer y Berger-Pei** establece que durante el secado la humedad puede migrar en el estado líquido por capilaridad y en el estado vapor por un gradiente de concentración de vapor (Krischer, 1963). Por su parte, Berger y Pei (1973) señalaron que las principales dificultades encontradas en el modelo de Krischer son la aplicación de la isoterma de sorción y el uso de las condiciones de frontera de primer tipo. Estos investigadores, a diferencia de Krischer (1963), emplearon las ecuaciones acopladas de la transferencia de calor y masa.

Las dos teorías anteriores, las enunciadas por Philip y De Vries y por Krischer y Berger-Pei, fueron los primeros intentos realizados para lograr un modelo general del proceso de secado, en donde se considera que la migración de la humedad se debe a más de un mecanismo físico.

La consideración de que los flujos debido a la difusión de vapor y líquida están conformados por dos partes: una debida al gradiente de concentración de humedad total y la otra debido al gradiente

de temperatura fue establecida en la **teoría de Likov** (Likov, 1966). Es una de las teorías más completa de las enunciadas hasta la actualidad para explicar el proceso de secado de los materiales porosos. Sin embargo, no ha sido completamente aceptada dado a que no existe consenso entre los investigadores en cuanto a la validez y el significado físico del potencial de transferencia de masa, introducido por primera vez por Likov en 1966.

Las ecuaciones de conservación para un volumen promedio del sólido a partir de las expresiones matemáticas de cada fase del proceso fueron establecidas en la **teoría de Whitaker** (Whitaker, 1977; Whitaker y Chou, 1983). La modelación general planteada no difiere sustancialmente de la establecida por Likov (1966), pero debido a que tiene un buen sustento físico y matemático, ha tenido aceptación entre los investigadores de la temática de secado, al grado de ser considerada como la mejor aproximación al estudio del secado en materiales porosos. Hoy día el modelo de Whitaker, aunque es casi imposible de resolver analíticamente, se considera el más completo y preciso para describir los fenómenos que ocurren durante el proceso de secado de un sólido poroso.

El modelo integral de la transferencia simultánea de calor y masa que considera todos los factores que intervienen en el proceso de secado está contenido en la **teoría de Kowalski-Strumillo** (Kowalski y Strumillo, 1997), el mismo implica serios problemas para resolverse analíticamente, es por ello que en uno de sus trabajos posteriores (Kowalski y Strumillo, 2001) sugirieron que podría establecerse un modelo más simple, con base en la termodinámica de los procesos irreversibles, como el desarrollado por Likov (1966), pero que tome en cuenta la transferencia de calor, de masa y la presencia de los efectos esfuerzo-deformación que tienen lugar durante el secado.

La incorporación de las ecuaciones de esfuerzo-deformación, a las de transferencia de calor y masa, constituye la novedad de esta teoría ya que con anterioridad casi todos los modelos de secado consideraban que el sólido no sufría deformaciones, lo que representa una simplificación que facilita la solución del sistema de ecuaciones diferenciales. La solución del sistema de ecuaciones generado permite conocer simultáneamente: la humedad, la temperatura, la deformación y el

esfuerzo en los materiales durante el proceso de secado. Esta teoría es relativamente reciente, sin embargo, constituye una de las aproximaciones más interesantes de las conocidas hasta hoy, para estudiar los fenómenos de esfuerzo-deformación de un sólido durante el secado.

Como se ha indicado en este epígrafe, existen varias teorías que explican el transporte de la humedad en medios porosos, para las cuales se han desarrollado diversos modelos generales. Sin embargo, los modelos de secado más difundidos actualmente son los que consideran la difusión simultánea de vapor y líquido (Henry, 1939; Philip y De Vries, 1957), los que se sustentan en la termodinámica de los procesos irreversibles (Likov, 1966; Whitaker, 1977; Whitaker y Chou, 1983) y los que se fundamentan en la transferencia simultánea de calor, masa y momentum (Kowalski y Strumillo, 1997, 2001), los restantes modelos de secado se utilizan en menor medida.

1.3- Investigaciones precedentes relacionadas con los procesos de secado

La modelación matemática del secado de materiales porosos utilizando aire caliente, implica la inclusión de fenómenos de transporte multifásicos acompañados por cambios de fase. El parámetro fundamental del proceso es la velocidad de secado, la que depende principalmente de la temperatura, velocidad y humedad del aire, el área interfacial por unidad de volumen, el espesor del lecho y la naturaleza intrínseca del material, que determinará si el mecanismo de transporte de la humedad en su interior es por difusión líquida, difusión de vapor, capilaridad, convección o transporte mixto (Thorpe, 1995; Jiménez, 1999).

Los modelos matemáticos más difundidos para el estudio de los procesos de transferencia de calor y masa consideran un equilibrio térmico local en cada punto del grano, originando modelos formados por ecuaciones diferenciales hiperbólicas (Thorpe y Whitaker, 1992). En la literatura científica se encuentran diversos modelos de la transferencia de calor y masa que ocurre en almacenes con lotes de granos (Muregesan y Seetharamu, 1996; Patiño-Palacios, 1996). Tales modelos se emplean con fines de investigación para el diseño de los procesos de secado (Jiménez, 1999).

1.3.1- Modelos matemáticos del proceso de secado solar

Montero (2005) realiza la modelación de un secadero solar híbrido para residuos biomásicos de la industria almazarera en España. Secaderos similares al estudiado por la investigadora han sido modelados en diversas publicaciones (Condorí et al, 2001; Adsten *et al.*, 2002; Torres-Reyes *et al.*, 2002; Bennamoun y Belhamri, 2003; Bahansawy y Shenana, 2004). En general, los autores se basan en la aplicación de balances de masa y energía en los diferentes elementos del sistema de secado. Otras investigaciones relacionadas con el análisis energético y la modelación de los procesos de secado desarrollados en secaderos solares directos, indirectos, mixtos, híbridos, activos, pasivos, y los de tipo túnel, cabina e invernadero se reportan en múltiples trabajos (Condorí y Saravia, 2003; Sogari y Saravia, 2003; Celma *et al.*, 2004; Jain, 2005, Ribeiro, 2005, Sacilik *et al.*, 2005; Murthy y Joshi, 2006; Chen, 2007). Los modelos obtenidos en estas publicaciones son satisfactorios para las aplicaciones para los cuales fueron creados.

Montoya y Jiménez (2006) muestran los resultados de un experimento de secado al aire libre de la especie de bambú *Guadua Angustifolia*, apoyados en los resultados experimentales plantearon diferentes modelos matemáticos (exponenciales, lineales, polinomiales y logarítmicos) para describir el comportamiento del contenido de humedad en función del tiempo de secado. Basado en el coeficiente de correlación propusieron el modelo exponencial para lograr el mejor ajuste a las curvas experimentales. Estudios similares se reportan en numerosas investigaciones (Qisheng *et al.*, 2002; Liese y Kumar, 2003).

Abdel-Rehim y Nagib (2007) exponen los modelos del secado solar de pulpa de bagazo utilizando aire por convección natural y forzada, emplearon como ecuación de balance para la convección natural la expresión reportada por Duffie y Beckman (1980), y para la convección forzada usaron una ecuación diferencial que relaciona los calores que intervienen en el proceso investigado.

En Cuba, el proceso de secado solar ha sido estudiado por múltiples investigadores (Griñán y Fonseca, 2003; Bergues *et al.*, 2006; Pacheco *et al.*, 2006; Leyva *et al.*, 2010). Sin embargo, estas

publicaciones no contienen los modelos matemáticos del secado natural de los materiales examinados, solo se circunscriben al análisis energético y termodinámico del proceso.

1.3.2- Secado natural de materiales

El secado natural o secado directo al sol es el proceso en el cual los materiales se exponen directamente a la radiación solar colocándolos sobre el suelo o en dispositivos específicos. Es uno de los usos más antiguos de la energía solar, siendo aún el proceso más utilizado en vías de desarrollo para el secado de productos agrícolas (Alvear *et al.*, 2002; Chiappero, 2002; Berruta, 2004; Doymaz, 2004, 2006). Es un procedimiento con bajo costo económico y ambiental que por sus perspectivas es muy utilizado e investigado a nivel mundial (Joshi *et al.*, 2004; Koyuncu *et al.*, 2004; Kavak *et al.*, 2005; Mohamed *et al.*, 2005; Mwithiga y Olwal, 2005; Restrepo y Burbano, 2005; Telis-Romero *et al.*, 2005; Tunde-Akitunde *et al.*, 2005; Gógüs y Mascan, 2006; Ocampo, 2006; Cortez *et al.*, 2008). En el ámbito nacional, su empleo abarca a las industrias alimenticia, cafetalera, maderera y niquelífera. En esta última, se han desarrollado diversas investigaciones con la finalidad de implementarlo de forma permanente y eficiente.

1.3.3- Secado natural de las menas lateríticas

Se conoce de la práctica internacional, fundamentalmente en Brasil, Filipinas, Francia y Australia que el manejo reiterado de las menas lateríticas en los depósitos de secado solar a la intemperie influye positivamente en la homogenización del material y en la reducción de su contenido de humedad (Estenoz, 2001; Estenoz *et al.*, 2005, 2007a, b y c; Serrano, 2009).

En Cuba, el secado natural de los minerales lateríticos se implementa en las empresas “Comandante Ernesto Che Guevara” y “Comandante René Ramos Latour”. Actualmente, las menas lateríticas se someten al secado natural en pilas (con secciones transversales triangulares) para lograr un mejor aprovechamiento de la superficie horizontal disponible para el secado y, además, para facilitar el drenaje del agua en caso de que ocurran abundantes precipitaciones (Figura 1.1). Estas pilas son

espaciadas para realizar la remoción del material durante el secado y para posibilitar su evacuación y transportación una vez concluido el proceso.

A pesar de las medidas que se toman para favorecer la implementación del proceso, en la actualidad, la tecnología de secado natural empleada presenta algunas limitaciones que dificultan la obtención de eficiencias racionales en la implementación del mismo (ver Introducción, página 2).



Figura 1.1. Implementación del proceso de secado natural de las menas lateríticas en Moa.

Fuente: Espinosa y Pérez, 2010b.

El secado natural de las menas lateríticas se ha implementado como alternativa para racionalizar el proceso tecnológico de obtención de níquel (Estenoz *et al.*, 2004, 2005, 2006, 2007a; Retirado, 2007, 2010). Sin embargo, la implementación se ha basado en la experiencia práctica y en algunos estudios empíricos, sin considerar la evaluación rigurosa de los procesos de transferencia de calor y masa que inciden en el proceso, en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

Estudios empírico-teóricos realizados con menas lateríticas en los yacimientos de Moa y Pinares de Mayarí evidencian que con el secado natural solo es posible evaporar la humedad ligada mecánicamente al material debido a los bajos regímenes de temperatura que se generan y establecen que la humedad del mineral varía en función de las variables climatológicas (Retirado, 2007; Retirado *et al.*, 2007). Otros estudios teórico-experimentales han permitido establecer los modelos estadísticos que relacionan la humedad con las variables anteriormente expuestas, así como la relación existente entre la adherencia de las menas, la humedad, la granulometría y el ángulo de inclinación de la superficie de contacto (Retirado *et al.*, 2008, 2009).

Las investigaciones relacionadas con el secado natural de las menas lateríticas han tomado dos direcciones, una hacia los criterios tecnológicos y mineralógicos que influyen en la eficiencia y homogenización durante el secado (Estenoz *et al.*, 2007b, 2008) y otra destinada al estudio experimental de la desorción de la humedad, en correspondencia con las diferentes variables climatológicas que intervienen en el secado natural (Retirado *et al.*, 2007, 2008; Retirado, 2010).

Como se observa, existe diversidad en cuanto a las publicaciones relacionadas con el secado de materiales. En las investigaciones consultadas se estudian diferentes aspectos del proceso, sin embargo, del análisis y la sistematización de estas se derivan las siguientes **consideraciones**:

- ✦ La literatura clásica especializada en la temática de secado no contiene los modelos matemáticos apropiados para la descripción del proceso de secado natural de las menas lateríticas. Por cuanto, los modelos de secado actualmente usados no posibilitan el cálculo de los parámetros fundamentales del proceso en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.
- ✦ Los modelos matemáticos establecidos para el secado convencional y solar de los materiales investigados no pueden ser generalizados al proceso de secado natural de las menas lateríticas, debido a que esos modelos caracterizan a condiciones de secado y mecanismos físicos de la transferencia de calor y masa que difieren de los encontrados en el proceso objeto de estudio.

1.4- Teoría básica necesaria para la modelación matemática del proceso de secado natural

La desorción de la humedad de los materiales expuestos a secado está influenciada por diversos parámetros los cuales deben ser considerados en el análisis matemático del proceso (Babilis y Belessiotis, 2004; Cardoso *et al.*, 2004; Simal *et al.*, 2005; Javaherdeh *et al.*, 2006; Nogales *et al.*, 2006; Sandoval *et al.*, 2006; Cota, 2006, 2007). A continuación, se exponen algunos de los parámetros más importantes a considerar en la modelación matemática del secado natural.

1.4.1- Contenido de humedad del material

Es el factor de mayor influencia en la velocidad de secado, que afecta en general a todos los *ratios* de secado. La cantidad de humedad presente en un material (contenido de humedad) puede ser expresada en base húmeda o en base seca, e indicada en % o *kg/kg* (Corvalan *et al.*, 1995; Balladin *et al.*, 1996; Correa y Da Silva, 2005). El contenido de humedad en base húmeda (H_{bh}), definido como el peso del agua presente en el producto por unidad de peso del material sin secar, viene dado por la expresión 1.1. De igual manera, el contenido de humedad en base seca (H_{bs}), definido como el peso del agua presente en el producto por unidad de peso del material seco, se calcula por la expresión 1.2 (Martínez-Pinillos, 1997; Pavez *et al.*, 2000).

$$H_{bh} = \frac{m_h}{m_0} = \frac{m_0 - m_s}{m_0} \quad (1.1)$$

$$H_{bs} = \frac{m_h}{m_s} = \frac{m_0 - m_s}{m_s} \quad (1.2)$$

Donde:

H_{bh} y H_{bs} : humedad del material en base húmeda y seca, respectivamente; *kg/kg*.

m_h : cantidad de agua en el material húmedo; *kg*.

m_0 : masa inicial de material sin secar; *kg*.

m_s : masa de la materia seca en el producto; *kg*.

Las humedades, expresadas en % y *kg/kg*, se relacionan mediante las expresiones 1.3 y 1.4.

$$H^* = \frac{100 \cdot H}{1 + H} \quad (1.3)$$

$$H = \frac{H^*}{100 - H^*} \quad (1.4)$$

Donde:

H^* y H : humedad del material; % y kg/kg.

La relación entre H_{bh} y H_{bs} se expresa a través de las expresiones 1.5 y 1.6.

$$H_{bh} = 1 - \left(\frac{1}{H_{bs} + 1} \right) \quad (1.5)$$

$$H_{bs} = \left(\frac{1}{1 - H_{bh}} \right) - 1 \quad (1.6)$$

Habitualmente, en ensayos de secado donde el producto se va pesando de forma regular se dispone de un registro de pérdida de peso, el contenido de humedad instantáneo para cualquier tiempo τ , en base húmeda [$H_{bh}(\tau)$] o seca [$H_{bs}(\tau)$], se obtiene mediante las expresiones 1.7 y 1.8.

$$H_{bh}(\tau) = 1 - \left[\frac{(1 - H_{0bh}) \cdot m_0}{m(\tau)} \right] \quad (1.7)$$

$$H_{bs}(\tau) = \left[\frac{(1 + H_{0bs}) \cdot m_0}{m(\tau)} \right] - 1 \quad (1.8)$$

Donde:

$H_{bh}(\tau)$ y $H_{bs}(\tau)$: humedad instantánea en base húmeda y seca; kg/kg

H_{0bh} y H_{0bs} : humedad inicial en base húmeda y seca; kg/kg.

$m(\tau)$: masa del material en el tiempo τ ; kg.

1.4.2- Ratio de humedad

El *ratio* de humedad se calcula por la expresión 1.9. Sin embargo, es habitual en las aplicaciones de secado despreciar el contenido de humedad de equilibrio (H_e), ya que la humedad relativa del aire

fluctúa continuamente durante el proceso, y por tanto H_e es un parámetro difícil de determinar en la práctica (Romero y Kieckbush, 2003; Togrul y Pehlivan, 2004; Montero, 2005). De esta manera, el *ratio* de humedad que se utiliza comúnmente es el que se determina a través de la expresión 1.10.

$$R_H = \frac{H(\tau) - H_e}{H_0 - H_e} \quad (1.9)$$

$$R_H = \frac{H(\tau)}{H_0} \quad (1.10)$$

Donde:

R_H : *ratio* de humedad; adimensional.

$H(\tau)$: humedad del material en cada instante de tiempo τ ; kg/kg.

H_e : humedad de equilibrio del material; kg/kg.

H_0 : humedad inicial del material; kg/kg.

1.4.3- Requerimiento térmico del proceso de secado

El requerimiento térmico que se necesita para secar un material se denomina calor latente de vaporización (Montero, 2005). En el agua libre, a presión constante, depende exclusivamente de la temperatura. Su valor en función del mencionado parámetro se puede determinar por la ecuación empírica 1.11 (Giner y Gely, 2005). Esta ecuación tiene una precisión adecuada porque cuando se calcula con la misma, para el intervalo de temperatura entre 20 y 100 °C, se incurre en un relativo promedio de 0,6 %, respecto a los resultados reportados por Vukalovitch (1978).

$$\lambda = \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)] \quad (1.11)$$

Donde:

λ : calor latente de vaporización del agua; J/kg.

R : constante de los gases (8 314); J/kmol·K.

M_{ag} : peso molecular del agua (18,01); kg/kmol.

C_{S1} y C_{S2} : constantes cuyo valores son 6 547,1 y 4,23 (Giner y Gely, 2005); adimensionales.

T_{ag} : temperatura del agua; °C.

Si el agua no está libre, el calor latente es mayor y los factores de los que depende son: el tipo de producto, su humedad y la temperatura. La variación del parámetro respecto a los factores antes señalados ha sido estudiada por diversos autores para diferentes materiales (Corvalan *et al.*, 1995; Ekechukwu y Norton, 1999; Maldonado y Pacheco, 2003; Aviara *et al.*, 2004; Giner y Gely, 2005). Por otro lado, si el ambiente en el que se encuentra el material tiene una humedad relativa mayor que la actividad de agua que le corresponde a su contenido de humedad, el producto absorbe humedad. Por lo tanto, para secar el material no basta con suministrar calor, sino que es necesario que la humedad relativa del ambiente en el que se encuentra sea lo suficientemente baja (López *et al.*, 2000; Mujumdar, 2000; Park *et al.*, 2002; Chemkhi *et al.*, 2004; Arslan y Togrul, 2005).

1.4.4- Régimen de secado

Para cualquier material cuyo proceso de secado transcurra completamente dentro del *periodo de velocidad de secado constante*, el régimen de secado puede ser determinado por la expresión 1.12. La misma ha sido reportada en diferentes fuentes bibliográficas especializadas en la temática del secado (Cabrera y Gandon, 1983; Treybal, 1985; Kasatkin, 1987; Boizán, 1991).

$$N = N_C = -\frac{m_s}{A} \left(\frac{dH}{d\tau} \right) = k_y \cdot (Y_s - Y) \quad (1.12)$$

Siendo:

$$m_s = \frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \quad (1.13)$$

Donde:

N : régimen de secado; $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$.

N_C : régimen de secado en el periodo de velocidad constante; $\text{kg/m}^2 \cdot \text{s}$.

A: área donde se lleva a cabo la evaporación (área de exposición para el proceso investigado); m².

$dH/d\tau$: velocidad de secado; kg/kg·s.

τ : tiempo de secado; s.

k_y : coeficiente de transferencia de masa gaseosa; kg/m²·s.

Y_s : humedad del aire en la superficie del líquido; kg/kg.

Y : humedad del aire en la corriente principal; kg/kg.

Para calcular el régimen de secado de un material en el *periodo de velocidad de secado decreciente*, la práctica más empleada según las investigaciones consultadas (Cabrera y Gandon, 1983; Treybal, 1985; Kasatkin, 1987; Rudenko y Shemajanov, 1989; Boizán, 1991) es la que considera el comportamiento de la curva de velocidad de secado como una línea recta, la cual puede ser representada según la expresión 1.14.

$$N = N_D = \frac{N_C \cdot [H(\tau) - H_e]}{H_c - H_e} = k_2 \cdot [H(\tau) - H_e] \quad (1.14)$$

Donde:

N_D : régimen de secado en el periodo de velocidad decreciente; kg/m²·s.

H_c : humedad del material al finalizar el régimen de velocidad de secado constante; kg/kg.

k_2 : coeficiente de secado para el segundo periodo; kg/m²·s.

1.4.5- *Ratio de secado*

Cuando el material que debe secarse se pesa a intervalos predefinidos, puede trazarse la curva *contenido de humedad vs. tiempo de secado*. Al diferenciar la referida curva, se obtiene una información muy importante: la velocidad de secado en función del tiempo de operación o *ratio* de secado (R_S). La velocidad de secado puede calcularse mediante la expresión 1.15 (Montoya y Orozco, 2005; Prasad y Vijay, 2005; Kulasiri y Woodhead, 2005).

$$R_S = -\frac{dH}{d\tau} = \frac{H(\tau + d\tau) - H(\tau)}{d\tau} \quad (1.15)$$

Donde:

R_S : *ratio* de secado; kg/kg·s.

dH : variación de humedad del material; kg/kg.

$d\tau$: variación de tiempo; s.

$H(\tau+d\tau)$: humedad del material medida en el instante $\tau+d\tau$, kg/kg.

1.4.6- Propiedades termofísicas del aire que influyen en el proceso de secado natural

Las mismas son necesarias para el cálculo del intercambio de calor y masa durante el proceso de secado solar de los materiales almacenados a la intemperie, pueden ser calculadas mediante las ecuaciones 1-8 del Anexo 2 (Montero, 2005). Las referidas ecuaciones han sido validadas en diversas regiones del mundo y utilizadas con éxito en múltiples investigaciones precedentes relacionadas con el secado solar de diferentes materiales (Jain y Tiwari, 2003, 2004; Tiwari *et al.*, 2004; Kumar y Tiwari, 2006; Tiwari y Sarkar, 2006; Vinardell, 2011).

1.5- Características generales de las menas lateríticas utilizadas en la industria del níquel

1.5.1- Composición química, granulométrica y mineralógica

Las menas lateríticas empleadas en el proceso productivo (menas objeto de secado natural) están compuestas por materiales esencialmente ferrosos, con elevados contenidos promedios de Fe_2O_3 que, en general, varían entre 67,79 y 71,74 % (Retirado, 2007; Retirado *et al.*, 2007).

Por su parte, Sierra (2010) reporta que la granulometría predominantemente oscila entre 0 y 50 mm que representa el 80,72 % del peso total de las muestras, con humedades (en base húmeda) comprendidas entre 34 y 38 %, lo anterior concuerda con los resultados obtenidos por diferentes investigadores para los perfiles lateríticos de los yacimientos niquelíferos cubanos (Almaguer y Zamarsky, 1993; Almaguer, 1995, 1996a, 1996b; Rojas *et al.*, 2007; Sierra, 2007).

La composición mineralógica evidenció el predominio de la Goethita, la que oscila entre 64,58 y 70,68 %, como promedio. En este aspecto coinciden varios autores que han realizados estudios

relacionados con la mineralogía del material en cuestión (Oliveira *et al.*, 2001; Rojas, 2001; Rojas *et al.*, 2005a y b; Agyei *et al.*, 2009a y b; Rojas *et al.*, 2012).

1.5.2- Propiedades termofísicas que influyen en el proceso de secado natural

En la modelación del secado natural se deben considerar las propiedades termofísicas del material que influyen en el proceso. En la Tabla 1.1 se relacionan los valores usados en la simulación y la optimización de los parámetros fundamentales del secado natural de las menas lateríticas.

La *conductividad térmica* (k) de las menas lateríticas procesadas en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto varía desde 0,11 W/m · °C para la temperatura ambiente hasta 0,17 W/m · °C para la temperatura de 700 °C y su *calor específico a presión constante* (C_p) en el referido intervalo de temperatura puede asumirse constante e igual a 970 J/kg · °C (Page *et al.*, 1998).

La *densidad real* (ρ) se determinó en el laboratorio analítico del Centro de Desarrollo de Investigaciones del Níquel, mediante el método pignométrico (Mitrofánov *et al.*, 1982). El valor promedio después del procesamiento estadístico de los resultados fue de 3 726 kg/m³, siendo sus valores mínimo y máximo iguales a 3 673 y 3 771 kg/m³. El valor promedio de la *densidad aparente* fue de 1 100,4 kg/m³ y la oscilación estuvo entre 1 084 y 1 122 kg/m³ (Vinardell, 2011).

La *difusividad térmica* (α) se calcula mediante la expresión 6 del Anexo 2, para ello se utilizan los valores de k , C_p y ρ declarados en la Tabla 1.1. La *emisividad* (ε) y la *absortividad solar* (α_s) se asumen de acuerdo con las recomendaciones expuestas en la literatura especializada en la transferencia de calor (Mijeeva y Mijeev, 1991; Bejan y Kraus, 2003; Incropera y De Witt, 2003).

Tabla 1.1. Valores de las propiedades termofísicas usados en la simulación y la optimización*.

k (W/m · °C)	C_p (J/kg · °C)	ρ (kg/m ³)	α (m ² /s)	ε (adimensional)	α_s (adimensional)
0,11	970	3 726	304,353 · 10 ⁻⁶	0,93	0,63

*Los valores mostrados en la Tabla 1.1 corresponden a una temperatura de aproximadamente 300 K.

1.5.3- Evaporación de la humedad no estructural contenida en las menas lateríticas

Para comprobar en qué medida puede ser evaporada la humedad no estructural que se encuentra enlazada al material se aplicaron las técnicas de ensayos térmicos, para ello se emplearon muestras de los perfiles lateríticos L-48 y M-47 del yacimiento Punta Gorda y el equipamiento cuyas características técnicas se exponen en el Anexo 3. Los termogramas de las muestras de los horizontes superiores (Figuras 1 y 2 del Anexo 3) exponen tres picos endotérmicos notables: el primero, alrededor de los 65 °C, producto de la pérdida del agua no estructural. El segundo, entre los 290 y 320 °C, atribuible a la deshidroxilación de la Goethita que es la fase mineralógica predominante y el tercero, entre los 450 y 480 °C, debido a la oxidación de la fase de Manganeso.

El comportamiento térmico representado en la Figura 3 del Anexo 3 refleja el pico endotérmico a los 69 °C ya conocido, atribuible a la pérdida de agua no estructural, la muestra MN5, expone el endotérmico próximo a los 294 °C, al presentar cierta cantidad de Goethita. Además, se observa otro pico endotérmico próximo a los 645 °C atribuible a la deshidroxilación de la Lizardita. El pico endotérmico a los 714 y 721 °C se explica por la presencia del Piroxeno Enstatita. El pico exotérmico a los 827 °C se debe a la recristalización del mineral refractario. Resultados similares para el referido pico exotérmico se ilustran en la Figura 4 del Anexo 3.

El estudio térmico de las menas lateríticas evidencia, en general, que la composición mineralógica no tiene una influencia significativa en el secado natural. Los termogramas en ambos perfiles para los dos horizontes (superiores e inferiores) exponen un pico endotérmico alrededor de los 65 °C, típico de la pérdida del agua no estructural lo que evidencia una alta humedad en las menas. Resultados análogos fueron obtenidos por otros investigadores en yacimientos cubanos con características similares (Rojas *et al.*, 2005a, 2012).

Por otra parte, para las muestras estudiadas se comprueba que con el secado a temperaturas inferiores a 100 °C solo se puede extraer el agua no estructural (humedad enlazada de forma físico-mecánica), como ha sido reportado por Rebinder (1979) y Kasatkin (1987). Esto confirma que con

el secado solar natural sólo se elimina parcialmente la humedad que se encuentra ligada al material de forma físico-mecánica (Vega *et al.*, 2005; Montoya *et al.*, 2007; Retirado *et al.*, 2007).

También se infiere que para las muestras de los horizontes inferiores (Figuras 3 y 4 del Anexo 3) se produce un cambio de estructura en los minerales que componen las menas lateríticas, que se refleja en el pico exotérmico a temperaturas entre 820 y 830 °C producto de la recristalización del mineral refractario, estos resultados indican que el secado convencional del material a temperaturas superiores a 820 °C por un tiempo prolongado puede ser perjudicial para la extracción de los metales útiles en el proceso metalúrgico, lo anterior evidencia la importancia que tiene la reducción de la humedad del material a través del secado natural previo. A este aspecto se han referido con anterioridad otros investigadores (Estenoz y Espinosa, 2003; Aldana *et al.*, 2004; Retirado, 2007).

1.6- Breve caracterización de las variables meteorológicas en la región de Moa

Según el estudio realizado por la División América de la empresa especializada en auditorías ambientales CESIGMA S.A. (CESIGMA S.A., 2004), la región de Moa donde se encuentra el patio de secado solar de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” presenta un clima tropical con una distribución estacional irregular de las precipitaciones, determinada por una significativa disminución de las mismas dentro del período lluvioso y una tendencia general a la ocurrencia de lánimas máximas al final del mismo. Presenta dos máximos; uno principal en octubre-noviembre y otro secundario en mayo-junio, de igual manera, presenta dos mínimos; uno en febrero-marzo y otro en julio-agosto. La cantidad de días al año con lluvias mayor que 1 mm es superior a 100, el promedio anual de precipitaciones alcanza los 2 000 mm y la evaporación se acerca a los 1 600 mm. La combinación de la máxima evaporación con el mínimo de precipitaciones en el verano y el mínimo de evaporación con el máximo de precipitaciones en el invierno producen un resecaimiento intenso en el verano y un exceso de humedad en el invierno.

La temperatura media anual es 27 °C, en verano fluctúa entre 30 y 32 °C con máximas que oscilan entre 34 y 36 °C y en invierno varía entre 14 y 26 °C con mínimas alrededor de los 12 °C. La

insolación es prácticamente constante todo el año, siendo la frecuencia de días despejados en el período seco de 60 días/año y la insolación anual es mayor que 2 900 horas luz. La radiación solar incidente sobre la superficie media anual es de 17 MJ/m^2 (suma diaria). La humedad relativa media anual para las 7:30 horas es de 85 a 90 % y para las 13:00 horas está entre 70 y 75 %.

El régimen eólico refleja la ocurrencia mayoritaria de los vientos alisios reforzados por las brisas marinas, y contrarrestados por el terral. Los vientos soplan sobre la zona oriental procedentes del NE en los meses de octubre-enero; del ENE, durante febrero-mayo; y del Este, en junio-septiembre. La velocidad promedio de la brisa es en general de 1,4 a 4,1 m/s y mantiene una frecuencia de 180 días al año. Se puede afirmar que el viento reinante en la zona es la combinación alisios-brisa marina con una frecuencia mayor que el 64 %. Generalmente el viento reinante es el de mayor velocidad promedio anual, que en la zona del patio de secado es de 3,9 a 4,4 m/s.

Como se infiere de las características ante expuestas existen ocho meses del año (diciembre-abril y julio-septiembre) donde las precipitaciones son moderadas. En el período se destacan los meses de verano donde existe una marcada disminución de las mismas, lo que conjugado con los altos regímenes de radiación solar provoca la máxima evaporación de la humedad.

1.7- Análisis del proceso de secado natural como objeto de modelación matemática

Durante el proceso de secado natural el material está expuesto directamente a la radiación solar, al aire y a otras condiciones ambientales, siendo los requerimientos energéticos de la operación suministrados, fundamentalmente, por la energía solar (Montero, 2005).

Como se ilustra en la Figura 1.2 una parte de la radiación de onda corta incidente del sol es absorbida por el material y la otra parte es reflejada. Una fracción de la radiación absorbida y el aire caliente que circula sobre el material provoca el calentamiento superficial del mismo, lo que da lugar a la propagación de calor al interior (consiguiéndose la variación de la energía interna del material) y a la evaporación de la humedad superficial, de esta forma se logra la desecación del producto. La otra fracción de la radiación se pierde por la transmisión de onda larga al ambiente.

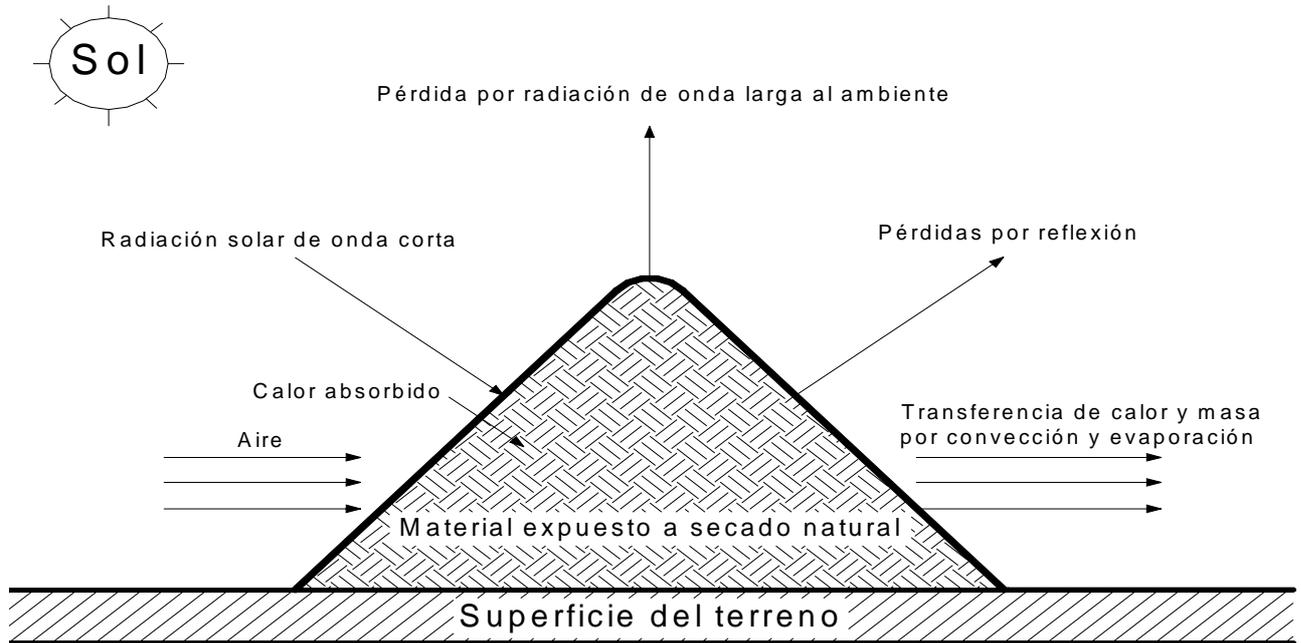


Figura 1.2. Esquema estructural del secado natural de los materiales almacenados en forma de pila.

Fuente: Montero, 2005.

Al considerar los criterios anteriores, se puede establecer la expresión general 1.16 para el balance de energía y la modelación matemática de la velocidad de secado en la superficie de las pilas.

$$\sum q_e = \sum q_s \quad (1.16)$$

Donde:

q_e y q_s : calores que entran a la superficie de secado y que salen de la superficie de secado; W/m^2 .

Al particularizar los términos de la ecuación general del balance de energía (ecuación 1.16) al proceso de secado natural de las menas lateríticas resulta que:

$$\sum q_e = q_{Rad} \pm q_{Conv} \text{ [se utilizan los signos + y - para } T_a > T_s \text{ y } T_a < T_s, \text{ respectivamente]} \quad (1.17)$$

$$\sum q_s = q_{Cond} + N \cdot \lambda \quad (1.18)$$

Donde:

q_{Rad} : calor por radiación que se aprovecha en el secado natural de las menas lateríticas; W/m^2 .

q_{Conv} : calor por convección que intercambian la superficie de la pila de minerales y el aire; W/m^2 .

q_{Cond} : calor por conducción transferido hacia el interior de la pila de minerales; W/m^2 .

$N \cdot \lambda$: calor de evaporación; W/m^2 .

En el proceso investigado se considera que $\Sigma q_g = \Sigma q_a = 0$ porque se trata de un balance de energía en la superficie de secado de la pila (en la superficie de control) y para este caso los términos de generación y almacenamiento de energía no son relevantes (Incropera y De Witt, 1999, 2003).

Al sustituir las expresiones 1.17 y 1.18 en la 1.16 se obtiene la ecuación para el balance de energía, particularizada al proceso investigado (1.19). En la misma, se desprecian las pérdidas de calor por radiación de onda larga al ambiente y por conducción hacia el terreno. Esto se debe, a que se considera que el material es opaco y mal conductor del calor, por tanto, los procesos de absorción, reflexión y conducción se pueden tratar como fenómenos superficiales (Incropera y De Witt, 2003).

$$q_{Rad} \pm q_{Conv} = q_{Cond} + N \cdot \lambda \quad (1.19)$$

En las publicaciones consultadas se reportan trabajos relacionados con el proceso de secado solar de múltiples materiales (Phoungchandang y Woods, 2000; Türk, 2003; Gigler *et al.*, 2004; Touré y Kibangu-Hkembo, 2004; Vega *et al.*, 2006). Sin embargo, solo se dispone de estudios aislados para las menas lateríticas y ninguno de ellos aborda la modelación matemática del secado natural para el material en cuestión.

1.8- Conclusiones del capítulo 1

- ✦ La literatura científica contiene un soporte matemático satisfactorio para la modelación de los procesos de secado, pero las simplificaciones realizadas para resolver las situaciones físicas particulares no dan solución al problema de la inexistencia de modelos apropiados para la descripción del secado natural de las menas lateríticas.
- ✦ En las investigaciones precedentes se exponen los aspectos teóricos y las metodologías generales para el análisis de la transferencia de calor y masa en los procesos de secado. Sin embargo, las publicaciones consultadas no contienen un procedimiento de cálculo que posibilite la determinación de los parámetros fundamentales del secado natural de las menas lateríticas.

2. MODELACIÓN DE LOS PARÁMETROS FUNDAMENTALES DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS

“La matemática es el arma con que cuenta el hombre para desentrañar los secretos de la naturaleza”.

Albert Einstein

2. MODELACIÓN DE LOS PARÁMETROS FUNDAMENTALES DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS

2.1- Introducción

El secado natural de los materiales almacenados en pilas a la intemperie depende de diversos parámetros fundamentales los cuales deben ser considerados en la modelación matemática del proceso. El establecimiento de los modelos que describen el proceso de secado natural de las menas lateríticas resulta novedoso debido, entre otros aspectos, a las múltiples situaciones físicas que se presentan durante su implementación en las empresas cubanas productoras de níquel.

El **objetivo** del presente capítulo es: establecer los modelos matemáticos de los flujos de calor transferidos; la radiación solar que incide en la superficie de la pila; la temperatura y humedad de las menas lateríticas en la superficie de secado; la distribución de temperatura y humedad que experimenta el material; la velocidad de secado; el área de exposición y el volumen de las pilas.

2.2- Modelos de los flujos de calor transferidos durante el proceso de secado natural

2.2.1- Modelo del flujo de calor por radiación

Para determinar el flujo de calor por radiación que recibe la pila de menas lateríticas se realiza el balance de energía en la superficie de secado de la misma y se obtiene la expresión 2.1.

$$q_{Rad} = \alpha_c \cdot G_c + \alpha_s \cdot I(\varphi, \psi) - \vartheta \cdot I(\varphi, \psi) = \alpha_c \cdot G_c + (\alpha_s - \vartheta) \cdot I(\varphi, \psi) \quad (2.1)$$

Donde:

α_c : absortividad del cielo; adimensional.

G_c : irradiación del cielo; W/m^2 .

$I(\varphi, \psi)$: radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de la pila; W/m^2 .

φ : inclinación de la superficie de la pila respecto al plano horizontal; grados sexagesimales.

ψ : orientación de la superficie de la pila respecto al eje norte-sur; grados sexagesimales.

ρ : reflectividad de las menas lateríticas; adimensional.

La irradiación del cielo debido a la emisión atmosférica se calcula por la expresión 2.2 (Anderson, 1982; Duffie y Beckman, 1991).

$$G_c = \sigma \cdot T_{cielo}^4 \quad (2.2)$$

Donde:

σ : constante de Stefan-Boltzman ($5,67 \cdot 10^{-8}$); $W/m^2 \cdot K^4$.

T_{cielo} : temperatura efectiva del cielo; K.

El valor de la temperatura efectiva del cielo depende de las condiciones atmosféricas, el mismo varía desde $230 K$ para un cielo claro y frío hasta $285 K$ aproximadamente, para condiciones nubladas y calientes (Howell *et al.*, 1982). Esta temperatura puede ser estimada en función de la temperatura del aire (T_a), a través de la expresión 2.3 (Duffie y Beckman, 1980, 1991).

$$T_{cielo} = 0,0552 \cdot T_a^{1,5} \quad [\text{en esta expresión } T_a \text{ se expresa en K}] \quad (2.3)$$

2.2.1.1- Modelo de la radiación solar que incide en la superficie de la pila

Como consecuencia de las diferentes regiones y composición de la atmósfera, no toda la energía extraterrestre llega a la superficie de la tierra, modificándose su naturaleza, y sobre todo, su componente direccional. La radiación global que incide sobre una superficie inclinada en la tierra consta de tres componentes, y se calcula por la expresión 2.4 (Luboschik y Schalajda, 1990).

$$I_G = I_B + I_D + I_R \quad (2.4)$$

Donde:

I_G, I_B, I_D y I_R : radiación global, directa, difusa y reflejada, respectivamente; W/m^2 .

Si se conoce la radiación global sobre una superficie horizontal en sus dos componentes, directa y difusa, existen varios métodos y modelos matemáticos para determinar la radiación global sobre una superficie inclinada (Corvalan *et al.*, 1995), uno de ellos es el establecido por Alaiz (1981), en el cual es necesario determinar la irradiación solar extraterrestre sobre una superficie horizontal (I_0), para ello se emplea la expresión 2.5. Al analizar de forma integrada las ecuaciones 2.5-2.9 se infiere que en una latitud dada para cada día del año y a cada hora solar le corresponde un valor diferente de I_0 .

$$I_0 = I_S \cdot \cos(\phi) \equiv I_S \cdot \text{sen}(h_s) \quad (2.5)$$

Siendo:

$$I_S = I_{CS} \cdot \left[1 + 0,033 \cdot \cos\left(\frac{360 \cdot n_d}{365,25}\right) \right] \quad (2.6)$$

$$\cos(\phi) = \text{sen}(l_a) \cdot \text{sen}(\delta_s) + \cos(l_a) \cdot \cos(\delta_s) \cdot \cos(w_h) \equiv \text{sen}(h_s) \quad (2.7)$$

$$\delta_s = 23,45 \cdot \text{sen}\left[360 \frac{(284 + n_d)}{365}\right] \quad (2.8)$$

$$w_h = n_h \cdot 15^\circ \quad (2.9)$$

Donde:

I_0 : irradiancia extraterrestre horaria en la superficie horizontal; W/m^2 .

I_S : irradiancia solar extraterrestre normal a la radiación; W/m^2 .

ϕ : ángulo de incidencia; grados sexagesimales.

h_s : altura solar; grados sexagesimales.

I_{CS} : constante solar, su valor más aceptado es 1 367 (Duffie y Beckman, 1980, 1991); W/m^2

n_d : número del día del año (siendo $n_d = 1$ para el 1ro de enero); adimensional.

l_a : latitud; grados sexagesimales.

δ_s : declinación solar; grados sexagesimales.

w_h : ángulo horario; grados sexagesimales.

n_h : número de horas antes o después del mediodía solar; adimensional.

La declinación solar varía entre 23,45 y -23,45 grados desde el solsticio de verano al solsticio de invierno. Para el cálculo del ángulo horario se considera que a cada hora le corresponde una distancia de 15 grados (Duffie y Beckman, 1980, 1991; Montero, 2005). En la Tabla 2.1 se muestra el valor de dicho ángulo para cada hora en el hemisferio norte.

Tabla 2.1. Variación diaria del ángulo horario en el hemisferio norte.

	Hora del día												
Parámetros ↓	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
n_h (adimensional)	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6
w_h (grados)	-90	-75	-60	-45	-30	-15	0	+15	+30	+45	+60	+75	+90

Por su parte, la altura de culminación h_c , la hora de salida y puesta del sol w_s y el número de horas de sol T_d (orto y ocaso solar o duración del día) para cada día del año se calculan por las expresiones 2.10; 2.11 y 2.12, respectivamente (McQuiston *et al.*, 2008).

$$h_c = 90 - |l_a - \delta_s| \quad (2.10)$$

$$w_s = \arccos[-\tan(\delta_s) \cdot \tan(l_a)] \quad (2.11)$$

$$T_d = \frac{2}{15} \cdot w_s = \frac{2}{15} \cdot \arccos[-\tan(\delta_s) \cdot \tan(l_a)] \quad (2.12)$$

Donde:

h_c : altura de culminación; grados sexagesimales.

w_s : hora de salida y puesta de sol; adimensional.

T_d : número de horas de sol; adimensional.

Para calcular las componentes directa (I_B) y difusa (I_D) de la radiación incidente sobre la superficie horizontal (I_H) es necesario utilizar una serie de correlaciones. Se definen entonces, los coeficientes k_T , k_B y k_D , los mismos se calculan por las expresiones 2.13; 2.14 y 2.15 (Alaiz, 1981; Duffie y Beckman, 1980, 1991).

$$k_T = \frac{I_H}{I_0} = \frac{I_H}{I_{CS} \cdot \left[1 + 0,033 \cdot \cos\left(\frac{360 \cdot n_d}{365,25}\right) \right] \cdot \text{sen}(l_a) \cdot \text{sen}(\delta_s) + \cos(l_a) \cdot \cos(\delta_s) \cdot \cos(w_h)} \quad (2.13)$$

$$k_B = \frac{I_B}{I_0} = \frac{I_B}{I_{CS} \cdot \left[1 + 0,033 \cdot \cos\left(\frac{360 \cdot n_d}{365,25}\right) \right] \cdot \text{sen}(l_a) \cdot \text{sen}(\delta_s) + \cos(l_a) \cdot \cos(\delta_s) \cdot \cos(w_h)} \quad (2.14)$$

$$k_D = \frac{I_D}{I_0} = \frac{I_D}{I_{CS} \cdot \left[1 + 0,033 \cdot \cos\left(\frac{360 \cdot n_d}{365,25}\right) \right] \cdot \text{sen}(l_a) \cdot \text{sen}(\delta_s) + \cos(l_a) \cdot \cos(\delta_s) \cdot \cos(w_h)} \quad (2.15)$$

Donde:

k_T : coeficiente de transmisión total atmosférico; adimensional.

I_H : radiación incidente sobre la superficie horizontal (se determina experimentalmente); W/m².

k_B y k_D : coeficientes de transmisión fraccionales; dimensionales.

Calculado el coeficiente k_T (mediante la expresión 2.13) se verifican las condiciones representadas en las ecuaciones 2.17; 2.18 y 2.19 y se calcula el coeficiente empírico C_e , luego se determina la radiación difusa (I_D) haciendo el despeje correspondiente en la expresión 2.16. Por su parte, la radiación directa (I_B) se determina a través de la expresión 2.20.

$$\frac{I_D}{I_H} = C_e \quad (2.16)$$

Siendo:

$$C_e = 1 - 0,09 \cdot k_T \quad \text{para } k_T \leq 0,22 \quad (2.17)$$

$$C_e = 0,951 - 0,160 \cdot k_T + 4,388 \cdot k_T^2 - 16,638 \cdot k_T^3 + 12,336 \cdot k_T^4 \quad \text{para } 0,22 < k_T \leq 0,8 \quad (2.18)$$

$$C_e = 0,165 \quad \text{para } k_T > 0,80 \quad (2.19)$$

$$I_B = I_H - I_D = I_H - I_H \cdot C_e = I_H \cdot (1 - C_e) \quad (2.20)$$

Para calcular la radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de la pila de menas lateríticas la cual está inclinada y orientada en φ y ψ grados, se emplea la expresión 2.21, nótese que la misma depende del ángulo φ . En el caso de las pilas de sección transversal parabólica el ángulo

de referencia para el cálculo es el tangencial (φ_t) y para las pilas de sección transversal triangular se considera para el cálculo el ángulo maximal (φ_m). Estos ángulos pueden ser determinados como una función de dos propiedades físicas del material (granulometría y humedad), a través de las expresiones 3 y 4 del Anexo 9 propuestas por Sierra (2010), o mediante trigonometría si se conoce el ancho de la base y la altura de la pila.

Al utilizar la expresión 2.21 en la presente investigación se incorpora como elemento novedoso la modelación matemática del efecto de sombra que se produce por el movimiento diario del sol y la inclinación de la superficie de secado de la pila (ver Figura 2 del Anexo 10)

$$I(\varphi, \psi) = I_G = I_H \cdot \left[(1 - C_e) \cdot R(\varphi, \psi) + C_e \cdot \frac{1 + \cos(\varphi)}{2} + \frac{1 - \cos(\varphi)}{2} \cdot \eta \right] \quad (2.21)$$

Siendo:

$$R(\varphi, \psi) = \frac{\text{sen}(\delta_s) \cdot \text{sen}(l_a - \varphi) + \cos(\delta_s) \cdot \cos(l_a - \varphi) \cdot \cos(w_h)}{\text{sen}(\delta_s) \cdot \text{sen}(l_a) + \cos(\delta_s) \cdot \cos(l_a) \cdot \cos(w_h)} \quad (2.22)$$

Donde:

C_e : coeficiente empírico; adimensional.

$R(\varphi, \psi)$: factor de conversión; adimensional.

η : albedo o reflectividad del suelo frente al plano receptor, habitualmente oscila entre 0,17 y 0,2.

Luego, el modelo apropiado para el cálculo del flujo de calor por radiación que recibe la superficie de secado de la pila de minerales expuesta a secado natural lo constituye la ecuación 2.23, la misma se obtiene al sustituir las expresiones 2.2; 2.3 y 2.21 en la 2.1. En esta ecuación igualmente se introduce como elemento novedoso la modelación del efecto de sombra anteriormente mencionado.

$$q_{Rad} = \alpha_c \cdot \sigma \left(0,0552 \cdot T_a^{1,5} \right)^4 + (\alpha_s - \vartheta) \cdot I_H \left[(1 - C_e) \cdot R(\varphi, \psi) + C_e \cdot \frac{1 + \cos(\varphi)}{2} + \frac{1 - \cos(\varphi)}{2} \cdot \eta \right] \quad (2.23)$$

2.2.2- Modelo del flujo de calor por convección

El flujo de calor por convección que intercambian la superficie de la pila y el aire se determina, según la ley de Newton-Richman, por la expresión 2.24 (Incropera y De Witt, 1999, 2003).

$$q_{Conv} = h_a \cdot (T_s - T_a) \quad (2.24)$$

Donde:

h_a : coeficiente de transferencia de calor por convección; $W/m^2 \cdot ^\circ C$.

La literatura internacional reporta diversas investigaciones encaminadas a determinar el coeficiente de transferencia de calor por convección durante el secado solar de diferentes materiales (Anwar y Tiwari, 2001; Jain y Tiwari, 2003, 2004; Tiwari *et al.*, 2004; Kumar y Tiwari, 2006). En general, los modelos obtenidos para el cálculo del coeficiente convectivo constituyen adaptaciones del modelo reportado por Kumar y Tiwari (1996).

En el presente trabajo el coeficiente de transferencia de calor por convección (h_a) se determina por la expresión 2.25 (Incropera y De Witt, 1999, 2003), para ello se calcula el número de Nusselt (Nu) en función del tipo de convección que predomina durante la implementación del proceso.

$$h_a = \frac{Nu \cdot k_a}{L} \quad (2.25)$$

Donde:

Nu : número de Nusselt; adimensional.

L : longitud característica de la superficie de secado; m.

Debido a que el secado solar de las menas lateríticas se desarrolla a la intemperie, el material intercambia calor con el aire en condiciones naturales, en estas circunstancias la transmisión de calor se produce por convección libre, forzada y mixta (Retirado *et al.*, 2011), para definir el tipo de convección predominante se verifican las condiciones mostradas en las expresiones 2.26; 2.27 y

2.28, si se cumple la primera condición se considera que predomina la convección libre, en la segunda predomina la convección forzada y en la tercera se tiene en cuenta el efecto combinado de ambas (Incropera y De Witt, 1999, 2003).

$$\frac{Gr}{Re^2} \gg 1 \quad (2.26)$$

$$\frac{Gr}{Re^2} \ll 1 \quad (2.27)$$

$$\frac{Gr}{Re^2} \approx 1 \quad (2.28)$$

Siendo:

$$Gr = \frac{g \cdot \text{sen}(\varphi) \cdot \beta_a \cdot (T_s - T_a) \cdot L^3}{\nu_a^2} \quad (2.29)$$

$$Re = \frac{\rho_a \cdot V_a \cdot L}{\mu_a} = \frac{V_a \cdot L}{\nu_a} \quad (2.30)$$

Donde:

Gr : número de Grashof; adimensional.

Re : número de Reynolds; adimensional.

g : aceleración de la gravedad (9,81); m/s^2 .

V_a : velocidad del aire; m/s .

Para calcular el número de Nusselt en la convección libre (Nu_L) Tiwari y Sarkar (2006) recomiendan la expresión 2.31. En la misma, las propiedades termofísicas del aire se determinan a la temperatura promedio (T_p), la cual se calcula por la expresión 9 del Anexo 2.

$$Nu_L = C \cdot (Gr \cdot Pr)^{n^*} = C \cdot Ra^{n^*} \quad (2.31)$$

Donde:

Nu_L : número de Nusselt para la convección libre; adimensional.

Ra : número de Rayleigh; adimensional.

C y n^* : constantes experimentales; adimensionales.

En el proceso investigado la superficie de secado de la pila de minerales tiene una inclinación respecto al plano horizontal (φ) que oscila entre 20 y 70 grados (Estenoz, 2009; Retirado *et al.*, 2011) y por tanto el número de Nusselt puede ser determinado por la expresión 2.32 (Incropera y de Witt, 1999; 2003). Las propiedades termofísicas del aire contenidas en la expresión 2.32 (ν_a , α_a , y β_a) se calculan mediante las expresiones 5, 6 y 8 del Anexo 2. Los valores de las constantes C y n^* se asumen de la literatura consultada (Bejan y Kraus, 2003).

$$Nu_L = 0,56 \cdot \left[\frac{g \cdot \text{sen}(\varphi) \cdot \beta_a \cdot (T_s - T_a) \cdot L^3 \cdot \nu_a}{\nu_a^2 \cdot \alpha_a} \right]^{\frac{1}{4}} = 0,56 \cdot \left[\frac{g \cdot \text{sen}(\varphi) \cdot \beta_a \cdot (T_s - T_a) \cdot L^3}{\nu_a \cdot \alpha_a} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (2.32)$$

Para determinar el número de Nusselt (Nu_F) con predominio de la convección forzada (caso más frecuente en la implementación del proceso) se tiene en cuenta que el mismo es función de los números de Reynolds, Prandtl y Gujman, según la expresión 2.33 reportada por Kasatkin (1987).

$$Nu_F = 2 + M \cdot \text{Re}^B \cdot \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \cdot \text{Gu}^{\frac{2}{15}} \quad (2.33)$$

Siendo:

$$\text{Gu} = \frac{\gamma}{T_a} = \frac{T_s - T_a}{T_a} \quad (2.34)$$

Donde:

Nu_F : número de Nusselt para la convección forzada; adimensional.

Gu : número de Gujman; adimensional.

γ : potencial de secado; K.

M y B : constantes experimentales; adimensionales.

Al sustituir las ecuaciones 2.30; 7 del Anexo 2 y 2.34, en la 2.33 se obtiene la expresión 2.35. Los valores de las constantes M y B se seleccionaron según las recomendaciones de Kasatkin (1987).

$$Nu_F = 2 + \frac{1}{40} \cdot \left(\frac{V_a \cdot L}{\nu_a} \right)^{\frac{9}{10}} \cdot \left(\frac{\nu_a}{\alpha_a} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\gamma}{T_a} \right)^{\frac{2}{15}} \quad (2.35)$$

Las propiedades termofísicas del aire (ρ_a , μ_a y Pr) se determinan por las expresiones 2, 4 y 7 del Anexo 2. Al igual que en la convección libre estas son determinadas a la temperatura promedio T_p . Si existe predominio de la convección mixta o mezclada el número de Nusselt (Nu_M) puede ser determinado por la expresión 2.36, la misma fue propuesta por Churchill (1983) y posteriormente ha sido recomendada por Incropera y De Witt (1999, 2003). El signo positivo se aplica al flujo transversal y el signo negativo al flujo opuesto.

$$Nu_M = \left[Nu_F^P \pm Nu_L^P \right]^{\frac{1}{P}} \quad (2.36)$$

Donde:

Nu_M : número de Nusselt para la convección mixta; adimensional.

P : constante experimental; adimensional.

Sustituyendo las expresiones 2.33; 2.31 y los valores de las constantes en la expresión 2.36 resulta:

$$Nu_M = \left\{ \left[2 + 0,025 \cdot Re^{\frac{9}{10}} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} \cdot Gu^{\frac{2}{15}} \right]^3 \pm \left[0,56 \cdot (Gr \cdot Pr)^{\frac{1}{4}} \right]^3 \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (2.37)$$

Al sustituir la expresión 2.25 en la 2.24 se obtiene el modelo general (ecuación 2.38) para el cálculo del flujo de calor por convección. En el mismo, se introduce como elemento novedoso la utilización del número de Nusselt en función del tipo de convección predominante (ecuaciones 2.32; 2.35 y 2.37), lo cual está determinado por la dinámica con que cambian las condiciones físicas durante la implementación del proceso de secado natural en las empresas productoras de níquel y cobalto.

$$q_{Conv} = \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot (T_s - T_a) \quad (2.38)$$

2.2.3- Modelo del flujo de calor por conducción

El calor que se transfiere por conducción desde la superficie de secado hacia el interior de la pila de minerales se calcula mediante la Ley de Fourier (expresión 2.39), la misma ha sido reportada en múltiples fuentes bibliográficas (Edwards y Penney, 1994; Incropera y De Witt, 1999, 2003).

$$q_{Cond} = k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} \quad (2.39)$$

Donde:

$T_s(\tau)$: temperatura en la superficie de la pila de minerales en el instante τ (para $y = l$); °C.

$T(\xi, \tau)$: temperatura en el interior de la pila de minerales a la distancia ξ y en el instante τ ; °C.

ξ : espesor de la capa de material donde se produce la conducción del calor ($\xi = y - l$); m.

La temperatura del material en la superficie de la pila [$T_s(\tau)$] se calcula como una función de dos parámetros principales: la radiación solar global y el calor transmitido por convección, dependiendo el primero de la inclinación de la superficie (φ), el ángulo de incidencia (ϕ) y la altura solar (h_s); y el segundo del coeficiente de transferencia de calor por convección y la diferencia de temperatura entre la superficie y la corriente libre, factores todos que se encuentran en la expresión general 2.40. Se recomienda utilizar algún software apropiado (Derive, MATLAB, Mathcad o cualquier otro). En este trabajo se determinó con la aplicación informática creada (ver Figuras 7 y 8 del Anexo 10).

$$\varepsilon \cdot \sigma \cdot [T_s(\tau)]^4 + h_a \cdot T_s(\tau) - \varepsilon \cdot \sigma \cdot T_a^4 - h_a \cdot T_a - \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + (\alpha_s - \vartheta) \cdot I(\varphi, \psi) \right] = 0 \quad (2.40)$$

La temperatura $T(\xi, \tau)$ se determina al obtener la distribución de temperatura en la pila, para ello es necesario resolver la ecuación 2.41 con la condición inicial 2.42 y de frontera 2.43.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (2.41)$$

$$T(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z) \quad (x, y, z) \in D, \text{ donde } D \text{ es el conjunto de puntos de la pila} \quad (2.42)$$

$$T(S, \tau) = \mu_1(\tau) \quad (\tau > 0), \text{ donde } S \text{ es la frontera de la pila} \quad (2.43)$$

Donde: T : temperatura del material; °C.

Existen diferentes métodos de solución de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, los que se clasifican en analíticos y numéricos (Edwards y Penney, 1994; Jiménez, 1999; Young *et al.*, 2008). Sin embargo, en este trabajo se empleó el método de separación de variables porque a través del mismo se muestra explícitamente la dependencia entre las variables del proceso investigado.

2.2.3.1- Modelo unidimensional de la distribución de temperatura en la pila

La expresión que caracteriza la distribución unidimensional de temperatura $[T(y,\tau)]$ de cada sección del corte (Figura 2.1) se obtiene al considerar que la conducción de calor transitoria cumple las condiciones del primer problema general de contorno definido por Tijonov y Samarsky (1980), para ello se emplea la ecuación 2.44 con las condiciones iniciales y de frontera representadas en 2.45.

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} - \alpha \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = f(y, \tau) \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} T(y,0) &= \varphi(y) \\ T(0, \tau) &= \mu_1(\tau) \\ T(l, \tau) &= \mu_2(\tau) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Para emplear este enfoque es necesario discretizar el problema de la distribución de la temperatura, lo anterior se logra al dividir la pila en cortes de espesor fino y cada uno de estos cortes en secciones de ancho suficientemente pequeño, según se muestra en la Figura 2.1.

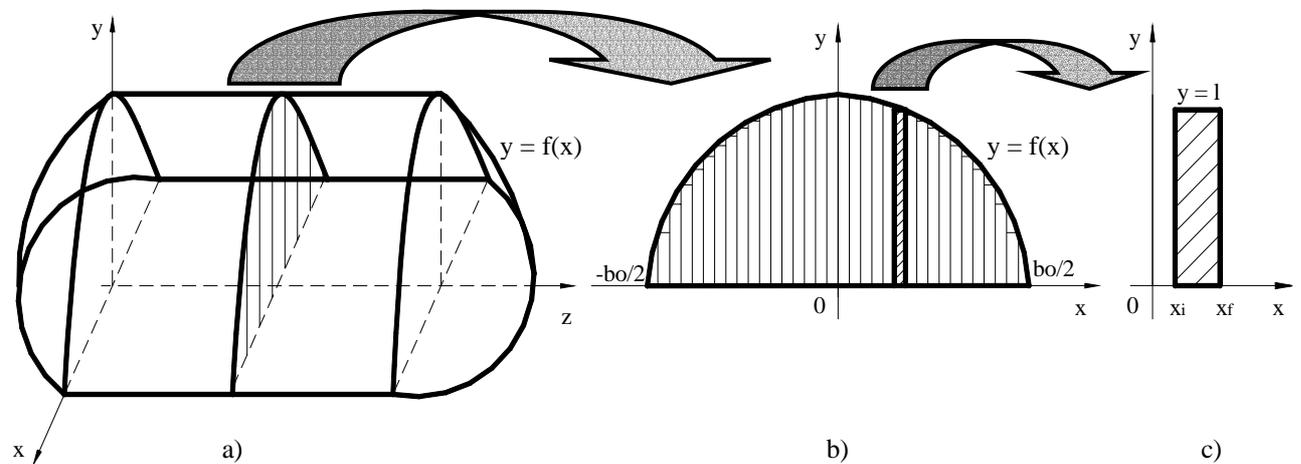


Figura 2.1. Esquema para el análisis de la distribución unidimensional de temperatura y humedad.

a): Pila de mineral; b): Corte de la sección transversal; c): Sección analizada en el corte.

En el modelo de la distribución de temperatura de una sección se cumplen las condiciones:

$$f(y, \tau) = 0 \quad (2.46)$$

$$\varphi(y) = T_0 \quad (2.47)$$

$$\mu_1(\tau) = T_0 \quad (2.48)$$

$$\mu_2(\tau) = T_s(\tau) \quad (2.49)$$

Donde:

T_0 : temperatura inicial del material; °C.

Para resolver la ecuación 2.44 con las condiciones 2.46-2.49 se aplica el método de separación de variables, para ello se introduce una nueva función incógnita $v(y, \tau)$, según la expresión 2.50.

$$v(y, \tau) = T(y, \tau) - U(y, \tau) \quad (2.50)$$

Siendo:

$$U(y, \tau) = \mu_1(\tau) + \frac{y}{l} [\mu_2(\tau) - \mu_1(\tau)] = T_0 + \frac{y}{l} [T_s(\tau) - T_0] \quad (2.51)$$

La función $v(y, \tau)$ se determinará como la solución de la ecuación 2.52.

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} - \alpha \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = f(y, \tau) - \left[\frac{\partial U}{\partial \tau} - \alpha \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] = 0 - \left[\frac{y}{l} \cdot \frac{dT_s}{d\tau} - \alpha \cdot (0) \right] = -\frac{y}{l} \cdot \frac{dT_s}{d\tau} \quad (2.52)$$

Con las condiciones complementarias:

$$\begin{aligned} v(y, 0) &= T(y, 0) - U(y, 0) = \varphi(y) - \left\{ T_0 + \frac{y}{l} [T_s(0) - T_0] \right\} = \frac{y}{l} [T_0 - T_s(0)] \\ v(0, \tau) &= T(0, \tau) - U(0, \tau) = \mu_1(\tau) - \mu_1(\tau) = 0 \\ v(l, \tau) &= T(l, \tau) - U(l, \tau) = T_s(\tau) - T_s(\tau) = 0 \end{aligned} \quad (2.53)$$

Se resuelve el problema anterior [ecuación 2.52 con las condiciones representadas en 2.53] suponiendo que la solución tiene la forma de una serie de Fourier (ver Anexo 4). Luego se sustituye la ecuación 15 del Anexo 4 en la 1 del propio anexo y se obtiene la expresión 2.54.

$$v(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} e^{\alpha \cdot \left(\frac{-n\pi}{l}\right)^2 \cdot \tau} \cdot \left[\int_0^{\tau} e^{\alpha \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot \theta} \cdot \frac{dT_s(\theta)}{d\tau} d\theta + T_s(0) - T_0 \right] \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (2.54)$$

Al sustituir las ecuaciones 2.54 y 2.51 en la 2.50 se obtiene la expresión 2.55, la cual constituye el modelo matemático para el cálculo de la distribución de temperatura del material en una pila de menas lateríticas expuesta a secado natural. El referido modelo tiene como elemento novedoso que es el resultado de la solución de un problema de contorno que incluye las condiciones iniciales y de frontera (esta última, es una función que varía en la posición y el tiempo) características del proceso objeto de estudio. Además, incluye los elementos novedosos declarados con anterioridad.

$$T(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \cdot e^{\alpha \cdot \left(\frac{-n\pi}{l}\right)^2 \cdot \tau} \cdot \left[\int_0^{\tau} e^{\alpha \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot \theta} \cdot \frac{dT_s(\theta)}{d\tau} d\theta + T_s(0) - T_0 \right] \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) + \left\{ T_0 + \frac{y}{l} [T_s(\tau) - T_0] \right\} \quad (2.55)$$

2.3- Formalización de la modelación bidimensional de la distribución de temperatura

Para determinar el valor de la temperatura $T(x, y, \tau)$ en cualquier punto $(x; y)$ de la sección transversal de la pila de menas lateríticas para cualquier instante de tiempo τ se emplea la Figura 2.2. Para ello se conoce que $T(x, 0, \tau) = T_0$ y que para $y = f(x)$ se cumple la igualdad siguiente:

$$T(x, y, \tau) = T_s(x, f(x), \tau) \quad (2.56)$$

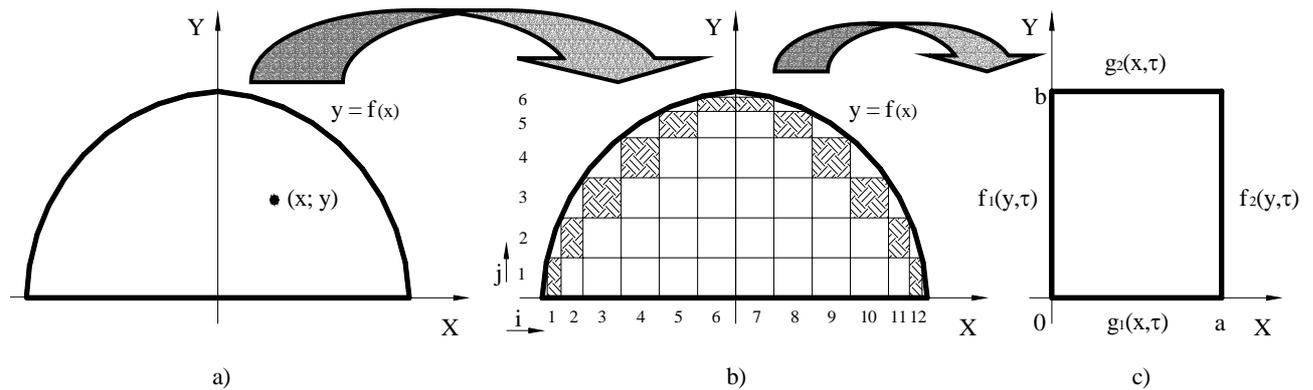


Figura 2.2. Esquema para el análisis de la distribución bidimensional de temperatura y humedad.

- a): Corte de la sección transversal de la pila; b): Discretización de la sección transversal;
- c): Sección rectangular analizada en el corte.

Sin perder generalidad, el problema se puede discretizar de la forma como se muestra en la Figura 2.2b. Luego cada punto $(x; y)$ pertenece a un rectángulo R_{ij} ($i = 1, 2, \dots, 12; j = 1, 2, \dots, 6$) y para cada rectángulo R_{ij} (Figura 2.2c) se plantea el siguiente problema de contorno:

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y^2} \right) \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned}
 T_{ij}(0, y, \tau) &= f_1(y, \tau) \\
 T_{ij}(a, y, \tau) &= f_2(y, \tau) \\
 T_{ij}(x, 0, \tau) &= g_1(x, \tau) \\
 T_{ij}(x, b, \tau) &= g_2(x, \tau) \\
 T_{ij}(x, y, 0) &= \varphi(y, \tau) = T_0
 \end{aligned} \tag{2.58}$$

Para los rectángulos limítrofes con $y = f(x)$ [los sombreados en la Figura 2.2b] se cumple que:

$$g_1(x, \tau) = \begin{cases} T_{ij}(x, 0, \tau - \Delta\tau) & \text{si } j > 1 \\ T_0 & \text{si } j = 1 \end{cases} \tag{2.59}$$

$$g_2(x, \tau) = T_s(x, f(x), \tau) \quad \tau > 0 \tag{2.60}$$

Si $i = 1, \dots, 6$ (mitad izquierda de la pila o talud este de la pila)

$$f_1(y, \tau) = T_s(x, f(x), \tau) \tag{2.61}$$

$$f_2(y, \tau) = T_{i+1j}(x - a, y, \tau - \Delta\tau) \tag{2.62}$$

Si $i = 7, \dots, 12$ (mitad derecha de la pila o talud oeste de la pila)

$$f_1(y, \tau) = T_{i-1j}(x + a, b, \tau - \Delta\tau) \tag{2.63}$$

$$f_2(y, \tau) = T_s(x, f(x), \tau) \tag{2.64}$$

Para los rectángulos no limítrofes con $y = f(x)$ [los interiores en la Figura 2.2b] se cumple que:

$$g_1(x, \tau) = \begin{cases} T_{ij}(x, 0, \tau - \Delta\tau) & \text{si } j > 1 \\ T_0 & \text{si } j = 1 \end{cases} \tag{2.65}$$

$$g_2(x, \tau) = T_{ij+1}(x, y - b, \tau) \tag{2.66}$$

$$f_1(y, \tau) = T_{i-1j}(x + a, y, \tau - \Delta\tau) \tag{2.67}$$

$$f_2(y, \tau) = T_{i+1j}(x - a, y, \tau - \Delta\tau) \tag{2.68}$$

Como se aprecia, la modelación bidimensional de la distribución de temperatura en las pilas de minerales se realiza considerando las condiciones físicas en que se desarrolla el proceso investigado. El procedimiento general para la obtención de los modelos se expone en el Anexo 5.

2.4- Modelo general del proceso de secado natural de una pila de minerales

En el proceso de secado natural de las menas lateríticas, como resultado de la incidencia de la radiación solar, en la superficie de secado de la pila de minerales se forma una película de vapor de agua, la humedad del material disminuye y en el interior de la pila surgen dos gradientes: el de

humedad (∇H) y el de temperatura (∇T). En presencia de ambos gradientes comienza el traslado de la humedad desde las capas interiores hasta la superficie de secado de la pila.

Para el estudio del proceso investigado se considera que los coeficientes k_u y δ son constantes y no dependientes de la humedad del material, y se emplea la ecuación 2.69 obtenida por Likov (1968). Esta expresión constituye el modelo general que caracteriza la velocidad de cambio de la humedad en el interior de un sólido poroso en un punto de coordenadas (x; y; z) en el tiempo τ , es por ello que ha sido sugerida por varios investigadores para el estudio del proceso de secado de materiales porosos (Kasatkin, 1987; Rudenko y Shemajanov, 1989; Hernández y Quinto, 2005, 2008).

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} = k_u \cdot \left[\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} + \delta \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \right] \quad (2.69)$$

Donde:

k_u : coeficiente de conducción de humedad; m^2/s .

δ : coeficiente térmico de conducción de humedad; $1/^\circ C$.

La ecuación 2.69 en este trabajo se utiliza concretamente para la determinación de la distribución de humedad en las pilas de menas lateríticas expuestas al proceso de secado natural. Para ello se resuelve la misma mediante el método de separación de variables con las condiciones iniciales y de frontera específicas (problemas de contorno característicos) del proceso investigado.

Los coeficientes k_u y δ para las menas lateríticas del yacimiento Punta Gorda fueron determinados por De Miguel (2009) y Retirado (2007), sus valores respectivos son: $0,00112 m^2/s$ y $0,01862 1/^\circ C$.

Los mismos fueron utilizados en la simulación y la optimización de los parámetros del proceso.

2.4.1- Modelo unidimensional de la distribución de humedad en la pila

La expresión que caracteriza la distribución unidimensional de humedad $[H(y,\tau)]$ en la pila de menas lateríticas se determina considerando que la ecuación 2.70 con las condiciones iniciales y de

frontera representadas en el sistema de ecuaciones 2.73, se corresponde con el primer problema general de contorno definido por Tijonov y Samarsky (1980).

$$\frac{\partial H}{\partial \tau} - k_u \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = f(y, \tau) \quad (2.70)$$

Siendo:

$$f(y, \tau) = k_u \cdot \delta \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (2.71)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = - \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\cos(n\pi) \cdot (n\pi)}{l^2} \cdot e^{-\alpha \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot \tau} \cdot \left[\int_0^{\tau} e^{\alpha \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot \theta} \cdot \frac{dT_s(\theta)}{d\theta} d\theta \right] \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (2.72)$$

$$\begin{aligned} H(y, 0) &= \Omega(y) \\ H(0, \tau) &= H_0 \\ H(l, \tau) &= H_s(\tau) \end{aligned} \quad (2.73)$$

Donde:

$\Omega(y)$: función que caracteriza el cambio de H_0 en cada instante de tiempo τ y posición “y”; kg/kg.

$H_s(\tau)$: humedad del material en la superficie de secado de la pila (para $y = l$) en el instante τ , kg/kg.

Para resolver la ecuación 2.70 con las condiciones representadas en 2.73 se aplica el método de separación de variables y se emplea la Figura 2.1, para ello se introduce la función incógnita $v(y, \tau)$, según la expresión 2.74.

$$v(y, \tau) = H(y, \tau) - U(y, \tau) \quad (2.74)$$

Siendo:

$$U(y, \tau) = H_0 + \frac{y}{l} [H_s(\tau) - H_0] \quad (2.75)$$

La función $v(y, \tau)$ se determinará como la solución de la ecuación 2.76.

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} - k_u \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \left[\frac{\partial H}{\partial \tau} - k_u \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right] - \left[\frac{\partial U}{\partial \tau} - k_u \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] = f(y, \tau) - \left[\frac{y}{l} \frac{dH_s}{d\tau} \right] = R(y, \tau) \quad (2.76)$$

Con las condiciones complementarias representadas en 2.77.

$$\begin{aligned}
 v(y,0) &= H(y,0) - U(y,0) = \Omega(y) - \left\{ H_0 + \frac{y}{l} [H_s(0) - H_0] \right\} = \Omega(y) - H_0 - \frac{y}{l} [H_s(0) - H_0] \\
 v(0,\tau) &= H(0,\tau) - U(0,\tau) = H_0 - H_0 = 0 \\
 v(l,\tau) &= H(l,\tau) - U(l,\tau) = H_s(\tau) - [H_0 + H_s(\tau) - H_0] = 0
 \end{aligned} \tag{2.77}$$

Luego el problema anterior se reduce a la ecuación 2.78 y las condiciones representadas en 2.79.

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} - k_u \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = R(y,\tau) \tag{2.78}$$

$$\begin{aligned}
 v(y,0) &= H(y,0) - U(y,0) = \Omega(y) - H_0 - \frac{y}{l} [H_s(0) - H_0] = \beta(y) \\
 v(0,\tau) &= 0 \\
 v(l,\tau) &= 0
 \end{aligned} \tag{2.79}$$

Este último problema [ecuación 2.78 con las condiciones representadas en 2.79] se resuelve suponiendo que la solución tiene la forma de una serie de Fourier (ver Anexo 6). Luego se sustituye la ecuación 11 del Anexo 6 en la 1 del propio anexo y se obtiene:

$$\begin{aligned}
 v(y,\tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \tau} \left\{ \cos(n\pi) \left[\frac{2 \cdot \int_0^{\tau} e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \theta} R_n(\theta) \cdot d\theta - 2 \cdot [H_1 - H_s(0)]}{n\pi} + \frac{2H_s(0)}{n\pi} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2[H_0 - H_s(0)] \cdot \text{sen}(n\pi)}{n^2 \pi^2} + \frac{2 \left[n\pi \int_0^l H_1(y) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy - H_0 \cdot l \right]}{n\pi \cdot l} \right] \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \right\} \tag{2.80}
 \end{aligned}$$

Al sustituir las ecuaciones 2.80 y 2.75 en la 2.74 se obtiene la expresión 2.81, la cual constituye el modelo matemático para el cálculo de la distribución de humedad del material en una pila de menas lateríticas expuesta a secado natural. Este modelo incluye los elementos novedosos declarados anteriormente y los restantes que, con posterioridad, se declaran en el presente capítulo.

Para el caso particular en que $\Omega(y) = H_l = \text{constante}$ se procede de forma análoga al caso general anteriormente expuesto [donde $\Omega(y) = \text{variable}$] y se obtienen las expresiones 1-4 del Anexo 7.

$$H(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \tau} \left\{ \cos(n\pi) \left[\frac{2 \cdot \int_0^{\tau} e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \theta} R_n(\theta) \cdot d\theta - 2 \cdot [H_1 - H_s(0)]}{n\pi} + \frac{2H_s(0)}{n\pi} \right] + \frac{2[H_0 - H_s(0)] \cdot \text{sen}(n\pi)}{n^2 \pi^2} + \frac{2 \left[n\pi \int_0^l H_1(y) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy - H_0 \cdot l \right]}{n\pi \cdot l} \right\} \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) + H_0 + \frac{y}{l} [H_s(\tau) - H_0] \quad (2.81)$$

2.5- Formalización de la modelación bidimensional de la distribución de humedad

Para determinar el valor de la humedad $H(x, y, \tau)$ en cualquier punto $(x; y)$ de la sección transversal de la pila de menas lateríticas para cualquier instante de tiempo τ , al igual que para el análisis de la distribución de temperatura, se emplea la Figura 2.2. Para ello se conoce que $H(x, 0, \tau) = H_0$ y que para $y = f(x)$ se cumple la relación siguiente:

$$H(x, y, \tau) = H_s(x, f(x), \tau) \quad (2.82)$$

En este caso se procede de forma análoga al análisis realizado para la modelación matemática bidimensional de la distribución de temperatura y se considera que cada punto $(x; y)$ pertenece a un rectángulo R_{ij} ($i = 1, 2, \dots, 12; j = 1, 2, \dots, 6$), y que para cada rectángulo R_{ij} (Figura 2.2c) puede ser planteado el siguiente problema de contorno:

$$\frac{\partial H_{ij}}{\partial \tau} - k_u \cdot \left(\frac{\partial^2 H_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_{ij}}{\partial y^2} \right) = q(x, y, \tau) \quad (2.83)$$

Siendo:

$$q(x, y, \tau) = k_u \cdot \delta \cdot \left(\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial y^2} \right) \quad (2.84)$$

$$\begin{aligned}
 H_{ij}(0, y, \tau) &= f_1(y, \tau) \\
 H_{ij}(a, y, \tau) &= f_2(y, \tau) \\
 H_{ij}(x, 0, \tau) &= g_1(x, \tau) \\
 H_{ij}(x, b, \tau) &= g_2(x, \tau) \\
 H_{ij}(x, y, 0) &= \varphi(y, \tau) = H_0
 \end{aligned} \tag{2.85}$$

Para los rectángulos limítrofes con $y = f(x)$ [los marcados en la Figura 2.2b] se cumple que:

$$g_1(x, \tau) = \begin{cases} H_{ij}(x, 0, \tau - \Delta\tau) & \text{si } j > 1 \\ H_0 & \text{si } j = 1 \end{cases} \tag{2.86}$$

$$g_2(x, \tau) = H_s(x, f(x), \tau) \quad \tau > 0 \tag{2.87}$$

Si $i = 1, \dots, 6$ (mitad izquierda de la pila o talud este de la pila)

$$f_1(y, \tau) = H_s(x, f(x), \tau) \tag{2.88}$$

$$f_2(y, \tau) = H_{i+1j}(x - a, y, \tau - \Delta\tau) \tag{2.89}$$

Si $i = 7, \dots, 12$ (mitad derecha de la pila o talud oeste de la pila)

$$f_1(y, \tau) = H_{i-1j}(x + a, b, \tau - \Delta\tau) \tag{2.90}$$

$$f_2(y, \tau) = H_s(x, f(x), \tau) \tag{2.91}$$

Para los rectángulos no limítrofes con $y = f(x)$ [los interiores en la Figura 2.2b] se cumple que:

$$g_1(x, \tau) = \begin{cases} H_{ij}(x, 0, \tau - \Delta\tau) & \text{si } j > 1 \\ H_0 & \text{si } j = 1 \end{cases} \tag{2.92}$$

$$g_2(x, \tau) = H_{ij+1}(x, y - b, \tau) \tag{2.93}$$

$$f_1(y, \tau) = H_{i-1j}(x + a, y, \tau - \Delta\tau) \tag{2.94}$$

$$f_2(y, \tau) = H_{i+1j}(x - a, y, \tau - \Delta\tau) \tag{2.95}$$

Luego, la modelación bidimensional de la distribución de humedad de las menas lateríticas expuestas a secado natural se desarrolla según el procedimiento que se expone en el Anexo 8.

De los procedimientos generales mostrados en los Anexos 5 y 8 se deduce que los modelos matemáticos bidimensionales de la distribución de temperatura y humedad de las menas lateríticas son casi imposibles de validar en la práctica. Es por ello, que en la presente investigación se emplea la homogenización del material en las pilas como método alternativo para hacer corresponder los modelos unidimensionales obtenidos $[T(y, \tau) \text{ y } H(y, \tau)]$, con la realidad física del proceso estudiado.

2.6- Modelos de la velocidad de secado y de la humedad del material en la superficie

En la Figura 2.3 se muestra un esquema estructural del secado natural de las menas lateríticas que refleja los calores que influyen en el proceso, del análisis de la figura antes mencionada y el ordenamiento de la expresión 1.19 se establece la ecuación 2.96. La misma, relaciona el régimen de flujo calórico (calor total) y el régimen de secado (N) durante el proceso.

$$\left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + (\alpha_s - g) \cdot I(\varphi, \psi) \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} = N \cdot \lambda \quad (2.96)$$

Las expresiones particulares para la determinación de los calores presentes en el miembro izquierdo de la expresión 2.96 (las expresiones 2.23; 2.38 y 2.39) se obtienen del análisis de los modos de transferencia de calor que influyen en el secado natural de las menas lateríticas, el régimen de secado (N) se determina por las ecuaciones 1.12 o 1.14, según corresponda y el calor latente de vaporización (λ) se calcula por la expresión 1.11.

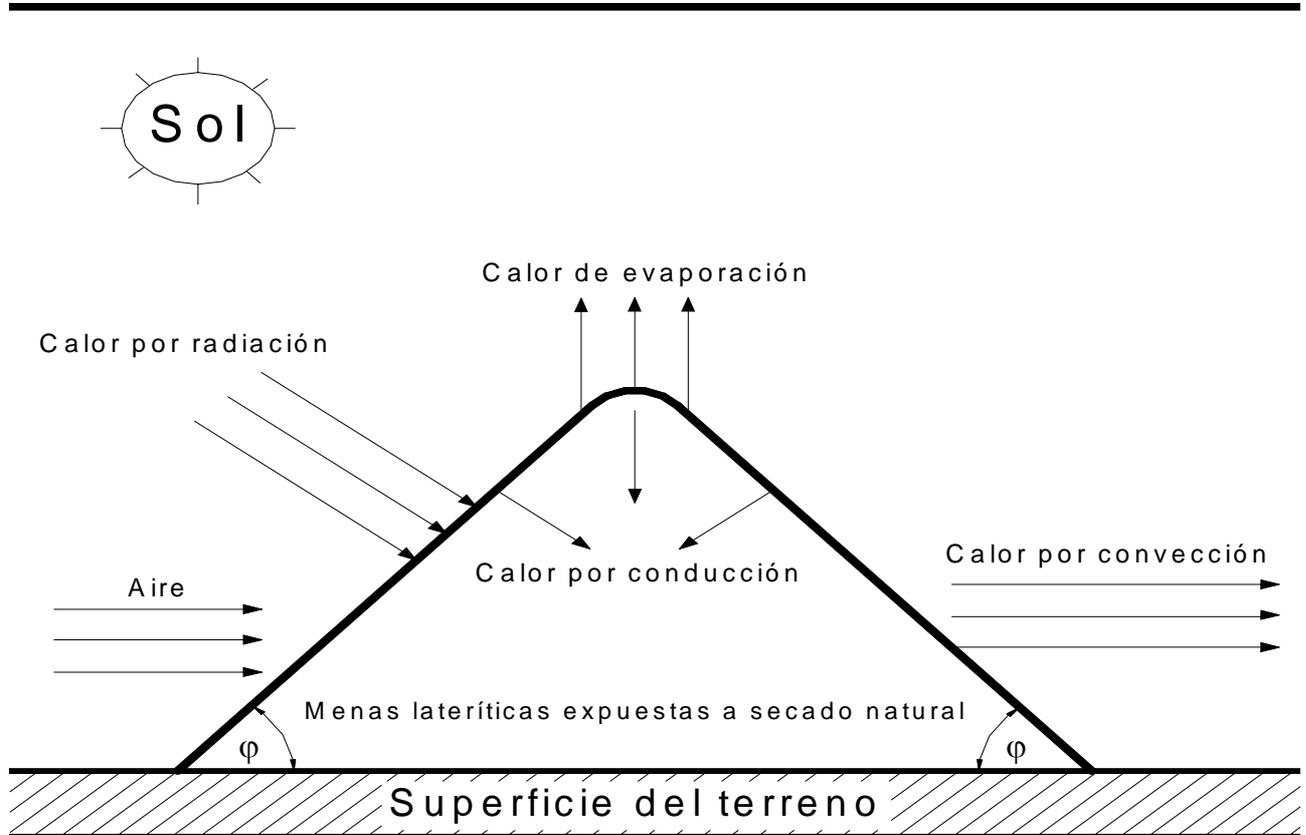


Figura 2.3. Calores que influyen en el proceso de secado natural de las menas lateríticas.

Al sustituir las expresiones de cálculo de λ , N y m_s (1.11; 1.12 o 1.14 y 1.13) en la ecuación 2.96 se obtiene para el *periodo de velocidad de secado constante*:

$$\left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + (\alpha_s - \vartheta) \cdot I(\varphi, \psi) \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} = -\frac{dH}{d\tau} \cdot \frac{1}{A} \left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)] \quad (2.97)$$

Después de las transformaciones correspondientes, la expresión 2.97 puede ser escrita como se muestra en la 2.98. Luego se despeja el término de interés y se obtiene la expresión 2.99 para el cálculo de la humedad del material en la superficie de la pila en cualquier instante τ [$H_s(\tau)$].

$$-\frac{dH}{d\tau_1} = \frac{A \cdot \left\{ \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + (\alpha_s - \vartheta) \cdot I(\varphi, \psi) \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} \right\}}{\left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)]} \quad (2.98)$$

$$H_s(\tau) = H_0 - \frac{A \cdot \left\{ \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + (\alpha_s - \vartheta) \cdot I(\varphi, \psi) \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} \right\} \cdot \tau}{\left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)]} \quad (2.99)$$

Donde:

$-dH/d\tau_1$: velocidad de secado en la superficie de la pila durante el primer periodo; kg/kg·s.

Las expresiones 2.98 y 2.99 solo son aplicables al periodo de velocidad de secado constante, las mismas caracterizan a la velocidad de secado y la humedad del material en la superficie de una pila de menas lateríticas sometida al proceso de secado natural.

En el *periodo de velocidad de secado decreciente* se combinan las ecuaciones 2.96; 1.11; 1.12; 1.13 y 1.14; y se obtienen las expresiones 2.100 y 2.101, las cuales son análogas a la 2.98 y 2.99.

$$-\frac{dH}{d\tau_2} = \frac{A \cdot [H(\tau) - H_e] \cdot \left\{ \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - \left[+ (\alpha_s - \vartheta) \cdot I(\varphi, \psi) \right] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} \right\}}{(H_c - H_e) \cdot \left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)]} \quad (2.100)$$

$$H_s(\tau) = H_0 - \frac{A \cdot [H(\tau) - H_e] \cdot \left\{ \left[\alpha_c \cdot \sigma \cdot (0,0552 \cdot T_a^{1,5})^4 + \right] \pm \frac{Nu \cdot k_a}{L} \cdot [T_s(\tau) - T_a] - \left[+ (\alpha_s - \vartheta) \cdot I(\varphi, \psi) \right] - k \cdot \frac{T_s(\tau) - T(\xi, \tau)}{\xi} \right\} \cdot \tau}{(H_c - H_e) \cdot \left[\frac{m_0 \cdot (100 - H_0)}{100} \right] \cdot \frac{R}{M_{ag}} \cdot [C_{S1} - C_{S2} \cdot (T_{ag} + 273,15)]} \quad (2.101)$$

Donde:

$-dH/d\tau_2$: velocidad de secado en la superficie de la pila durante el segundo periodo; kg/kg·s.

Las expresiones 2.98 y 2.100; 2.99 y 2.101 constituyen los modelos que permiten calcular la velocidad de secado [$-dH/d\tau_1$ y $-dH/d\tau_2$] y la humedad del material en la superficie de la pila en el instante de tiempo τ [$H_s(\tau)$], respectivamente. Los mismos tienen como elementos novedosos que son aplicables a los dos periodos de secado y que están particularizados a las condiciones de secado específicas en que se implementa el secado natural en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. También incluyen los elementos novedosos declarados para los modelos de los flujos de calor por radiación, convección y conducción.

2.7- Modelos generales del área de exposición y el volumen de las pilas de material

En las investigaciones que abordan la modelación matemática del proceso de secado solar, generalmente, se calcula el área de exposición y el volumen de material expuesto a secado en función de la forma geométrica que adopta el producto que se desea secar y no como una función de las propiedades físicas del mismo (Salinas *et al.*, 2004, 2008; Hernández *et al.*, 2008; Montes *et al.*, 2008; Ferreira y Costa, 2009).

En el caso particular de las menas lateríticas cubanas, el secado natural se realiza almacenando el material en pilas, las cuales tienen por lo general su sección transversal triangular (Estenoz *et al.*, 2007 a y b; Retirado *et al.*, 2007, 2009, 2011; Vinardell, 2011). Debido a esto, las ecuaciones clásicas que se emplean en el cálculo del área de exposición y el volumen para las geometrías cuadradas, rectangulares y cilíndricas no pueden ser aplicadas al mencionado proceso. Se requiere entonces, establecer los modelos para el cálculo del área de exposición y el volumen de las pilas de menas lateríticas con geometrías de su sección transversal triangular.

Para obtener el área de exposición y el volumen de una pila de mineral se deben considerar sus áreas laterales y frontales (Retirado y Legrá, 2011). De forma general, se puede establecer la expresión 2.102 para el cálculo del área superficial de una pila de material con simetría axial.

$$A = 2 \cdot A_{SL} + A_{SF} \quad (2.102)$$

Los parámetros A_{SL} y A_{SF} se calculan por las ecuaciones 2.103 y 2.104 (Stewart, 2009).

$$A_{SL} = 2 \cdot L_{SL} \cdot \int_0^{b_o/2} \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (2.103)$$

$$A_{SF} = 2\pi \cdot \int_0^{b_o/2} x \cdot \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (2.104)$$

Donde:

A_{SL} : área de la superficie lateral de la pila; m².

A_{SF} : área de la superficie frontal de la pila; m².

L_{SL} : longitud de la superficie lateral de la pila; m.

b_o : ancho de la base de la pila; m.

$f'(x)$: derivada de la función que caracteriza la generatriz de la superficie lateral; m.

Luego, el área de exposición de la pila de minerales (A) se obtiene sumando las dos áreas anteriores (A_{SL} y A_{SF}) y resulta:

$$A = 2 \cdot \int_0^{b_o/2} [L_{SL} + \pi \cdot x] \cdot \sqrt{1 + [f'(x)]^2} dx \quad (2.105)$$

El volumen de las pilas de menas lateríticas se calcula por la expresión 2.106, mientras que los volúmenes de la superficies lateral y frontales se determinan por las expresiones 2.107 y 2.108, respectivamente (Swokowski, 2002; Stewart, 2009).

$$V = V_{SL} + V_{SF} \quad (2.106)$$

Siendo:

$$V_{SL} = A_{STSL} \cdot L_{SL} \quad (2.107)$$

$$V_{SF} = 2\pi \cdot \int_0^{b_o/2} x \cdot f(x) dx \quad (2.108)$$

Donde:

V : volumen de la pila; m^3 .

V_{SL} y V_{SF} : volumen de la parte lateral y de las partes frontales de la pila; m^3 .

A_{STSL} : área de la sección transversal de la superficie lateral; m^2 .

El área de la sección transversal de la superficie lateral (A_{STSL}) se calcula por la expresión 2.109, la misma ha sido recomendada en investigaciones precedentes (Ricaurte y Legrá, 2010; Sierra, 2010).

$$A_{STSL} = b_o^2 \cdot k_f \quad (2.109)$$

Donde:

k_f : factor de forma; adimensional.

2.7.1- Modelos para las pilas de sección transversal triangular y otras de interés

Este tipo de geometría es la más frecuente en la práctica. En este caso se considera que las superficies laterales de la pila son planas y las frontales son cónicas, como se muestra en la Figura 2.4. Las áreas de las superficies laterales y frontales se calculan con las expresiones 2.103 y 2.104.

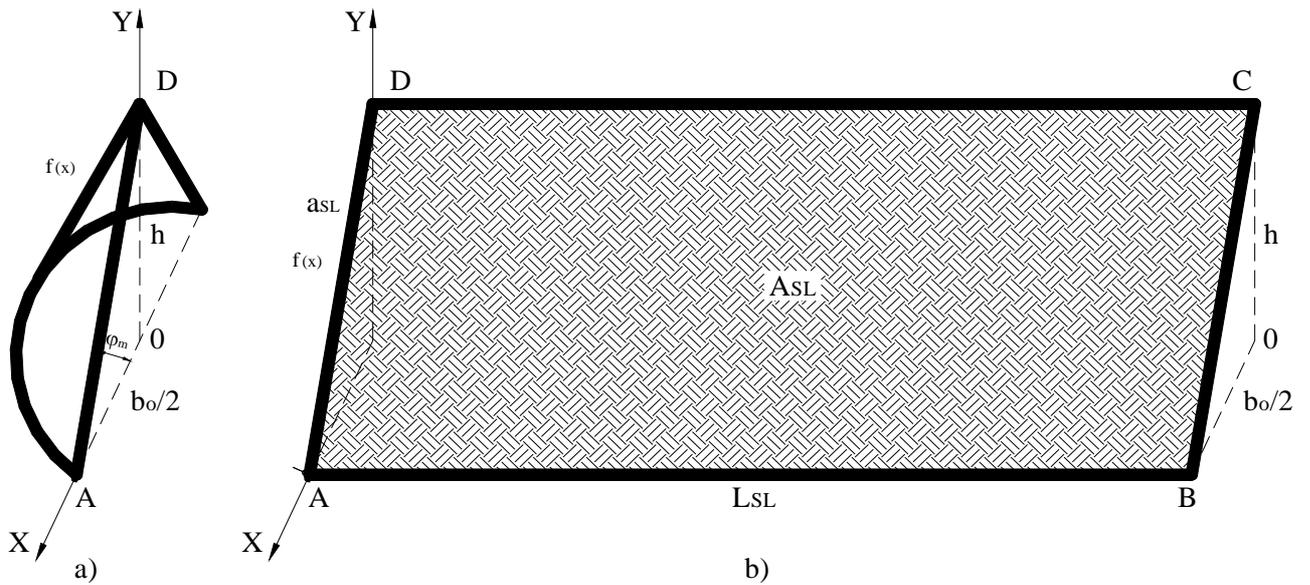


Figura 2.4. Superficies que se generan en una pila de menas lateríticas de sección transversal triangular (caso donde $\varphi_m = \varphi_t$). a): superficie frontal; b): superficie lateral.

La función $f(x)$ en este caso es una línea recta (Figura 2.5), cuya ecuación es la siguiente:

$$y = f(x) = h \cdot \left(1 - \frac{2x}{b_0}\right) \quad (2.110)$$

Siendo la derivada (respecto a x) de la función $f(x)$:

$$y' = f'(x) = -\frac{2 \cdot h}{b_0} = -\tan(\varphi_m) \quad (2.111)$$

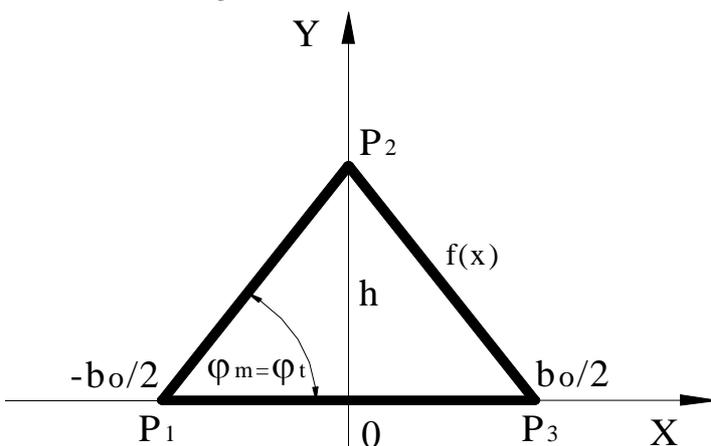


Figura 2.5. Vista frontal de una pila de sección transversal triangular.

Se sustituye la ecuación 2.111 en la 2.105 y se obtiene modelo matemático para el cálculo del área de exposición de la pila de minerales con sección transversal triangular (expresión 2.112).

$$A = 2 \cdot \int_0^{b_o/2} [L_{SL} + \pi \cdot x] \cdot \sqrt{1 + [-\tan(\varphi_m)]^2} dx \quad (2.112)$$

Para establecer el modelo del volumen de la pila se debe calcular el factor de forma, para la sección transversal triangular se determina por la expresión 2.113 (Ricaurte y Legrá, 2010).

$$k_f = \frac{1}{4} \cdot \tan(\varphi_m) \quad (2.113)$$

Luego, el modelo para el cálculo del volumen de la pila (expresión 2.114) se obtiene sustituyendo las ecuaciones 2.113; 2.111; 2.110; 2.109; 2.108 y 2.107 en la 2.106.

$$V = \frac{1}{4} \cdot b_o^2 \cdot \tan(\varphi_m) \cdot L_{SL} + 2\pi \cdot \int_0^{b_o/2} x \cdot \left[\frac{b_o}{2} \cdot \tan(\varphi_m) \cdot \left(1 - \frac{2x}{b_o} \right) \right] dx \quad (2.114)$$

Finalmente, es importante destacar que, siguiendo el mismo procedimiento descrito en este epígrafe, se establecieron los modelos para el cálculo del área de exposición y el volumen de las pilas de minerales que tienen su sección transversal parabólica, hiperbólica y semi-elíptica (ver Anexo 9). Estas geometrías no son frecuentes, pero se obtienen durante la formación de las pilas de menas lateríticas (Ricaurte y Legrá, 2010; Sierra, 2010; Retirado y Legrá, 2011). Por tal razón, fueron consideradas en la modelación matemática del proceso de secado natural.

Los modelos establecidos en esta sección tienen como elemento novedoso que permiten calcular el área de exposición y el volumen de las pilas en función de las dimensiones de la superficie horizontal disponible para el secado natural y de los ángulos maximal y tangencial de las pilas.

2.8- Conclusiones del capítulo 2

- ✦ La expresión 2.21 constituye el modelo para el cálculo de la radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de las pilas de minerales $[I(\varphi, \psi)]$. La misma es función, fundamentalmente, del día del año, la declinación solar, el ángulo horario, la latitud, la altura solar, el ángulo de incidencia, las componentes directa y difusa de la radiación solar horizontal, la orientación e inclinación de la superficie de secado, la reflectividad del suelo ubicado frente a la pila y los ángulos maximal y tangencial de la pila de menas lateríticas.

- ✦ Las expresiones 2.23; 2.38; 2.39 y 2.40 son los modelos para el cálculo de los flujos de calor transferidos y la temperatura del material en la superficie de las pilas. Estos modelos están particularizados al proceso estudiado y son función de la irradiación del cielo, la radiación global que incide sobre la superficie de secado de las pilas, el tipo de convección predominante y la variación de temperatura que experimenta el material durante el proceso de secado natural.
- ✦ Quedaron establecidos los modelos para el cálculo de la distribución unidimensional de temperatura y humedad $[T(y,\tau)$ y $H(y,\tau)]$ que experimentan las menas lateríticas durante el proceso de secado natural (expresiones 2.55; 2.81 y 4 del Anexo 7) y los procedimientos generales para el desarrollo de la modelación bidimensional de estos parámetros $[T(x,y,\tau)$ y $H(x,y,\tau)]$ (Anexos 5 y 8). Los referidos modelos y procedimientos se obtienen al resolver las ecuaciones diferenciales de difusión del calor (2.41) y del intercambio de humedad en un sólido poroso (2.69) para las condiciones iniciales y de frontera específicas del proceso investigado.
- ✦ Los modelos obtenidos para la velocidad de secado $[(dH/d\tau_1)$ y $(dH/d\tau_2)]$ y la humedad del material en la superficie de la pila en el instante de tiempo τ $[H_s(\tau)]$ en los dos periodos de secado están formados por las expresiones 2.98; 2.99; 2.100 y 2.101. Los mismos se deducen del balance de energía en la superficie de secado de una pila de menas lateríticas almacenada a la intemperie que está expuesta, de forma natural, a la radiación solar y la convección del aire.
- ✦ Los modelos representados por la expresión 2.112 y las 1; 6 y 8 del Anexo 9 permiten calcular el área de exposición (A) de las pilas de menas lateríticas expuestas al proceso de secado natural que tengan simetría axial y geometría de su sección transversal triangular, parabólica, hiperbólica y semi-elíptica, respectivamente. De modo similar, la expresión 2.114 y las 2; 7 y 9 del Anexo 9 permiten calcular el volumen de las pilas (V). Para ello, basta conocer las dimensiones (largo y ancho) de la superficie horizontal disponible para el secado natural y los ángulos maximal (φ_m) y tangencial (φ_t) de las pilas. Estos ángulos pueden determinarse como una función de dos propiedades físicas del material: la granulometría y humedad.

3. IMPLEMENTACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS

“La inteligencia consiste no solo en el conocimiento, sino también en la destreza de aplicar los conocimientos en la práctica”.

Aristóteles

3. IMPLEMENTACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS DEL PROCESO DE SECADO NATURAL DE LAS MENAS LATERÍTICAS

3.1- Introducción

En los capítulos precedentes fueron establecidos los modelos, las ecuaciones de enlace y los procedimientos que permiten calcular los parámetros fundamentales del secado natural de las menas lateríticas. Sin embargo, debido a la complejidad que presupone el trabajo manual con los modelos, se requiere implementarlos en una aplicación informática que permita validarlos y luego posibilite la simulación y optimización de los parámetros del proceso que son de interés para la presente investigación. En este sentido los **objetivos** del capítulo son:

- ✦ Implementar en una aplicación informática los modelos, las ecuaciones de enlace y los procedimientos establecidos para el cálculo de los parámetros fundamentales del proceso.
- ✦ Obtener información experimental de un caso de estudio representativo del proceso de secado natural a escala industrial que posibilite la validación de los modelos teóricos establecidos.
- ✦ Desarrollar la simulación de la distribución de temperatura y humedad del material; y la optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas.
- ✦ Valorar los beneficios económicos y el impacto ambiental asociados al proceso investigado.

3.2- Implementación de los modelos matemáticos en una aplicación informática

Los modelos matemáticos, las ecuaciones de enlace, y los procedimientos de cálculo establecidos en los capítulos precedentes fueron implementados en una aplicación informática denominada

“SecSolar”, la cual fue diseñada y creada por un grupo multidisciplinario de investigadores del Centro de Estudio de Energía y Tecnología Avanzada de Moa y del Departamento de Ingeniería Mecánica del Instituto Superior Minero Metalúrgico. La mencionada aplicación informática permite validar los modelos establecidos y calcular los parámetros fundamentales del proceso de secado natural de las menas lateríticas, en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. La misma consta de cinco ventanas, ellas son: áreas y volúmenes de pilas; diseño de pilas según radiación solar recibida; cálculo del calor total; dinámica del calor y dinámica del secado. Las operaciones que se pueden realizar en cada una de las ventanas, sus imágenes y los diagramas de bloque utilizados para los cálculos se exponen en el Anexo 10.

3.3- Diseño de experimentos para la validación de los modelos

3.3.1- Instalación experimental

Los experimentos se realizaron con menas lateríticas extraídas del frente de explotación del yacimiento Punta Gorda. El material se transportó en camiones desde la mina de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” hasta el Centro de Desarrollo de Investigaciones del Níquel, donde se depositó en el patio de secado solar y se procedió a la formación de las pilas de minerales mediante el empleo de cargadores frontales. Se seleccionó el yacimiento Punta Gorda porque el mismo, por sus características promedios, resulta representativo de los yacimientos lateríticos cubanos (Legrá, 1999; Oliveira, 2001; Vera, 2001; Ariosa, 2002; Cuador, 2002). Lo anterior ha motivado que el yacimiento en cuestión haya sido objeto de estudio de diversas investigaciones científicas (Belete, 1995; Rojas, 1995; De Dios y Díaz, 2003; Proenza *et al.*, 2003; De Miguel, 2002, 2009; Sánchez, 2006; Agyei, 2009a y b; Rojas *et al.*, 2012).

3.3.2- Selección de las variables

La velocidad de secado de las menas lateríticas durante el proceso de secado natural depende de múltiples variables, entre ellas se encuentran: la masa de material expuesta a secado, el ángulo de

reposo y las dimensiones de las pilas, la humedad inicial y final del material (Retirado *et al.*, 2010). Para la validación de los modelos matemáticos propuestos las variables antes mencionadas se midieron de forma directa en las pilas. También se consideraron los parámetros meteorológicos que influyen en el secado natural. Las particularidades de las variables se describen a continuación:

3.3.2.1- Masa expuesta a secado, ángulo de reposo y dimensiones de las pilas

Se construyeron tres pilas de menas lateríticas con sección transversal triangular, dos se formaron con 500 toneladas de material y la otra con 700 toneladas. Se experimentó con un ángulo de reposo maximal de 61 grados sexagesimales. Las dimensiones de las pilas de minerales fueron 140 m de largo y 3,2 m de ancho de la base, para las pilas de 500 toneladas, mientras que la pila de 700 toneladas tuvo una longitud de 140 m y un ancho de la base de 5,49 m. Las características de las pilas expuestas en este párrafo (masa de material expuesta a secado, ángulo de reposo maximal y dimensiones) se corresponden con las utilizadas en la implementación práctica del proceso de secado natural en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto (Estenoz, 2009; Espinosa y Pérez, 2010b; Vinardell, 2011).

3.3.2.2- Humedad inicial y final de las menas lateríticas

La humedad inicial se considera una variable independiente y, a la vez, un parámetro de referencia por cuanto permite estimar la incidencia que tiene el proceso de secado natural en la humedad del material. Su valor varía aleatoriamente porque depende de las condiciones meteorológicas de la región en el momento de la implementación del proceso y de las características hidrogeológicas del yacimiento en explotación. Se experimentó con los valores que tenían las menas lateríticas en el momento en que fueron depositadas (valores de referencia), para ello se tomaron tres muestras en los taludes longitudinales de las pilas. En el caso de la humedad final se realizaron determinaciones en los mismos puntos donde se hicieron las mediciones de la humedad inicial. Los valores de la humedad inicial y final se calcularon mediante las expresiones 1.1 y 1.3.

3.3.2.3- Variables meteorológicas

Para el monitoreo de estas variables se empleó el equipo Davis EZ-Mount Groweather que pertenece a la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”. El mismo tiene un sistema de adquisición de datos, utilizando un conjunto básico de sensores, que incluye la medición y el registro en computadora, cada una hora, de las variables meteorológicas siguientes: radiación solar, nubosidad, precipitaciones, temperatura del punto de rocío, y la temperatura, humedad relativa, dirección y velocidad del aire. Estas variables tienen un comportamiento aleatorio por lo que no pudieron ser prefijadas para la experimentación, no obstante, sus valores reales fueron considerados en el momento en que se realizó la simulación computacional con la aplicación informática creada.

3.3.3- Tipo de diseño de experimentos empleado

En las investigaciones científicas contemporáneas pueden ser empleados diversos tipos de diseños de experimentos (Guzmán, 1986; Guerra *et al.*, 2003; Montgomery, 2004; Miller *et al.*, 2005; Legrá y Silva, 2011). Sin embargo, por las características del proceso estudiado y los recursos disponibles, se empleó un diseño multifactorial cuyas características se relacionan a continuación:

1. Se realizaron mediciones en tres pilas de menas lateríticas para descartar la influencia del proceso mecánico de formación de las pilas. Las mismas se orientaron longitudinalmente en la dirección del eje norte-sur.
2. Las muestras para la medición de la humedad de las menas lateríticas se tomaron en la superficie de las pilas, de esta manera se garantizaron mediciones correctas con la instrumentación disponible.
3. En cada pila se tomaron tres puntos de medición en diferentes cortes y para el análisis posterior se consideró el resultado promedio. Se procedió de esta forma debido a los pequeños valores puntuales y promedios obtenidos para el coeficiente de variación, los cuales fueron inferiores al 5 %. Lo anterior confirma la calidad de las mediciones realizadas y asegura que los resultados obtenidos en un corte sean extrapolables a cualquier otro corte de la pila.

4. Las mediciones antes mencionadas se realizaron durante 14 días no consecutivos donde la variabilidad climática determinó un conjunto diverso de condiciones experimentales en lo que se refiere a los valores de la humedad inicial del material y de los parámetros meteorológicos.
5. En los días impares (1; 3; 5; 7; 9; 11 y 13) se realizaron mediciones en puntos del talud oeste de las pilas y en los días pares se realizaron las mediciones en puntos del talud este.
6. No se consideraron pilas con secciones transversales diferentes a las triangulares o ángulos de reposo maximal diferentes a 61 grados por motivos técnico-económicos. Sin embargo, esto no constituye un obstáculo para comprobar la veracidad de los modelos teóricos propuestos.

3.3.4- Matriz del diseño de experimentos y número de mediciones experimentales

En el diseño empleado se consideran como factores o variables independientes la distancia en el eje “X” medida simétricamente desde el origen de coordenadas (X_O y X_E), la altura en el eje “Y” de la superficie de secado de la pila (Y_S), la distancia en el eje “Z” medida desde el origen de la superficie lateral de la pila (Z_1 , Z_2 y Z_3), y el tiempo medido a las seis y las 18 horas (τ_0 y τ_F). El parámetro de referencia lo constituye la humedad inicial del material (H_0) y la variable dependiente es la humedad final de las menas lateríticas (H_F). En la Tabla 3.1 se expone la matriz del diseño de experimentos implementado en la investigación. Por su parte, los resultados experimentales obtenidos para la humedad de las menas lateríticas y sus correspondientes valores teóricos calculados con los modelos establecidos se relacionan en la Tabla 1 del Anexo 11.

Tabla 3.1. Matriz del diseño de experimentos implementado en cada pila de menas lateríticas.

			Mediciones de humedad a realizar en las pilas a las seis horas					Mediciones de humedad a realizar en las pilas a las 18 horas				
			Tres muestras y el valor promedio					Tres muestras y el valor promedio				
Día	X (m)	Z (m)	τ_0 (h)	$H_{0(Z1)}$ (%)	$H_{0(Z2)}$ (%)	$H_{0(Z3)}$ (%)	$H_{0(P)}$ (%)	τ_F (h)	$H_{F(Z1)}$ (%)	$H_{F(Z2)}$ (%)	$H_{F(Z3)}$ (%)	$H_{F(P)}$ (%)
1	X_O	Z_{1-3}	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(1)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(1)}$
2	X_E	Z_{1-3}	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(2)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(2)}$
3	X_O	Z_{1-3}	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(3)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(3)}$
4	X_E	Z_{1-3}	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(4)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(4)}$

Continuación de la Tabla 3.1.

				Tres muestras y el valor promedio				Tres muestras y el valor promedio				
Día	X (m)	Z (m)	τ_0 (h)	$H_{0(Z1)}$ (%)	$H_{0(Z2)}$ (%)	$H_{0(Z3)}$ (%)	$H_{0(P)}$ (%)	τ_F (h)	$H_{F(Z1)}$ (%)	$H_{F(Z2)}$ (%)	$H_{F(Z3)}$ (%)	$H_{F(P)}$ (%)
5	X _O	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(5)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(5)}$
6	X _E	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(6)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(6)}$
7	X _O	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(7)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(7)}$
8	X _E	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(8)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(8)}$
9	X _O	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(9)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(9)}$
10	X _E	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(10)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(10)}$
11	X _O	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(11)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(11)}$
12	X _E	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(12)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(12)}$
13	X _O	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(13)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(13)}$
14	X _E	Z ₁₋₃	0	$H_{0(Z1)}$	$H_{0(Z2)}$	$H_{0(Z3)}$	$H_{0P(14)}$	12	$H_{F(Z1)}$	$H_{F(Z2)}$	$H_{F(Z3)}$	$H_{FP(14)}$
Total de mediciones experimentales realizadas en cada una de las pilas consideradas → 84												

3.3.5- Consideraciones sobre la suficiencia del muestreo y el análisis de varianza

Para comprobar la pertinencia práctica de los modelos teóricos establecidos para el cálculo de la humedad de las menas lateríticas durante el proceso de secado natural se pueden realizar dos tipos de experimentos, ellos son:

1. El experimento en el cual se determina la humedad de las menas lateríticas tomando muestras de material en la superficie de secado de las pilas y;
2. El experimento en el cual se determina la humedad de las menas lateríticas tomando muestras de material en la superficie de secado y en el interior (parte central) de las pilas.

Sin embargo, se debe puntualizar que cuando se someten las menas lateríticas investigadas al secado natural las mismas se compactan y forman una coraza prácticamente impenetrable que, según las investigaciones consultadas, dificulta mucho el muestreo en el interior de las pilas de minerales (Espinosa y Pérez, 2010a y b; Vinardell, 2011). Este inconveniente determinó que en la validación de los modelos teóricos se implementara mayoritariamente el primer experimento y en menor medida el segundo. En ambos casos durante los experimentos se homogenizó el material en las pilas para obtener valores promedios de humedad. Los resultados obtenidos se exponen en las Tablas 1 y 3 del Anexo 11.

En relación con la necesidad de realizar o no un análisis de varianza, se debe destacar que en este caso concreto no se requiere inferir la ya conocida relación existente entre las variables espaciales (x , y , z) y la variable temporal (τ) con la temperatura y la humedad del material en cada punto espacial e instante de tiempo, lo anterior resulta evidente en las ecuaciones 2.41 y 2.69. Por otra parte, en la investigación tampoco fue necesario establecer un modelo empírico para el cálculo de la humedad de las menas lateríticas, por ejemplo utilizando el Método de los Mínimos Cuadrados, porque las mediciones experimentales realizadas tienen como único propósito confirmar la validez de los modelos teóricos obtenidos al resolver las ecuaciones diferenciales 2.41 y 2.69 con los problemas de contorno planteados para el proceso investigado.

3.3.6- Técnica experimental para la medición de la humedad de las menas lateríticas

Para el experimento realizado se removió y homogenizó el material en las pilas con la finalidad de obtener valores promedios de humedad. Este parámetro se determinó por el método tradicional de diferencias de pesadas (Martínez-Pinillos, 1997). Se empleó el mismo por la confiabilidad que brinda en los resultados, su sencillez y fácil aplicación (Miranda, 1996; Pavez *et al.*, 2000).

Durante el experimento se tomaron muestras de aproximadamente dos kilogramos en la superficie de las pilas en el horario de las seis de la mañana. Las muestras se trasladaron en recipientes herméticos hasta el laboratorio, se le determinó la masa en ese instante en una balanza digital (ver Figura 1 del Anexo 12). Posteriormente se sometieron al secado, en la estufa que se ilustra en la Figura 2 del Anexo 12, a una temperatura de 105 °C hasta que la masa de la muestra permaneciera constante (alrededor de 24 horas), luego se enfriaron en una desecadora, se determinó la masa de la muestra seca y se calculó la humedad inicial del material. Simultáneamente las pilas de menas lateríticas se expusieron al proceso de secado natural en el horario comprendido entre las seis y las 18 horas y en éste último horario se tomaron nuevamente muestras en los mismos puntos de muestreo, se repitió el procedimiento realizado en la mañana y se determinó la humedad final. Luego se comprobó el efecto que tuvo el proceso de secado natural en la humedad del material.

3.4- Validación de los modelos matemáticos con pilas de dimensiones industriales

En el capítulo precedente se establecieron los modelos teóricos que permiten calcular la humedad de las menas lateríticas, pero se desconoce en qué medida los mismos permiten describir el proceso real, por tal razón los modelos matemáticos deben ser validados.

La validación de los modelos tiene gran importancia porque permite conocer con qué precisión los mismos se corresponden con la realidad física del proceso investigado (Viera *et al.*, 1988; Columbié, 2001; Retirado, 2004; Góngora *et al.*, 2007, 2008; Bombino *et al.*, 2010; Brito-Vallina *et al.*, 2011). Dicha validación puede realizarse comparando los resultados obtenidos con el uso del modelo con los datos disponibles sobre el objeto de estudio, comparándolos con los datos reportados por otros modelos ya validados o valorando las conclusiones que se obtienen al usar el modelo en cuestión (Legrá y Silva, 2011).

En este trabajo, la validación de los modelos se realiza comparando los resultados experimentales obtenidos para la humedad del material [$H_{F(P)Exp.}$], con los teóricos calculados con los modelos para las mismas condiciones del experimento [$H_{F(P)Teo.}$]. Luego, se calculan los errores relativos puntuales y promedios entre los resultados experimentales y los teóricos, teniendo como criterio de aceptación que el error relativo promedio sea inferior al 10 %. Para el cálculo de los errores se emplean las expresiones 3.1 y 3.2; propuestas por Montgomery (2004) y Miller *et al.* (2005). El diagrama general empleado en la validación de los modelos se expone en la Figura 1 del Anexo 11.

$$E = \left| \frac{[H_{F(P)Exp.}] - [H_{F(P)Teo.}]}{H_{F(P)Exp.}} \right| \cdot 100 \quad (3.1)$$

$$E_P = \sum_{i=1}^{N_d} \left| \frac{[H_{F(P)Exp.}] - [H_{F(P)Teo.}]}{H_{F(P)Exp.}} \right| \cdot \frac{100}{N_d} \quad (3.2)$$

Donde:

E : error relativo puntual entre los valores experimentales y los teóricos de la humedad; %.

$H_{F(P)Exp.}$: valor promedio de la humedad del material determinado de forma experimental; %.

$H_{F(P)Teo.}$: valor promedio de la humedad del material determinado de forma teórica; %.

E_P : error relativo promedio entre los valores experimentales y los teóricos de la humedad; %.

N_d : número de determinaciones; adimensional.

En la Tabla 1 del Anexo 11 se relacionan los valores de la humedad de las menas lateríticas obtenidos experimentalmente en las pruebas de secado natural y los valores teóricos calculados con los modelos matemáticos para las mismas condiciones del experimento, los resultados experimentales [$H_{0(P)Exp.}$ y $H_{F(P)Exp.}$] son los promedios para las tres muestras analizadas. En la referida tabla se observa que los errores relativos puntuales siempre fueron inferiores al 15 %, siendo el 73,81 % de ellos inferiores al 10 %. El error relativo promedio, en las tres pilas, se encuentra por debajo del 8 % y el error relativo promedio considerando todas las determinaciones es igual a 6,57 %. Estos valores indican que existe una correspondencia satisfactoria entre los resultados de la humedad obtenidos experimentalmente durante el secado natural y los valores teóricos calculados con los modelos establecidos. Los errores relativos puntuales calculados para cada uno de los niveles de humedad relacionados en la Tabla 1 del Anexo 11 obedecen a la distribución que se muestra en la Tabla 2 del Anexo 11.

Teniendo en cuenta el ajuste global del 93,43 % alcanzado con los modelos establecidos para el cálculo de la humedad del material, la distribución de los errores relativos puntuales calculados y sus pequeños valores promedios (ver Tablas 1; 2 y 3 del Anexo 11), así como, los criterios expuestos en las literaturas que abordan la modelación matemática de procesos industriales (Tijonov, 1978; Lucenko, 1984; Legrá y Silva, 2011) donde se especifica que para cálculos de ingeniería (excepto en los procesos y las instalaciones que por su principio de funcionamiento requieren alta precisión en los cálculos) una aproximación del 90 % es satisfactoria, debido a que los resultados siempre están influenciados por los errores inherentes al proceso de experimentación, se puede aseverar entonces que los modelos matemáticos establecidos en el presente trabajo tienen una exactitud adecuada y, por tanto, son válidos para los fines para los cuales fueron creados.

3.4.1- Aplicación práctica de los modelos matemáticos establecidos

La aplicación práctica fundamental de los modelos establecidos en el presente trabajo, es que permite calcular los valores y pronosticar los comportamientos de los parámetros fundamentales del secado natural de las menas lateríticas, lo cual es beneficioso para racionalizar la implementación del proceso, por cuanto se puede estimar en qué magnitud se reducirá el contenido de humedad de una cantidad determinada de menas lateríticas, sin tener que someterla al proceso de experimentación y, por consiguiente, se infiere si es factible el secado natural previo del material bajo las condiciones prefijadas para las simulaciones computacionales. Estas posibilidades que brindan los modelos obviamente se pueden convertir en ahorro de combustible y, por tanto, en utilidades económicas para las empresas niquelíferas cubanas que implementan el proceso.

3.5- Aplicación del procedimiento establecido a una pila de dimensiones industriales

Para desarrollar este epígrafe se calculan los parámetros fundamentales del proceso de secado natural para la pila de 700 toneladas (ver sus características en la Tabla 1 del Anexo 11). En las secciones siguientes se exponen los resultados obtenidos y los correspondientes comentarios.

3.5.1- Cálculo del área de exposición y el volumen de la pila

En las Tablas 1 y 2 del Anexo 13 se relacionan los valores obtenidos para el área de exposición y el volumen de la pila en correspondencia con la variación de los ángulos maximal y tangencial, como se aprecia, los modelos establecidos en el capítulo anterior (expresiones 2.112 y 2.114 y las 1; 2; 6; 7; 8 y 9 del Anexo 9) permiten determinar los mencionados parámetros para las pilas de minerales con geometría de su sección transversal triangular, parabólica, hiperbólica y semi-elíptica.

Sobre el cálculo del área y el volumen resulta interesante destacar que al utilizar los modelos propuestos en la presente investigación solo se requiere conocer las dimensiones (largo y ancho) de la superficie horizontal disponible para el secado natural, datos que siempre están disponibles y los ángulos maximal y tangencial de la pila de minerales, los cuales se pueden determinar conociendo

la granulometría y humedad del material (ver ecuaciones 3 y 4 del Anexo 9), estas propiedades físicas de las menas lateríticas igualmente son conocidas y ampliamente dominadas por los obreros e investigadores encargados de implementar el proceso en las empresas productoras de níquel.

Los comportamientos mostrados por los valores expuestos en las Tablas 1 y 2 del Anexo 13 indican que el área de exposición y el volumen de las pilas aumentan en la medida en que se incrementan los ángulos maximal y tangencial. Sin embargo, aunque las tendencias al crecimiento de los valores en ambos casos son similares, se observa que la diferencia entre los valores extremos (máximo y mínimo) es más acentuada en el caso del volumen. Por tanto, al variar los ángulos maximal y tangencial se pueden obtener incrementos en el volumen de las pilas que son superiores al incremento que se obtiene para el área de exposición.

Por otra parte, aunque es importante valorar las tendencias al crecimiento que reflejan el área de exposición y el volumen de la pila, durante la implementación práctica del proceso de secado natural se debe considerar que no necesariamente se obtienen eficiencias racionales en las pilas de mayor área y volumen, sino en aquellas en que los procesos de transferencia de calor y masa se intensifican como resultado de una mayor captación de la radiación solar y que, a la vez, su volumen sea suficientemente grande para satisfacer la productividad requerida por las empresas productoras de níquel. Estos criterios deben ser considerados en la optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado natural.

3.5.2- Cálculo de la radiación global que llega a la superficie de secado de la pila

Los valores obtenidos para la radiación global que incide sobre la superficie de secado de la pila se relacionan en la Tabla 3 del Anexo 13, los mismos fueron calculados empleando la expresión 2.21, la cual fue establecida para las condiciones específicas del proceso investigado.

Al graficar los resultados en la Figura 3.1 se observa que la radiación solar medida sobre la superficie horizontal, en general difiere de un 3 a un 5 % de la radiación global que incide sobre los taludes este y oeste de la pila, lo anterior se debe a que la superficie de secado de la pila está

inclinada en 61 grados. De lo aquí expuesto se deduce la importancia que tiene, en el diseño de la tecnología de secado natural, la evaluación rigurosa de la radiación solar disponible e incidente.

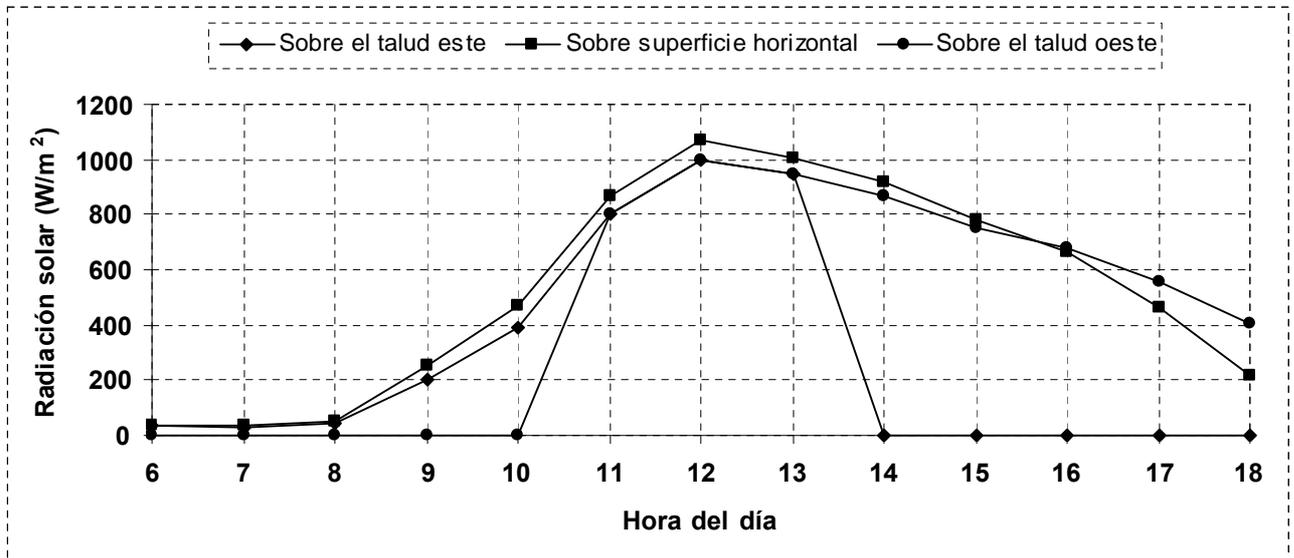


Figura 3.1. Comportamiento de la radiación solar que llega a la superficie de secado de la pila.

En la Figura 3.1 se observa además que en la sección de la tarde (a partir de las 12 horas) la radiación es más intensa y en consecuencia el secado del talud oeste de la pila será más rápido que en el este, por tanto el proceso de remoción del material debe realizarse en el sentido este-oeste, lo anterior es congruente con el procedimiento de remoción propuesto por Estenoz (2009), el cual tiene como objetivo desarrollar un método que posibilite aprovechar al máximo las energías solar y eólica en el proceso de secado natural para obtener una elevada productividad del secado por unidad de superficie, mediante la remoción periódica de las pilas, y la regulación y control de sus taludes y parámetros, en tal forma que se pueda adecuar a las variaciones climáticas y las irregularidades de los regímenes de precipitación presentes en la región donde se implementa el proceso investigado.

3.5.3- Cálculo del calor total que llega a la superficie de secado de la pila

Debido a que el proceso estudiado se desarrolla a la intemperie, la superficie de secado de la pila intercambia calor con los alrededores por convección y radiación. El calor total que se aprovecha en el secado lo constituye la suma o la diferencia (según corresponda) de estos dos flujos de calor.

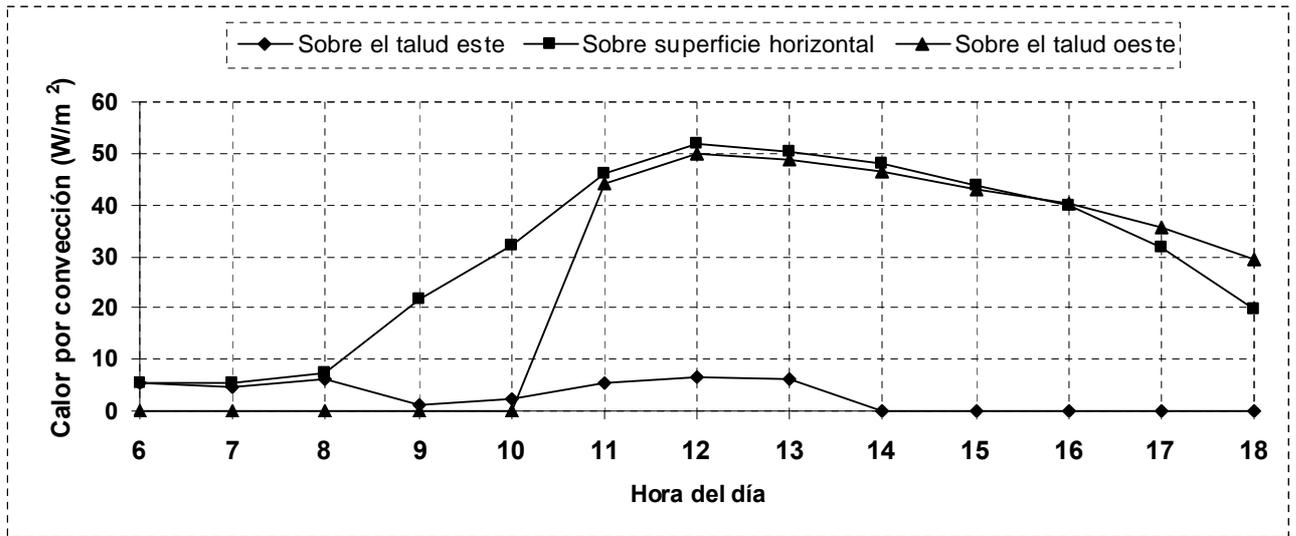


Figura 3.2. Comportamiento del flujo de calor por convección durante el proceso de secado natural.

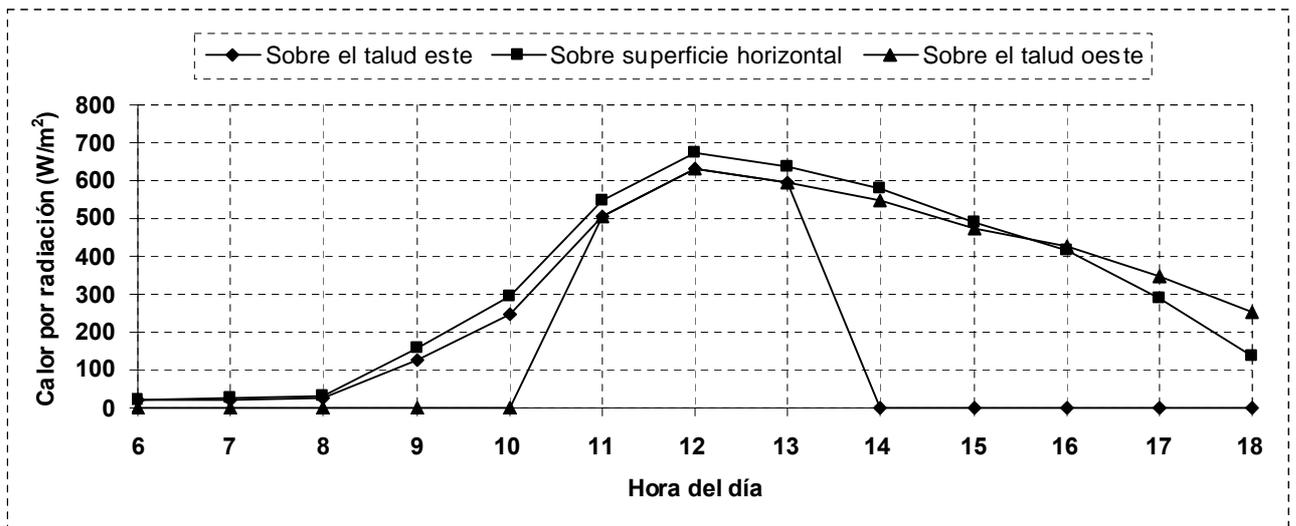


Figura 3.3. Comportamiento del flujo de calor por radiación durante el proceso de secado natural.

En las Tablas 4 y 5 del Anexo 13 se relacionan los valores calculados (con los modelos matemáticos 2.38 y 2.23) para los flujos de calor transferidos por convección y radiación. Al valorar sus comportamientos (Figuras 3.2 y 3.3) se infiere que estos están determinados por el régimen de radiación solar existente, lo anterior explica el hecho de que las tendencias globales de las curvas representadas en las Figuras 3.1 y 3.3 sean similares. Además, se aprecia claramente que el flujo de calor predominante y por tanto más influyente en el proceso de secado natural es el de radiación. Sin embargo, si se comparan los valores obtenidos para la radiación solar (Figura 3.1) y para el

flujo de calor por radiación (Figura 3.3), se observa una reducción del segundo respecto al primero, lo anterior es consecuencia de la influencia que tienen la absorptividad solar y la reflectividad de las menas lateríticas, la inclinación de la superficie de secado de la pila y las condiciones climatológicas predominantes en la región durante la implementación del proceso de secado natural.

3.5.4- Cálculo y simulación de la distribución de temperatura del material en la pila

Durante el proceso de secado natural de las menas lateríticas la superficie de secado recibe la radiación solar, una parte del calor recibido se emplea en evaporar la humedad no estructural del producto y otra parte en variar la energía interna del material mientras aumenta su temperatura. La distribución de temperatura que experimentan las menas lateríticas durante el secado natural se calcula mediante la ecuación 2.55. Los resultados obtenidos para los diferentes taludes de la pila y espesores de secado se relacionan en las Tablas 6; 7; 8 y 9 del Anexo 13.

Al analizar los comportamientos mostrados en las Figuras 3.4 y 3.5 se observa que la superficie de secado de la pila de minerales (donde la altura $h = 4,7$ m) incrementa su temperatura después de las ocho y 10 horas, respectivamente (posterior a las dos y cuatro horas de secado) y los mayores valores en el talud este de la pila se obtienen en el horario comprendido entre las 10 y las 13:30 horas, donde oscilan entre los 51,4 y 82,9 °C. En el caso del talud oeste de la pila los mayores valores de temperatura se alcanzan entre las 11 y las 16 horas, en este horario la temperatura del material oscila entre los 70,9 y 85,8 °C. Sin embargo, en ambos taludes para las restantes alturas consideradas este parámetro tiene un comportamiento aproximadamente constante e igual al valor inicial (25,5 °C), excepto para la altura $h = 4,3$ m donde se alcanzan valores cercanos a los 29 y 31°C entre las 11 y las 13 horas (ver Tablas 6 y 7 del Anexo 13).

De los comportamientos mostrados en las Figuras 3.4 y 3.5 se infiere que las menas lateríticas investigadas se caracterizan por ser un material mal conductor del calor, por cuanto los cambios que se producen en la temperatura superficial de la pila de minerales no inciden significativamente en la capa de material que se encuentra ubicada a una distancia de 0,388 m (38,8 cm).

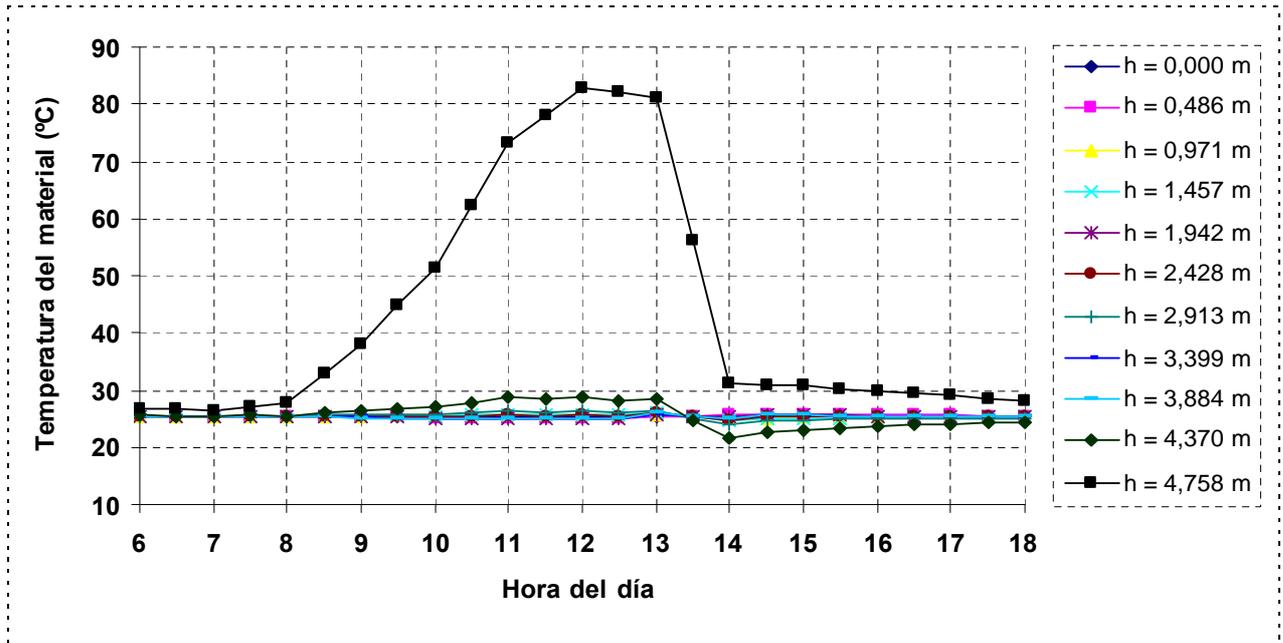


Figura 3.4. Comportamiento de la distribución de temperatura de las menas lateríticas en el talud este de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

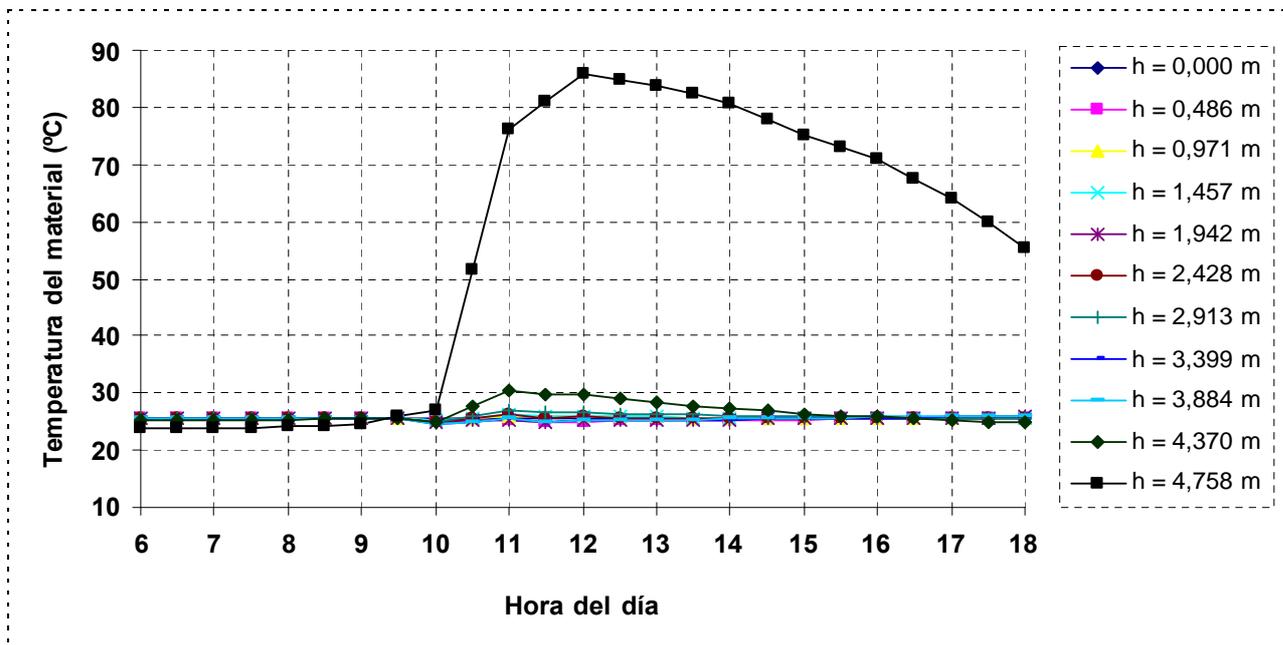


Figura 3.5. Comportamiento de la distribución de temperatura de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

Con el objetivo de determinar el espesor de material al cual se produce un cambio significativo en la temperatura de las menas lateríticas en el interior de la pila se graficaron los valores de

temperatura para las alturas más cercanas a la superficie de secado de la pila (Figuras 3.6 y 3.7). Como se aprecia para la altura $h = 4,6$ m, a partir de las 10 horas, se produce un incremento considerable en la temperatura del material respecto a su valor inicial, sin embargo, para la altura siguiente ($h = 4,5$ m) los valores no cambian significativamente, por tanto se puede concluir que para las condiciones de secado natural analizadas la conducción del calor en ambos taludes de la pila se produce en una capa de material de aproximadamente 0,097 m (9,7 cm) de espesor.

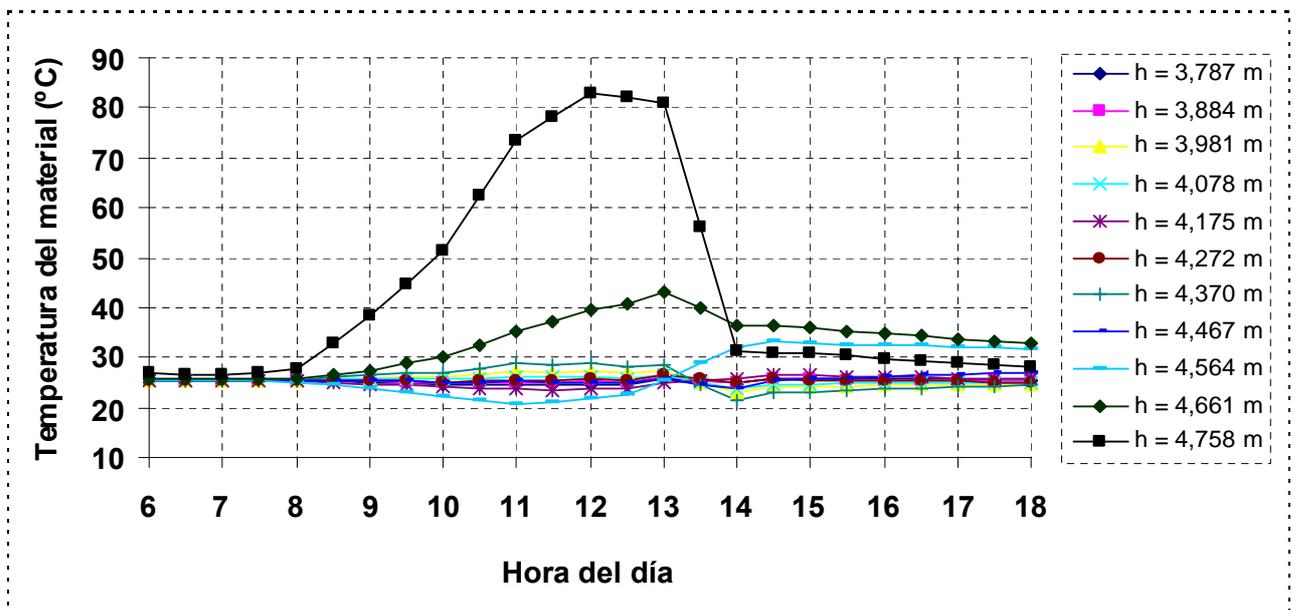


Figura 3.6. Comportamiento de la temperatura en el talud este en función del espesor de secado.

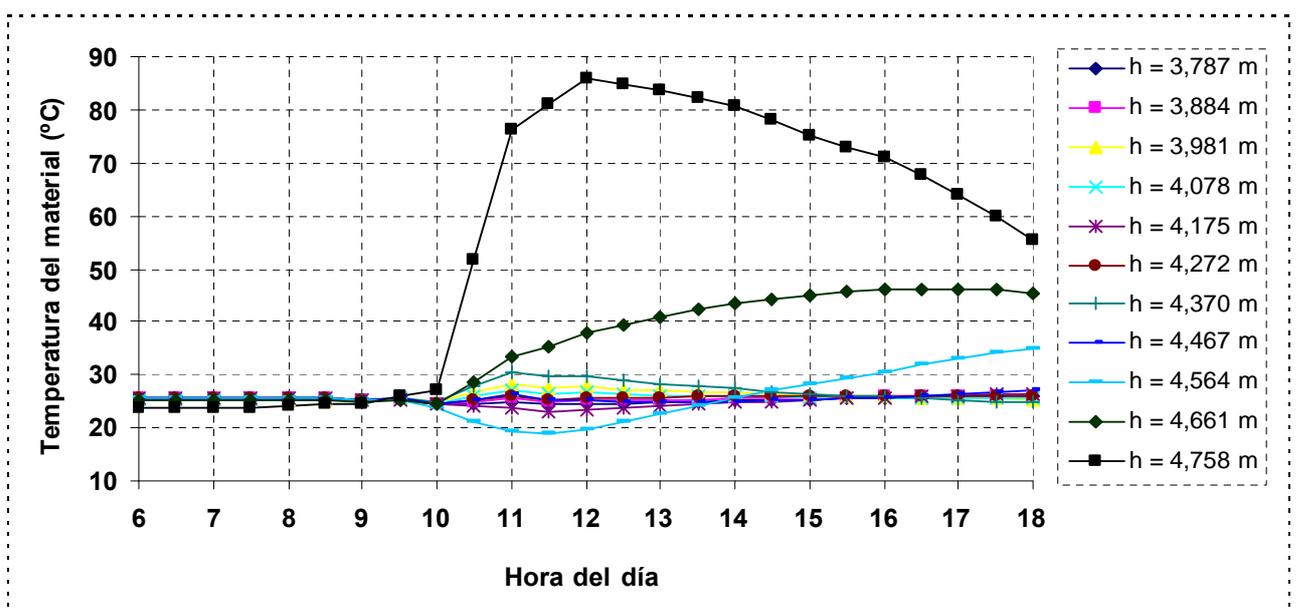


Figura 3.7. Comportamiento de la temperatura en el talud oeste en función del espesor de secado.

3.5.5- Cálculo y simulación de la distribución de humedad del material en la pila

Los valores de la humedad del material se obtienen con las ecuaciones 2.81 y 4 del Anexo 7, y se relacionan en las Tablas 10; 11; 12 y 13 del Anexo 13. En general, se observan pequeñas reducciones en el contenido de humedad de las menas lateríticas que no exceden el 2 y 4,5 % (1,6 y 4,3 %) en los taludes este y oeste de la pila, respectivamente (Figuras 3.8 y 3.9). Estos resultados se corresponden con la cantidad de energía solar y eólica disponible para el proceso de secado natural y con las características del movimiento de la fuente de energía utilizada: el sol.

En la Figura 3.8 se observa que en el talud este de la pila se obtienen reducciones en el contenido de humedad del material a partir de las nueve y hasta las 13:30 horas. Sin embargo, en el horario restante la humedad de las menas lateríticas permanece prácticamente constante. En la mañana (desde las seis hasta las nueve horas) se debe a los bajos niveles de radiación solar existentes en ese horario y en la tarde (de 13:30 a 18) el comportamiento puede ser atribuido al efecto de la sombra que se genera producto de la inclinación de la superficie de la pila y del movimiento diario del sol.

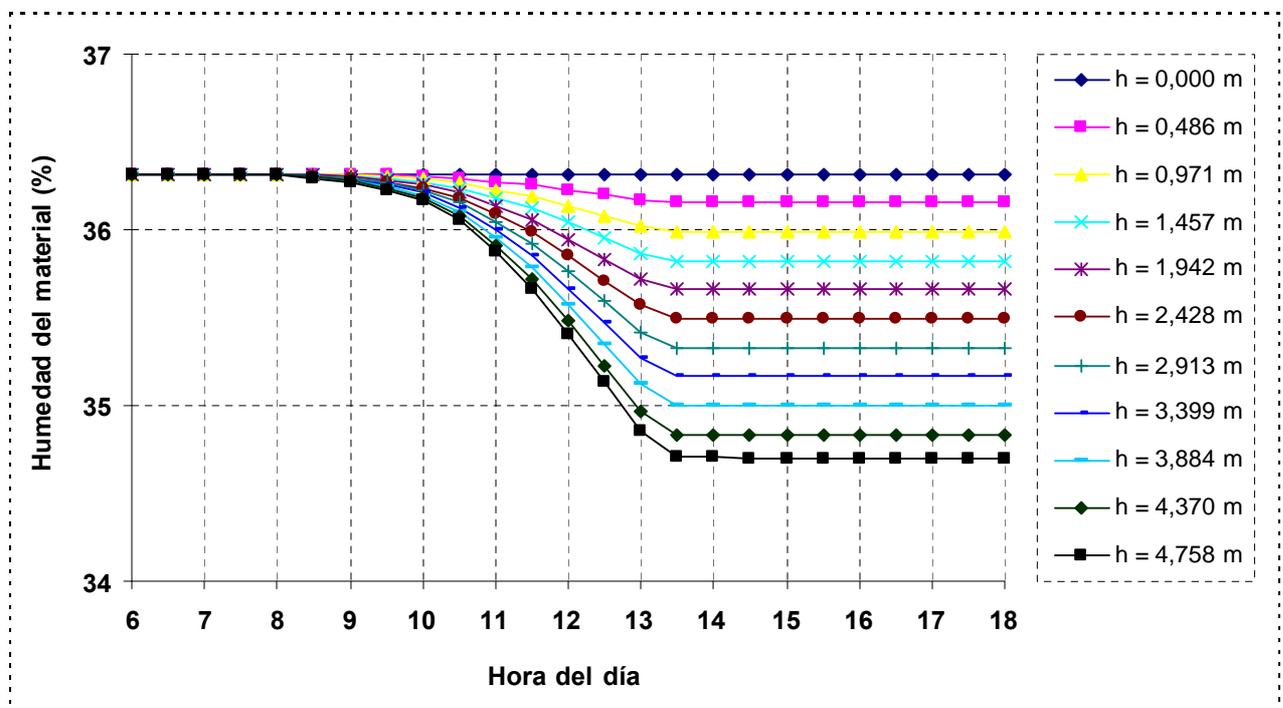


Figura 3.8. Comportamiento de la distribución de humedad de las menas lateríticas en el talud este de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

En el talud oeste de la pila (Figura 3.9) para las capas de mineral ubicadas entre 0 y 2,4 m de altura se obtienen reducciones de la humedad inferiores al 2,5 %, mientras que en las capas más cercanas a la superficie de la pila (desde $h = 3,8$ m hasta $h = 4,7$ m) los niveles de reducción de la humedad oscilan entre 3,2 y 4,2 %. Sin embargo, como promedio en los taludes este y oeste la humedad se redujo en 0,4 y 0,7 %; y en la pila completa la reducción fue de 0,6 %.

Este último valor sugiere que para reducir la humedad entre 5 y 6 % en la pila completa, la misma se debe someter al proceso de secado natural por un tiempo de alrededor de 10 días si las condiciones meteorológicas se mantienen similares a las utilizadas en la simulación. De lo contrario puede que se requiera más o menos tiempo, según sea el caso, para lograr los mismos niveles de reducción de humedad en el material. Resultados similares a los expuestos en este epígrafe han sido obtenidos en la implementación práctica del proceso objeto de estudio y en las pruebas experimentales de secado natural que constan en las investigaciones consultadas (Estenez *et al.*, 2004, 2005; Retirado *et al.*, 2007, 2008, 2009, 2010).

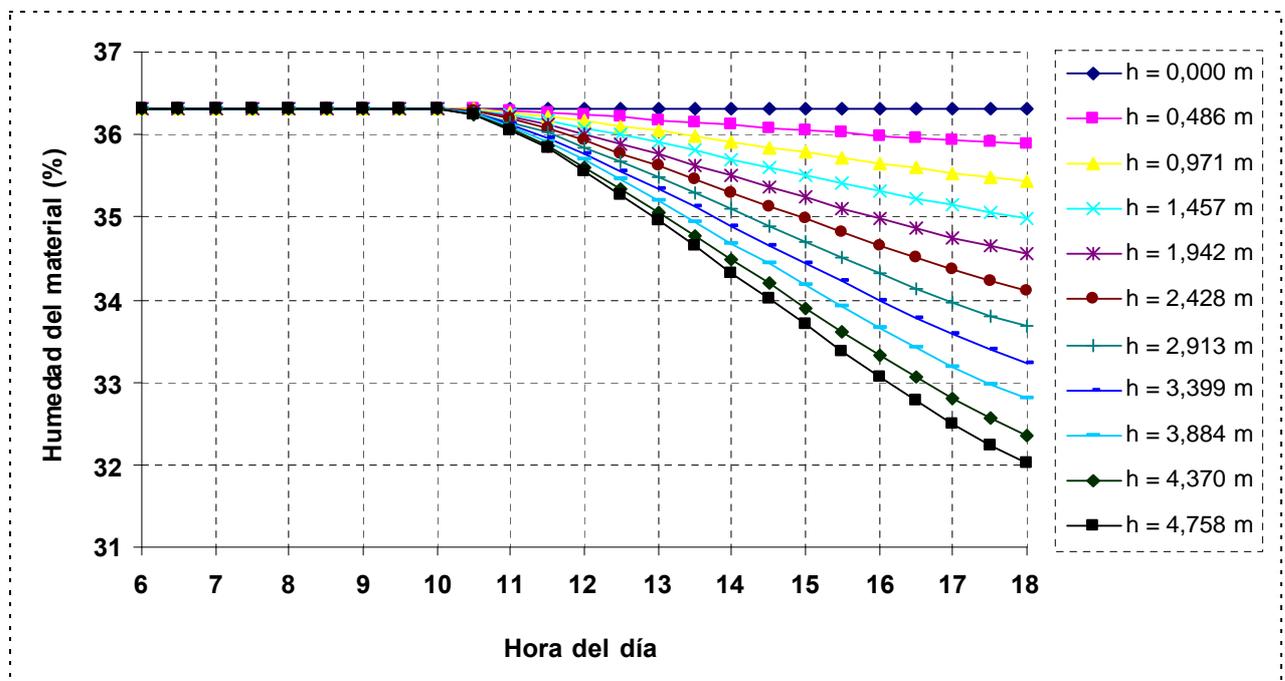


Figura 3.9. Comportamiento de la distribución de humedad de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

En las Figuras 3.10 y 3.11 se graficaron los valores de humedad obtenidos para las mismas condiciones de secado en la que se obtuvo la distribución de temperatura que se muestra en las Figuras 3.6 y 3.7. Al analizar detalladamente las Figuras 3.6; 3.7; 3.10 y 3.11 y su interrelación se aprecia que en el caso de la temperatura los cambios significativos se producen en la capa de material que está a 9,7 cm de la superficie de la pila (Figuras 3.6 y 3.7), pero en el caso de la humedad sucede diferente y se obtienen reducciones en la misma, que resultan significativas para el proceso (mayor de 1,5 y 3,5 %, según el talud del que se trate), hasta las capas que se encuentran a una distancia de 29,1 y 87,4 cm en los taludes este y oeste, respectivamente (Figura 3.10 y 3.11).

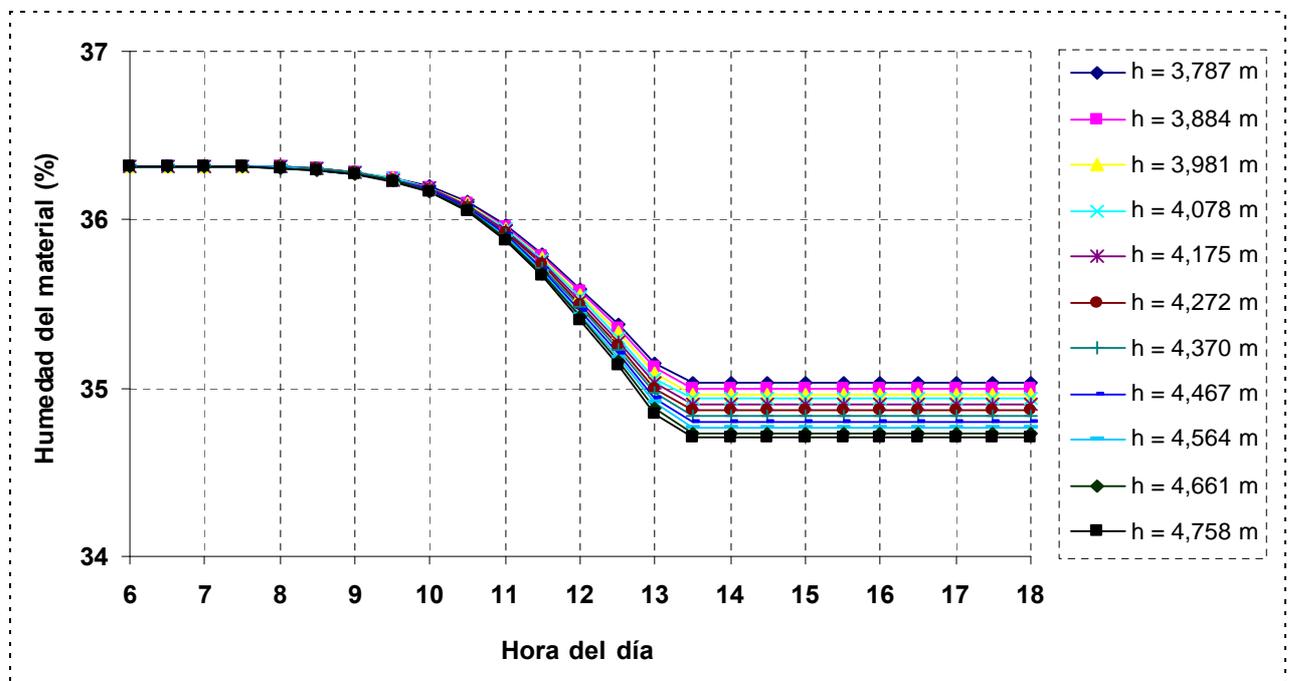


Figura 3.10. Comportamiento de la humedad en el talud este en función del espesor de secado.

Los resultados anteriores confirman que durante el proceso de secado natural de las menas lateríticas el transporte de la humedad se produce por los efectos combinados de los gradientes de temperatura y de humedad. En el caso del primero actúa, fundamentalmente, en las capas cercanas a la superficie de secado de la pila como resultado del calentamiento que experimenta el material en esa zona y el segundo, actúa en las capas interiores como consecuencia de la diferencia de concentración de humedad existente entre las diferentes zonas de la pila. Estos comportamientos

sugieren que durante el proceso investigado el mecanismo de movimiento de la humedad es mixto e incluye los efectos combinados de *la difusión de vapor* debido a los gradientes de presión parcial del vapor, *la difusión líquida* debido a los gradientes de concentración de humedad y *el movimiento de líquido* debido a las fuerzas capilares y gravitatorias.

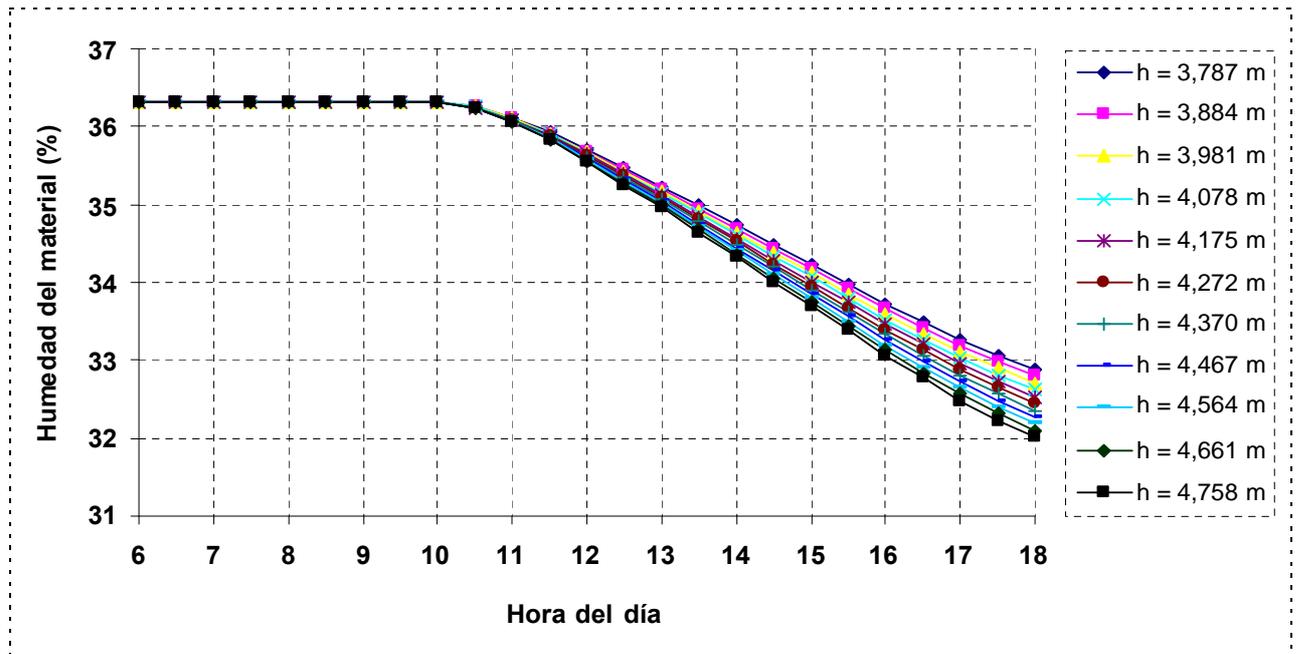


Figura 3.11. Comportamiento de la humedad en el talud oeste en función del espesor de secado.

3.5.6- Cálculo y simulación de la velocidad de secado en la pila

La velocidad de secado durante el proceso investigado tiene un comportamiento oscilatorio que se corresponde con las oscilaciones de la radiación solar y la temperatura del material en la superficie de la pila. Se caracteriza, además, por tener pequeños valores (ver Tablas 14 y 15 del Anexo 13), los cuales son consecuencia de la baja densidad de energía con que se implementa el secado natural.

En la Figura 3.12 se observa que la velocidad de secado en el talud este de la pila, entre las 6:30 y las 8 horas, es prácticamente insignificante debido a la poca radiación solar existente, pero se intensifica entre las 10 y las 13:30 horas como resultado del incremento de la radiación. Posterior a las 14 horas la velocidad de secado es nula porque en el talud analizado deja de incidir la radiación solar debido a la inclinación de la superficie y a la posición del sol (ver Tabla 14 del Anexo 13).

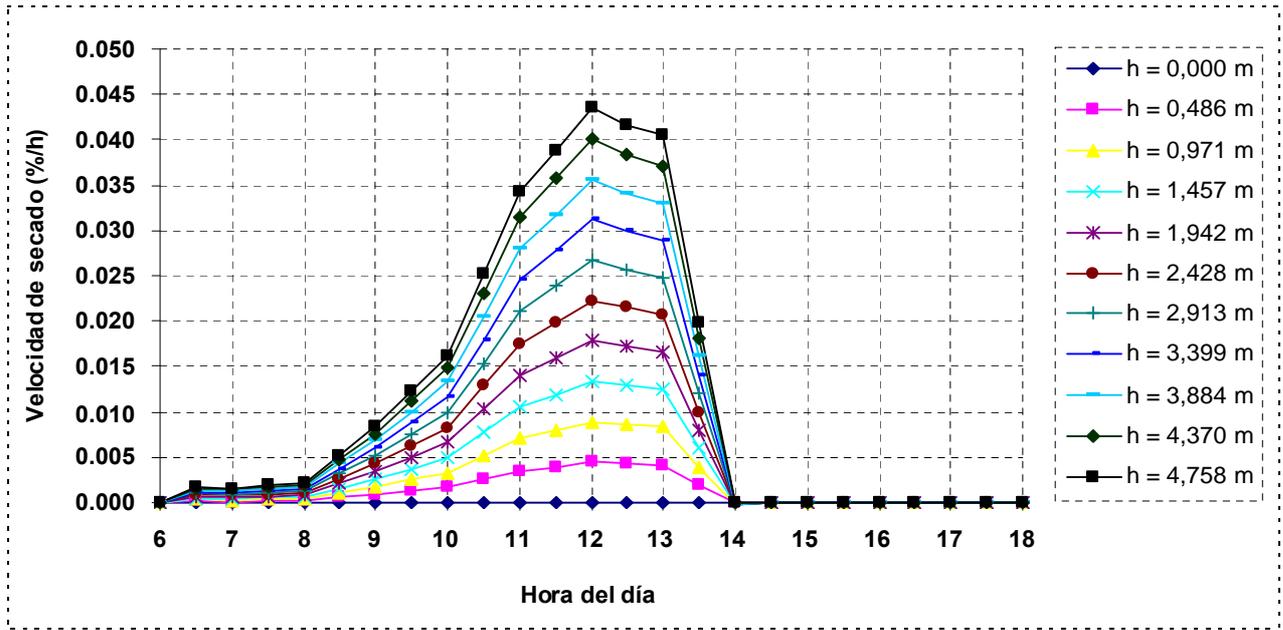


Figura 3.12. Comportamiento de la velocidad de secado en el talud este de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

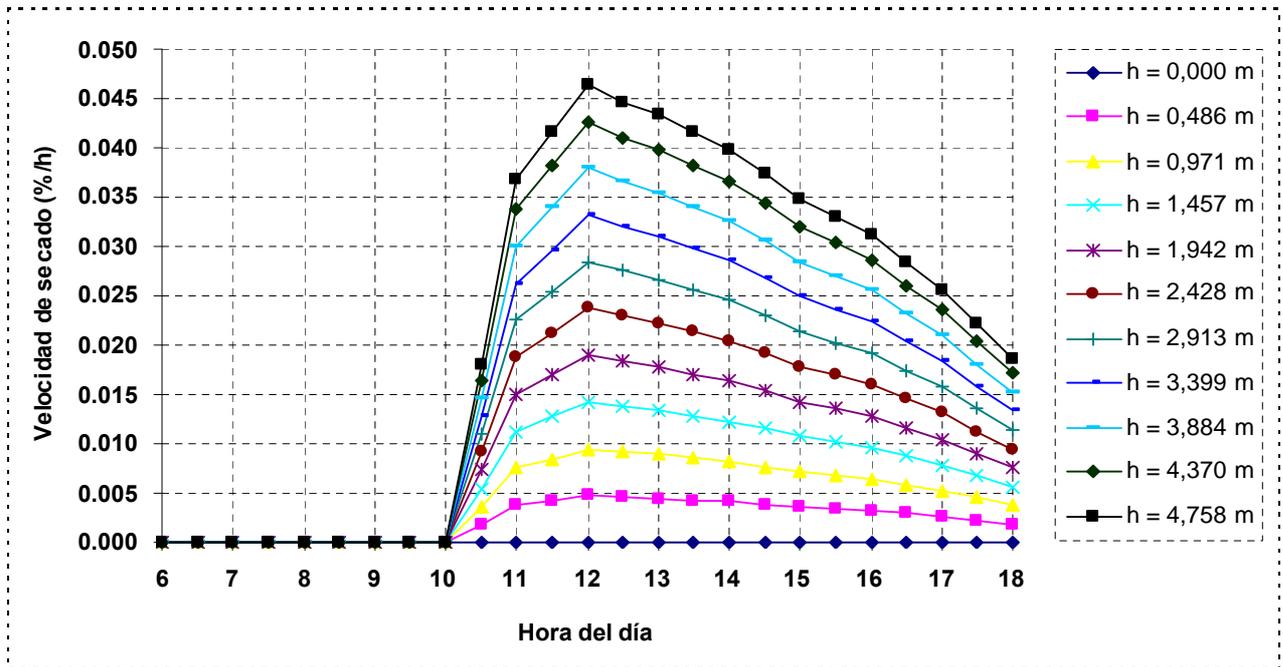


Figura 3.13. Comportamiento de la velocidad de secado en el talud oeste de la pila, desde la base hasta la superficie de secado.

En el caso del talud oeste de la pila (Figura 3.13) se puede inferir que hasta las 10 horas dicho talud se encuentra a la sombra, sin embargo, a partir de la hora mencionada comienza a incidir la

radiación solar y por consiguiente se incrementa abruptamente la velocidad de secado alcanzando sus valores máximos entre las 11 y las 15 horas, pero a diferencia del talud este (Figura 3.12), aquí entre las 14 y las 18 horas la velocidad de secado tiene valores apreciables para el proceso investigado (ver Tabla 15 del Anexo 13). Lo anterior está condicionado por los regímenes de radiación solar que inciden en la superficie de secado de la pila en la sección de la tarde.

De los comportamientos mostrados en las Figuras 3.12 y 3.13 se infiere que la implementación práctica del proceso pudiera realizarse con pilas asimétricas cuyo talud oeste sea mucho mayor que el talud este, de esta manera se lograría reducir la inclinación del talud oeste y se haría corresponder la mayor superficie de captación solar de la pila con el horario en que mayor radiación solar incide.

Finalmente es importante destacar que los resultados mostrados para la distribución de temperatura y humedad del material; y la velocidad de secado se corresponden con los obtenidos en las simulaciones computacionales desarrolladas para la pila del caso de estudio analizado. Nótese en las Figuras 3.4; 3.5; 3.8; 3.9; 3.12 y 3.13 que la temperatura del material, la reducción de la humedad y velocidad de secado son mayores en las capas superficiales por estar en contacto directo con la radiación solar, de igual manera se refleja en las simulaciones mostradas en las Figuras 1a y b del Anexo 14) donde se aprecia, mediante el cambio en la intensidad del color, que en las capas superiores el material está más caliente y tiene menos contenido de humedad que en el interior de la pila. También es obvia la diferencia entre los resultados obtenidos en los dos taludes de la pila.

3.6- Optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas

3.6.1- Elección del método de optimización

Se seleccionó el método propuesto por Sierra (2010), el cual básicamente consiste en:

1. Discretizar los valores de las variables. Con este procedimiento el problema queda escrito como un problema de optimización combinatoria.
2. Aplicar el método denominado Búsqueda Exhaustiva, el cual consiste en evaluar las restricciones para cada una de las combinaciones de los valores discretos de las variables.

Cuando cierta combinación de valores de las variables satisface las restricciones, entonces, se considera que se obtuvo una solución factible (Arzola, 2000).

3. Evaluar la función objetivo para todas las soluciones factibles y seleccionar las mejores soluciones (combinaciones que generen el menor o los menores valores; o que generen el mayor o los mayores valores) de acuerdo con las particularidades del proceso investigado.

La ventaja de este método es que no se presentan complicaciones relacionadas con la continuidad, aleatoriedad y derivabilidad de las funciones objetivos y las restricciones. Su desventaja está relacionada con la correcta selección de la discretización que contemple el análisis del mayor número de casos y se logre obtener una solución satisfactoria en un tiempo razonable (Sierra, 2010).

3.6.2- Procedimiento de optimización implementado en la aplicación informática

El proceso de discretización del problema de optimización se realiza siguiendo los pasos que a continuación se relacionan:

- ✦ Se divide la pila en un número n de cortes finos k_1, k_2, \dots, k_n ; al espesor de cada corte k_i se les denomina e_i . Cada uno de estos cortes k_i es dividido en m sectores $C_{i1}, C_{i2}, C_{ij}, \dots, C_{in}$, tal como se muestra de forma simplificada en la Figura 1 del Anexo 16.
- ✦ La superficie queda dividida en secciones superficiales S_{ij} determinadas por cada corte k_i y cada sector C_{ij} . A cada sección superficial S_{ij} se le puede asociar una sección plana P_{ij} determinada por los cuatro vértices de S_{ij} .
- ✦ A cada corte k_i se le asocia una función $f(X_i)$ tal que a cada valor de X se le asocia el valor de Y en la superficie de la pila.

En la práctica el ancho de la base de la pila de cada corte fue dividido en m subintervalos, donde se cumple la condición: $3 \leq m \leq 100$. Por defecto se tomó $m = 50$.

Esta partición de la base de la pila generó los subintervalos $[X_j; X_{j+1}]$, siendo $j = 1, 2, \dots, m$. Al evaluar para cada valor X_j, X_{j+1} y X_m se obtienen los respectivos valores de Y_j, Y_{j+1} y Y_m , siendo:

$$X_m = \frac{X_j + X_{j+1}}{2} \quad (3.3)$$

A continuación se determinan los parámetros α_j y l_j mediante las expresiones 3.4 y 3.5, para ello se emplea la Figura 2 del Anexo 16.

$$\alpha_j = \arctan\left(\frac{Y_{j+1} - Y_j}{X_{j+1} - X_j}\right) \quad (3.4)$$

$$l_j = \sqrt{(X_{j+1} - X_j)^2 + (Y_{j+1} - Y_j)^2} \quad (3.5)$$

El área de cada sección superficial S_{ij} (A_{ij}) puede ser aproximada al área de la sección plana P_{ij} , la misma se calcula por la expresión 3.6.

$$A_{ij} = l_j \cdot e_i \quad (3.6)$$

Mediante las expresiones 3.7; 3.8 y 3.9 se determina la radiación solar global que recibe la pila de minerales en un período de 12 horas (I_{SG}), contadas desde las 6 hasta las 18 horas del día.

$$I_{SG} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (3.7)$$

$$I_i = \sum_{j=1}^m I_{ij} \quad (3.8)$$

$$I_{ij} = \sum_{h^*=6}^{18} I_{ijh^*} \quad (3.9)$$

Donde:

I_{SG} : radiación solar global que recibe la superficie de la pila de menas lateríticas; J/día.

n : número de cortes en que se divide la superficie de la pila; adimensional.

I_i : radiación global que recibe el corte k_i ; J/día.

m : número de sectores en que se divide cada uno de los cortes de la superficie; adimensional.

I_{ij} : radiación global que recibe una sección plana P_{ij} determinada por el corte i y el sector j ; J/día.

h^* : número de horas en que las secciones reciben radiación solar ($6 \leq h \leq 18$); adimensional.

El cálculo de I_{ijh}^* se explica en el Epígrafe 2.2.1.1 y su expresión de cálculo es la 2.21. Esta radiación es una aproximación razonable de la radiación que recibe la sección S_{ij} .

La aplicación del método de optimización denominado Búsqueda Exhaustiva se realiza según los pasos que a continuación se exponen:

- ✦ Se toman los valores mínimos prefijados para los ángulos maximal y tangencial de la pila de menas lateríticas [$\varphi_m = \varphi_{m(Minimo)}$ y $\varphi_t = \varphi_{t(Minimo)}$]. Es obvio que la combinación de los valores de estos dos ángulos determina cierta configuración geométrica de las secciones P_{ij} .
- ✦ Se determina el valor de la radiación solar global I_{SG} para los ángulos φ_m y φ_t prefijados.
- ✦ Se inicia un doble lazo algorítmico donde se van incrementando los valores de φ_m y φ_t hasta que los mismos alcanzan ciertos valores máximos prefijados [$\varphi_m = \varphi_{m(Máximo)}$ y $\varphi_t = \varphi_{t(Máximo)}$]. Para cada combinación de los ángulos φ_m y φ_t se calcula I_{SG} .
- ✦ Entre todos los valores calculados de I_{SG} se selecciona el valor máximo [$I_{SG(Máximo)}$]. La pareja de ángulos maximal y tangencial (φ_m y φ_t) que lo generó determina la mejor forma geométrica de la sección transversal de la pila de menas lateríticas.

3.6.3- Resultados obtenidos en la optimización del caso de estudio considerado

3.6.3.1- Según la densidad de radiación recibida en la superficie de la pila

Los resultados obtenidos para la densidad de radiación solar recibida (DR) reflejan un comportamiento oscilatorio con tendencia decreciente cuando se analizan los valores correspondientes a los diferentes ángulos calculados (ver Tabla 1 del Anexo 16). Sin embargo, cuando se fija el valor del ángulo tangencial (AT) y se varía el ángulo maximal (AM) ocurre un decrecimiento para todas las combinaciones analizadas, observándose que para un mismo ángulo tangencial se obtiene mayor densidad de radiación en las pilas de sección transversal parabólica (combinación donde $AT > AM$). Los valores extremos (máximo y mínimo) de densidad de radiación se obtienen en las combinaciones 25° - 20° y 70° - 70° , respectivamente, lo que es lógico

debido a la marcada incidencia que tiene el ángulo de inclinación de la superficie (φ) en la función objetivo que se empleó para el cálculo (ver ecuaciones 3.7; 3.8; 3.9 y 2.21).

Este análisis puntual de las soluciones que generan los valores máximo y mínimo, si bien es cierto que puede conducir, desde el punto de vista teórico, a la optimización de la forma geométrica de la sección transversal de la pila de menas lateríticas, basada en el enfoque clásico (ver Anexo 15), en la práctica es poco factible porque durante los procesos de apilado y remoción del material es extremadamente difícil mantener un valor fijo de la inclinación de la superficie, por tanto, para el proceso investigado se debe considerar la posibilidad que brinda el enfoque flexible de la optimización (ver Anexo 15), de encontrar un conjunto de soluciones que satisfagan las restricciones de la función objetivo y que en la implementación práctica del proceso pueda materializarse sin grandes dificultades.

Los resultados expuestos en la Tabla 1 del Anexo 16 se graficaron con el propósito de encontrar la región de soluciones satisfactorias (ver Figura 3 del Anexo 16), como se aprecia en la figura anteriormente mencionada, se pueden obtener valores de densidad de radiación suficientemente grandes para oscilaciones de los ángulos maximal y tangencial entre 20° - $29,78^{\circ}$ y 20° - $48,95^{\circ}$, respectivamente. Esto permite que la implementación del proceso investigado sea más ajustada a la realidad física en que se desarrolla. Para ello, fue imprescindible la aplicación del enfoque flexible de optimización, recomendado en la literatura (Arzola, 2000; Legrá y Silva, 2011).

3.6.3.2- Según la radiación total y el calor total recibidos en la superficie

Al considerar como función objetivo la radiación total los resultados obtenidos muestran un comportamiento similar al caso de estudio anteriormente analizado (Epígrafe 3.6.3.1). En la Tabla 1 del Anexo 16 se observa que el valor máximo de radiación total se obtiene en la combinación 30° - 30° de los ángulos maximal y tangencial lo que es indicativo de que se puede exponer al secado natural una pila de mayor volumen respecto a la obtenida en la optimización realizada en el epígrafe anterior. Por su parte, el valor mínimo igualmente se obtiene en la combinación 70° - 70° .

En la Figura 4 del Anexo 16 se aprecia la existencia de una región donde se obtienen valores satisfactorios de radiación total sobre la superficie de la pila cuando los ángulos maximal y tangencial oscilan entre 20°-31,96° y 20°-45,66°, respectivamente. De lo anterior se infiere que en los dos casos de estudio analizados, las mejores soluciones de optimización se obtienen para combinaciones de ángulos inferiores a 50°-50°. Por tanto, una recomendación práctica para la implementación del proceso es que se deben construir las pilas alargadas pero de poca altura para propiciar que el espesor de secado sea pequeño y que la captación de energía solar sea grande.

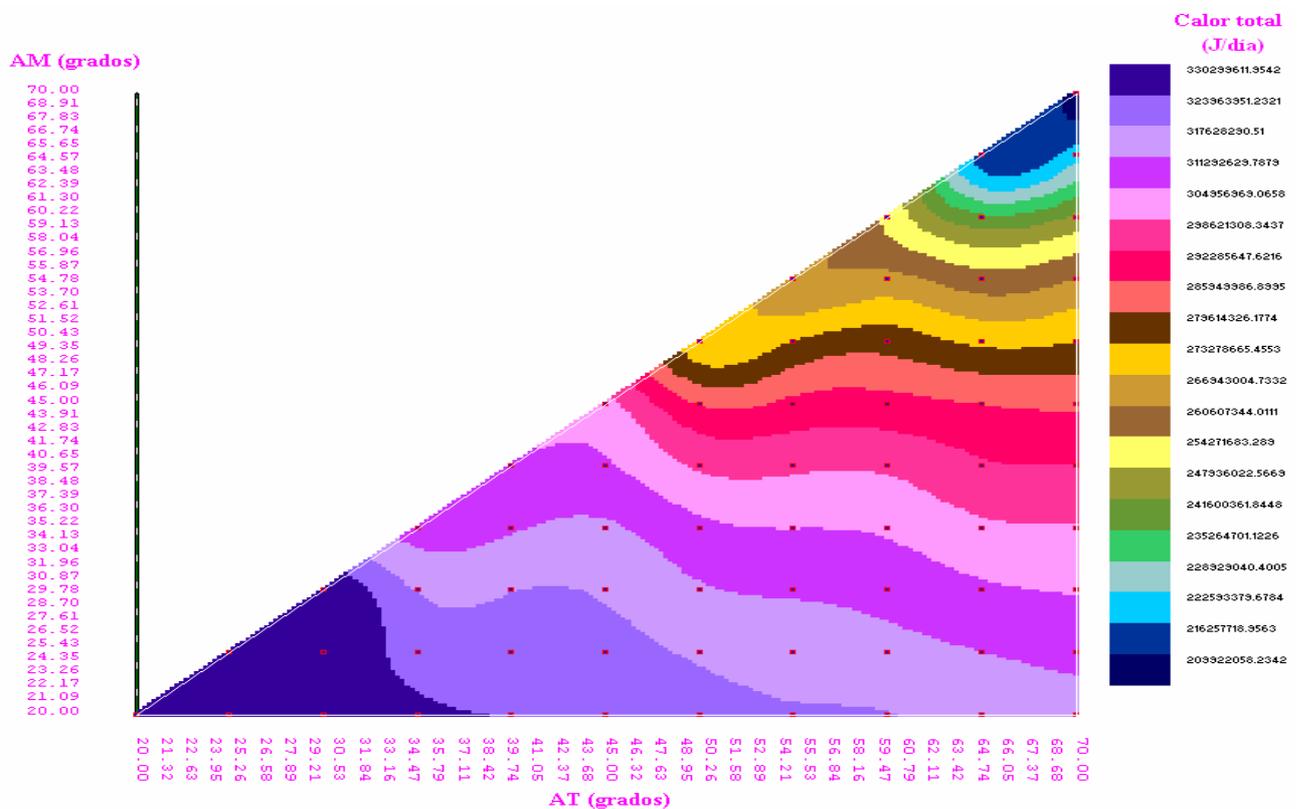


Figura 3.14. Comportamiento del calor total recibido en la superficie de la pila.

Al valorar los resultados obtenidos para el flujo de calor total recibido en la superficie se obtiene un comportamiento similar al caso de la radiación total recibida (ver Figuras 4 del Anexo 16 y 3.14), coincidiendo que los valores máximo y mínimo se obtienen en las combinaciones 30°-30° y 70°-70° (ver Tablas 1 y 2 del Anexo 16). Sin embargo, la región de soluciones factibles se obtiene cuando los ángulos maximal y tangencial oscilan entre 20°-31,96° y 20°-59,47°, respectivamente. La

similitud entre los dos casos analizados se debe a la marcada incidencia que tiene la radiación total en el flujo de calor total recibido por la superficie. En este punto se debe recordar que el calor total es la suma o la diferencia entre el calor por radiación y el calor por convección, y que el segundo es poco influyente para las condiciones del secado natural analizadas (ver Figuras 3.2 y 3.3).

3.6.3.3- Según el porcentaje y el volumen de mineral secado

Los comportamientos obtenidos para el porcentaje de mineral secado y el volumen de mineral secado son opuestos pero lógicos, en el primer caso se obtienen los valores máximo y mínimo en las combinaciones 20°-20° y 70°-70° de los ángulos maximal y tangencial y para el segundo caso se invierten las combinaciones encontrándose el valor máximo en 70°-70° y el mínimo en 20°-20° (ver Tabla 2 del Anexo 16). Considerando el enfoque flexible de optimización la región de soluciones factibles para el caso del porcentaje de mineral secado se obtiene cuando los ángulos oscilan en las combinaciones 20°-27,61° y 20°-42,37°, respectivamente (ver Figura 3.15).

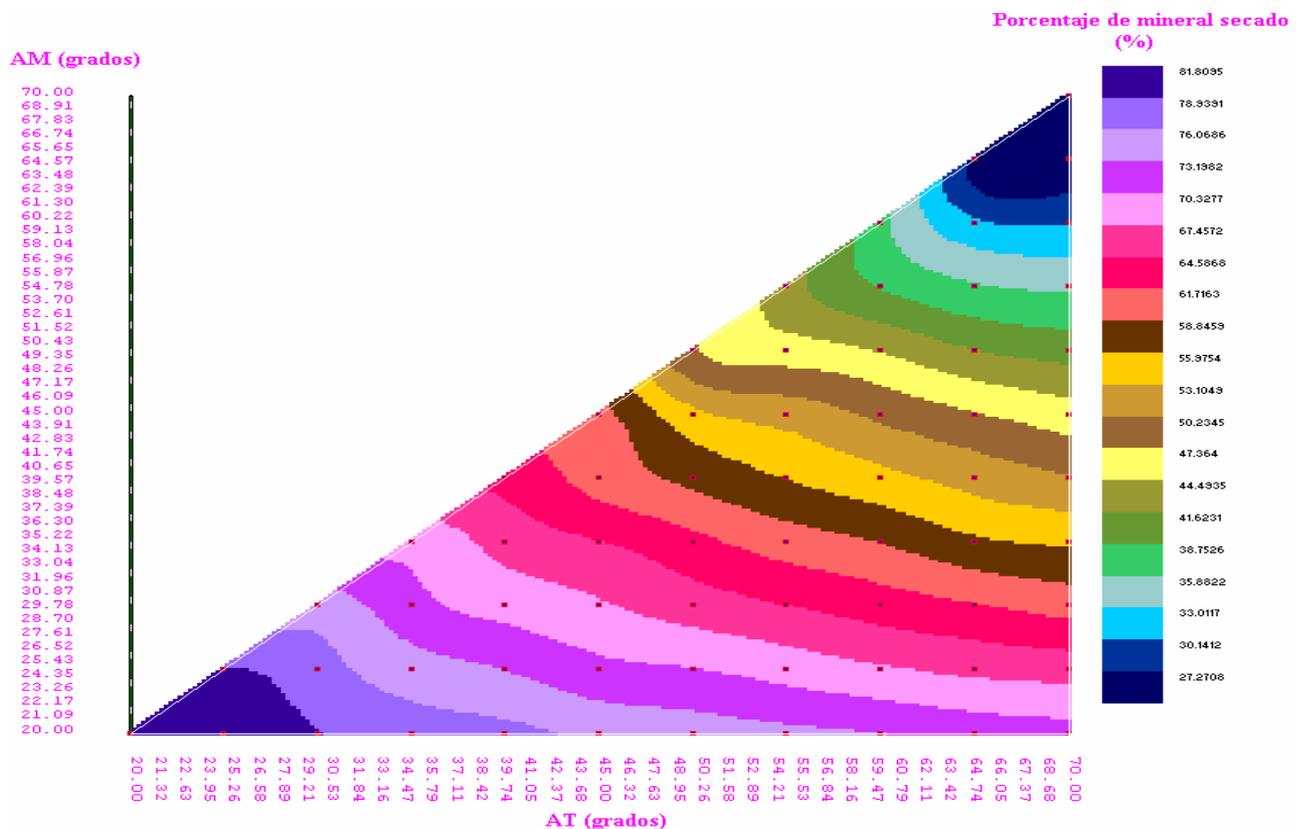


Figura 3.15. Comportamiento del porcentaje de mineral secado en la pila.

Por su parte, los mayores volúmenes de mineral seco se obtienen para oscilaciones 43,91°-70° y 67°-70° de los ángulos maximal y tangencial (Figura 3.16). De lo expuesto anteriormente, se infiere que para optimizar la forma geométrica de la sección transversal de las pilas con la finalidad de implementar el proceso en la práctica productiva se debe tener en cuenta el compromiso que existe entre obtener mayor cantidad de material seco o mayor reducción en la humedad del material.

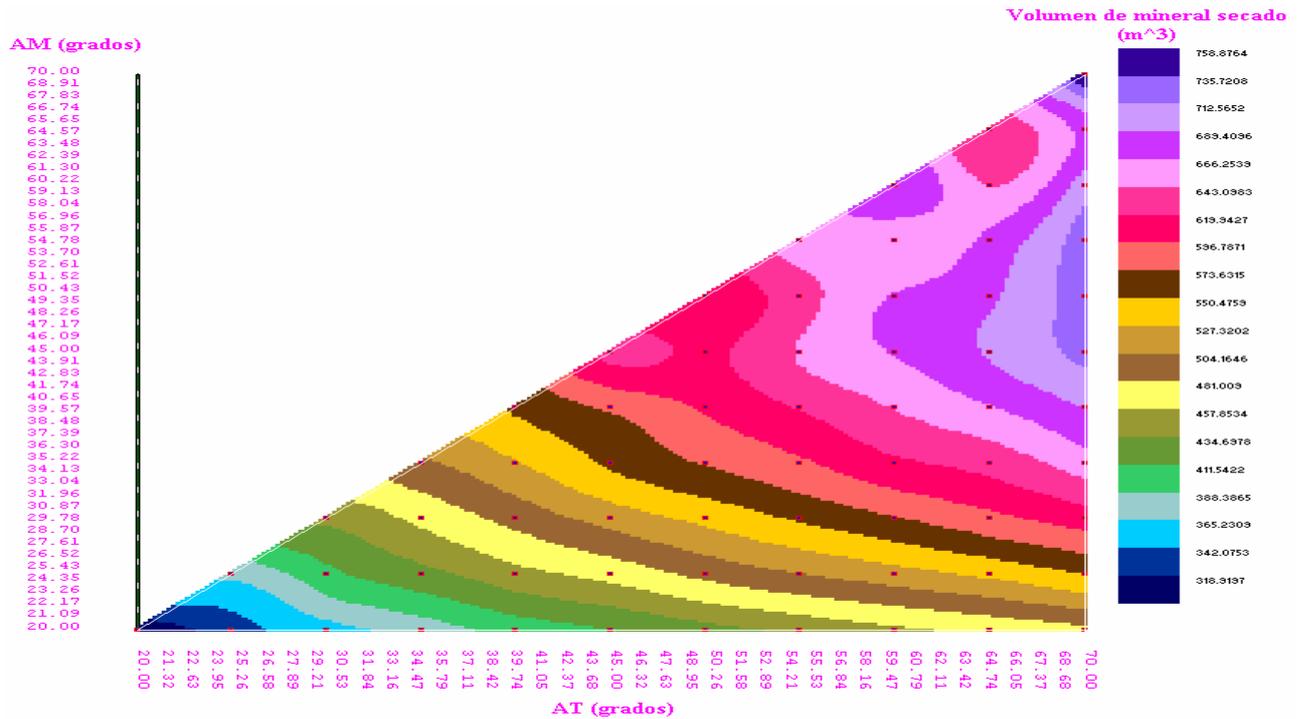


Figura 3.16. Comportamiento del volumen de mineral seco en la pila.

3.6.3.4- Influencia del área de exposición y el volumen de las pilas

Desde el punto de vista de la optimización del proceso de secado natural se deben considerar no solo las tendencias crecientes del área de exposición y el volumen (ver Figuras 5 y 6 del Anexo 16), sino también la forma geométrica de la sección transversal de las pilas, porque de ella depende en buena medida el volumen de material que se puede exponer al proceso de secado en una superficie horizontal disponible y la cantidad de radiación solar que puede captar la superficie de secado.

En el caso particular del volumen, la optimización de la sección transversal de la pila debe realizarse estableciendo un compromiso entre la productividad que demanda el proceso industrial y la reducción en el contenido de humedad del material que se quiere obtener. Si se desea secar mayor

cantidad de material, entonces los niveles de reducción del contenido de humedad serían pequeños y si, por el contrario, se desea secar más el material, entonces se debe disminuir el espesor de secado mediante la reducción del volumen de las pilas que se exponen al proceso de secado natural o el aumento del área horizontal disponible. Este compromiso que debe considerarse durante la implementación práctica del proceso está concebido en la aplicación informática creada, pero esencialmente obedece a la lógica y la experiencia de los trabajadores encargados de implementar el proceso en las industrias niquelíferas, y a las exigencias tecnológicas del proceso productivo.

De los elementos expuestos hasta aquí se deduce que la sistematización de los fundamentos básicos, las teorías y los modelos generales de secado; y su particularización para las condiciones en que se implementa el secado natural de las menas lateríticas permitió la modelación matemática del proceso y el cálculo de sus parámetros fundamentales. Lo anterior, unido a la aplicación de procedimientos de simulación y optimización, posibilitó inferir el mecanismo de movimiento de la humedad y determinar la forma geométrica que debe tener la sección transversal de las pilas para maximizar la captación de la energía térmica disponible para el secado natural. Los elementos antes expuestos, vistos de forma integrada, permitieron concretar la novedad científica definida para la presente investigación.

3.7- Propuesta de acciones científico-técnicas para perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto

Como se ha indicado en la introducción general del presente trabajo, la tecnología de secado natural empleada en las referidas empresas presenta varias limitaciones, las mismas pueden ser mitigadas mediante la realización de las siguientes acciones científico-técnicas:

- ✦ Implementar un sistema de drenaje en los yacimientos niquelíferos cubanos particularizado a las características hidrogeológicas y de relieve del yacimiento en cuestión, esto permitirá reducir la humedad de las menas lateríticas desde el propio momento de la explotación de los yacimientos.

- ✦ Caracterizar cualitativa y cuantitativamente las variables meteorológicas del lugar específico donde se implementará el proceso de secado natural, a partir del estudio del comportamiento de dichas variables en un periodo de tiempo que resulte representativo para estos fines.
- ✦ Caracterizar las menas lateríticas desde el punto de vista granulométrico, químico, hidrogeológico y termofísico para conocer con anterioridad el posible comportamiento térmico que experimentará durante la implementación del proceso de secado natural.
- ✦ Orientar longitudinalmente las pilas de menas lateríticas en la dirección del eje norte-sur, esto permitirá que el sol en su movimiento diario (de este a oeste) distribuya uniformemente la radiación solar sobre la superficie de secado de las pilas y además eliminará los inconvenientes asociados al cálculo de la radiación solar global que incide sobre una superficie de secado inclinada y que está orientada arbitrariamente.
- ✦ Caracterizar la geometría de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas que se someterán al proceso de secado natural considerando las propiedades físicas (humedad y granulometría) del mineral y posteriormente calcular, con la debida precisión, el área de exposición de las pilas, el volumen de material expuesto a secado y la radiación solar global que llega a la superficie de secado. Lo anterior permitirá estimar con mayor exactitud el tiempo de secado al que deberá someterse el producto para reducir su contenido de humedad desde un valor inicial conocido hasta otro valor final deseado y, por consiguiente, mitigará los inconvenientes asociados a los prolongados tiempos de retención al que someten, a veces de forma innecesaria, las menas lateríticas en los patios de secado natural.
- ✦ Evaluar rigurosamente los procesos de transferencia de calor y masa que se producen durante el secado natural de la menas lateríticas a partir del empleo de los modelos establecidos en este trabajo. Por cuanto, dichos modelos están ajustados a las condiciones específicas en que se desarrolla el proceso en las empresas cubanas productoras de níquel y, por tanto, garantizan un aceptable grado de confiabilidad de los resultados que se obtienen en su implementación.

- ✦ Simular la distribución de temperatura y humedad que experimentará el material durante la implementación del proceso de secado natural, y con ello predecir la variación de humedad que es posible obtener en las menas lateríticas para ciertas condiciones de secado predeterminadas. Esto permitirá perfeccionar la planificación, la ejecución y el control del proceso de secado natural en las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel.
- ✦ Optimizar la forma geométrica de la sección transversal de las pilas considerando los criterios científico-técnicos y prácticos que se analizan en la presente investigación con la finalidad de conocer previamente la conveniencia o no de la implementación del proceso para determinadas condiciones de explotación. Con ello se reducen los gastos económicos, a veces innecesarios, asociados a la experimentación y por tanto se racionaliza la implementación del secado natural.

3.8- Breve valoración de los beneficios económicos derivados de la implementación del secado natural de las menas lateríticas en las empresas productoras de níquel

3.8.1- Beneficios obtenidos en la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”

Durante la prueba de secado realizada en la empresa la productividad promedio de los secaderos durante los días en que se alimentó el mineral de los depósitos de secado natural se incrementó hasta 110,2 t/h, mientras que en el período en que se alimentó el mineral en la forma tradicional (sin secado natural) la productividad promedio fue de 97,2 t/h. En la Tabla 1 del Anexo 17 se observa que en los secaderos convencionales durante el trabajo con el mineral secado al sol todos los turnos de trabajo tuvieron productividades mayores que 102 t/h, alcanzándose en el 53 % de los turnos productividades superiores a las 106 t/h. Por otra parte, durante el procesamiento del material sin secado natural sólo en el 41 % de los turnos se lograron productividades superiores a 100 t/h.

A partir de la Tabla 1 del Anexo 17 se infiere que en los 29 turnos de trabajo donde se alimentó el material sin secado natural se procesaron 82 589 toneladas de mineral y se consumieron 2 521 toneladas de petróleo para un índice de 32,8 t de mineral/t de petróleo. Cuando se aplica el secado natural se procesaron 44 198 toneladas de mineral en 15 turnos de trabajo y se consumieron 1 292

toneladas de petróleo, para un índice de 34,2 t/t, o sea, se alimentaron a los secaderos 1,4 toneladas de mineral más que sin secado natural. De lo anterior se deduce que en el caso del secado convencional cuando se procesa el material secado de forma natural se consumen 1,3 kg de petróleo menos por tonelada de mineral alimentado a los secaderos y, por tanto, se obtiene un efecto económico por concepto de ahorro de combustible.

3.8.2- Beneficios obtenidos en la empresa “Comandante René Ramos Latour”

En la Tabla 2 del Anexo 17 se expone el comportamiento del consumo de combustible en función de la humedad de las menas lateríticas a la entrada de los secaderos térmicos convencionales de la empresa para el periodo en que se alimentó el material sin y con secado natural. En la prueba de secado se alimentaron 195 173 toneladas de menas lateríticas sin secado natural, luego la misma cantidad de material fue sometida al proceso de secado natural y con ello se redujo su humedad promedio en 1,4 %.

Como se observa en la Tabla 2 del Anexo 17 en los primeros cinco meses donde se alimentó el material sin secado natural el consumo de petróleo fue igual a 112 192 toneladas, determinado en gran medida por la alta humedad de las menas, lo anterior eleva los costos de producción y reduce considerablemente las utilidades que se pueden obtener en la explotación de los secaderos.

De acuerdo con lo expuesto en la Tabla 2 del Anexo 17 el índice de producción fue solo de 1,7 t de mineral/t de petróleo consumido en la operación convencional sin secado natural, lo anterior confirma la baja eficiencia con que trabaja la planta de secaderos de la empresa. Al aplicarle el secado natural al material para el mismo periodo de tiempo se obtuvo un consumo igual a 109 382 toneladas de petróleo y, por consiguiente, se logró un ahorro de 2 810 toneladas y un índice de producción de 1,8 t/t. Estos comportamientos demuestran la factibilidad económica que tiene la implementación del proceso de secado natural en la empresa analizada.

En el sistema de transporte de la fábrica también se obtienen los impactos económicos positivos que se muestran en la Tabla 3 del Anexo 17. Los resultados mostrados en la mencionada tabla indican

que la implementación del secado natural incidió en que se obtuviera una reducción del combustible perdido, por concepto de recirculación de las menas lateríticas en el sistema de transporte, que asciende a 53 206 litros para el periodo enero-mayo. La distribución por meses, comenzando por enero fue de 22 716; 11 692; 722; 6 552 y 11 524 litros respectivamente, de la misma se observa que los mayores ahorros se obtuvieron en enero, febrero y mayo (ver Tabla 3 del Anexo 17). Estos comportamientos aunque no están determinados únicamente por la implementación del secado natural, los mismos si están influenciados por la aplicación del proceso porque a través del mismo se reduce la humedad del material y con ello se disminuye la adherencia del mineral a las paredes de los medios de transporte en que son trasladados desde la mina hasta la empresa.

3.9- Valoración de los impactos ambientales asociados al proceso de secado natural

El proceso de secado natural de las menas lateríticas daña poco al medio ambiente debido a que utiliza las energías solar térmica y eólica como fuentes de secado. Por otra parte, los ahorros de combustible que se producen como resultado de la implementación del proceso, además de los beneficios económicos que generan, también tienen asociados impactos ambientales favorables, por cuanto el combustible ahorrado no se combustiona y en consecuencia se reducen las emanaciones de gases productos de la combustión, los cuales son nocivos para los seres humanos y los ecosistemas. De lo anterior se desprende que la reducción de las emanaciones de gases mejora la calidad del aire en el entorno laboral y en las comunidades mineras cercanas a las empresas, lo que repercute en la disminución de la contaminación y en el mejoramiento de la calidad de vida.

No obstante a lo anterior, durante el desarrollo del proceso de secado natural existe afectación al medio ambiente y los trabajadores del patio de secado provocada por las emanaciones de polvo producto del desmenuzamiento que sufre el material y por las emisiones de ruido que se generan en el proceso de carga y descarga de los camiones, y durante la remoción de las pilas de minerales. En el presente trabajo no se exponen los valores cuantitativos para las diferentes fuentes contaminantes porque en las empresas cubanas productoras de níquel no se han realizado mediciones recientes.

3.9.1- Impactos provocados por el polvo sobre la salud de los seres humanos

Los contaminantes penetran en el organismo de dos maneras: por inhalación de polvo en el aire por las vías respiratorias y mediante la absorción de polvo a través de la piel. En la primera, el efecto que se produce depende del tamaño de las partículas, composición química, densidad, superficie específica, entre otras características. En la segunda, las partículas de diámetro superiores a 5 μm quedan retenidas en la cavidad nasal y también pueden quedar atrapadas por la mucosa que tapiza la tráquea. Las partículas con diámetros comprendidos entre 0,5 y 5 μm son capaces de penetrar hasta el sistema respiratorio inferior depositándose en los bronquios. De aquí que, en la mayoría de los casos, sean eliminadas al cabo de algunas horas por respiración. Sin embargo, la situación más preocupante corresponde a las partículas con diámetros menores de 0,5 μm , ya que se ha estimado que más del 50 % de las partículas de 0,01 a 0,1 μm que penetran en los alvéolos se depositan allí, donde es difícil eliminarlos por carecer de cilios y mucosas, pudiendo permanecer durante meses e incluso durante años degradando la salud de los seres humanos (Retirado, 2007; Vinardell, 2011).

3.9.2- Impactos provocados por el ruido sobre la salud de los seres humanos

Entre los impactos negativos del ruido se encuentran la pérdida de la audición, interferencia de la comunicación oral, molestias y disminución de la capacidad de trabajo. Se ha demostrado que la exposición prolongada a altos niveles de ruido (superiores a 85 dB) puede provocar la pérdida total de la audición. Otras alteraciones del oído producto del ruido son: el tapamiento del canal auditivo y la ruptura de la membrana timpánica. El ruido también produce en el sistema neuro-vegetativo una serie de modificaciones funcionales que son reacciones de defensa del organismo frente a una agresión externa, por ejemplo: la elevación de la presión arterial, aceleración del ritmo cardiaco y de los movimientos respiratorios, tensión muscular y descarga de hormonas en sangre. Esto ocurre cuando el ruido es intenso, de carácter impulsivo y el que escucha no está preparado para ello. Los niveles de ruido altos, son considerados factores de riesgo para la vida de los seres humanos ya que, por lo general, desencadenan en una enfermedad cardiovascular (Retirado, 2007; Vinardell, 2011).

3.10- Conclusiones del capítulo 3

- ✦ La implementación de los modelos matemáticos en la aplicación informática creada permitió determinar de forma teórica la humedad promedio del material. Este parámetro se comparó con los resultados experimentales obtenidos durante el proceso de secado natural a escala industrial y con ello se validaron los modelos correspondientes, comprobándose que el error relativo promedio asociado a su uso es ligeramente inferior al 6,6 %.
- ✦ Las simulaciones desarrolladas evidenciaron que durante el proceso de secado natural de las menas lateríticas se producen cambios significativos en la temperatura y la humedad del material hasta las capas que están separadas alrededor de 10 y 87 cm de la superficie de la pila, respectivamente. De lo anterior se infiere que el movimiento de la humedad en las pilas de minerales se produce, fundamentalmente, por la influencia del gradiente de temperatura en las capas superficiales y del gradiente de concentración de humedad en las capas interiores.
- ✦ La optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de minerales evidenció que se pueden obtener valores máximos y mínimos puntuales para la densidad de radiación, la radiación total, el calor total, el porcentaje de mineral secado y el volumen de mineral secado. Sin embargo, por las características del material y el proceso investigados la implementación práctica del secado natural debe desarrollarse considerando la región de soluciones factibles que se obtienen en la optimización. Dicha región puede asumirse cuando la inclinación de la superficie de secado de las pilas varía entre 30 y 60 grados sexagesimales.
- ✦ La implementación del secado natural de las menas lateríticas en la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” incrementó la productividad promedio de los secaderos en 13 t/h. En la empresa “Comandante René Ramos Latour” disminuyó en 1,1 % la carga circulante improductiva en el sistema de transporte por ferrocarril e incrementó la productividad del referido sistema de transporte en 17 t/vagón. En ambas entidades se redujeron las emanaciones de gases producto de la combustión y se incrementaron las emisiones de polvo y ruido.

CONCLUSIONES GENERALES

- ✦ La modelación matemática desarrollada para el secado natural de las menas lateríticas permitió modelar y calcular los siguientes parámetros fundamentales del proceso: flujos de calor transferidos por radiación, convección y conducción; radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de las pilas de minerales; temperatura y humedad de las menas lateríticas en dicha superficie; distribución de temperatura y humedad que experimenta el material; velocidad de secado; área de exposición y volumen de las pilas. Los modelos se obtienen del análisis físico-matemático del objeto de estudio y se validan para las condiciones de explotación de las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto. Los mismos describen adecuadamente el proceso investigado por cuanto su precisión es ligeramente superior al 93,4 % y el error relativo promedio asociado a su uso es inferior al 6,6 %.

- ✦ En las condiciones de secado natural analizadas en las simulaciones la humedad de las menas lateríticas se redujo en 1,5 y 3,5 % hasta las capas que se encuentran separadas alrededor de 29 y 87 cm de la superficie de los taludes este y oeste de la pila, respectivamente. En los referidos taludes la humedad se redujo en 0,4 y 0,7 % como promedio; y en la pila completa la reducción fue de 0,6 %, para un tiempo de secado de 12 horas. El movimiento de la humedad durante el proceso estuvo influenciado, fundamentalmente, por los gradientes de temperatura y de concentración de humedad, y por las fuerzas capilares y gravitatorias que actúan sobre la columna de líquido presente en la pila de minerales. Lo anterior determinó la existencia de un mecanismo mixto de transporte de la humedad que incluye los efectos combinados de la difusión de vapor, la difusión líquida y el movimiento de líquido.

- ✦ El método de optimización seleccionado permitió la discretización de los valores de las variables, la evaluación exhaustiva de las restricciones para cada uno de los valores discretos de las variables, la evaluación de la función objetivo para todas las soluciones factibles y la

selección de las mejores soluciones. Este enfoque permitió optimizar la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de minerales atendiendo a múltiples criterios relacionados con el aprovechamiento de la energía térmica disponible para el secado, y se determinó que la implementación práctica del proceso de secado natural de las menas lateríticas debe realizarse con pilas de sección transversal parabólica que tengan la superficie de secado inclinada entre 30 y 60 grados sexagesimales, respecto al plano horizontal.

- ✦ Las acciones científico-técnicas establecidas consideran, entre otros aspectos fundamentales, la caracterización cualitativa y cuantitativa de las variables meteorológicas del lugar específico donde se implementará el proceso de secado natural; la caracterización granulométrica, química, hidrogeológica y termofísica de las menas lateríticas; la evaluación rigurosa de los procesos de transferencia de calor y masa que se producen durante el secado natural; la simulación de la distribución de humedad que experimenta el material y la optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de minerales. Estas acciones, implementadas integralmente, permiten mejorar la planificación, la ejecución y el control del proceso de secado natural de las menas lateríticas y, por tanto, contribuyen a perfeccionar la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.

- ✦ La implementación del proceso de secado natural en las empresas “Comandante Ernesto Che Guevara” de Moa y “Comandante René Ramos Latour” de Nicaro redujo la humedad promedio de las menas lateríticas en 2,8 y 1,4 %, respectivamente. Lo anterior contribuyó a que el consumo específico de combustible de los secaderos térmicos convencionales se redujera en 1,3 y 14,4 kg de petróleo por cada tonelada de material procesado y permitió que se obtuvieran impactos ambientales, en general positivos, para los trabajadores de las plantas de preparación de minerales de las mencionadas industrias metalúrgicas y para las comunidades mineras cercanas a las mismas.

RECOMENDACIONES

- ✦ Utilizar los modelos matemáticos establecidos y la aplicación informática creada en futuras investigaciones donde se requiera el cálculo de los parámetros fundamentales del proceso de secado natural de las menas lateríticas.
- ✦ Incorporar las acciones científico-técnicas propuestas en el presente trabajo a la tecnología de secado natural empleada en las empresas cubanas productoras de níquel y cobalto.
- ✦ Continuar el desarrollo y el perfeccionamiento de la presente investigación mediante:
 - ✓ La determinación experimental de las constantes que se emplean en el cálculo del flujo de calor por convección.
 - ✓ El análisis del proceso de secado natural en pilas de menas lateríticas asimétricas que tengan la superficie de secado orientada arbitrariamente respecto al eje norte-sur.
 - ✓ El estudio de otras tecnologías de secado solar (secado techado y en plazoletas de hormigón) y su posible implementación al proceso investigado.
 - ✓ La validación de la modelación bidimensional formalizada para la distribución de humedad.
 - ✓ La modelación del proceso de drenaje durante el secado natural de las menas lateríticas.
 - ✓ La incorporación de la programación cíclica del secado a la aplicación informática creada.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Abdala, J.; S. Fonseca; J. Pantoja; A. Torres. Secado de café en secadores solares multipropósito y de tambor rotatorio. *Tecnología Química*, 2003, 23(3): 68 - 79.
2. Abdel-Rehim, Z.; Z. Nagib. Solar drying of Bagasse Pulp. *Journal of Applied Sciences Research*, 2007, 3(4): 300 - 306.
3. Adsten, M.; B. Perers; E. Wackelgard. The influence of climate and location on collector performance. *Renewable Energy*, 2002, 25(4): 499 - 509.
4. Agyei, G.; A. Hernández, A.; Rojas. *Caracterización de la mena niquelífera del yacimiento Punta Gorda mediante técnicas analíticas de difracción de Rayos-X y análisis térmico diferencial*. En: 3ra Convención cubana de ciencias de la Tierra. La Habana. 2009a.
5. Agyei, G.; A. Rojas, A.; Hernández. *Contribución a la mineralogía tecnológica de la mena niquelífera del yacimiento Punta Gorda*. En: 3ra Convención cubana de ciencias de la Tierra. La Habana. 2009b.
6. Alaiz, E. *Energía solar. Cálculo y diseño de instalaciones*. Sección de publicaciones de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales. Madrid, 1981.
7. Aldana, E.; I. Ramírez; H. Alepuz. Determinación de la carga y capacidad actuales de la instalación de secado de mineral de la empresa Ernesto Che Guevara. *Tecnología Química*, 2004, 24(2): 90 - 96.
8. Almaguer, A. Cortezas de intemperismo: algunas características de sus partículas finas. *Minería y Geología*, 1995, 1(95): 9 - 19. Consultado: 3 de noviembre de 2008. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
9. Almaguer, A. Petrología y corteza de intemperismo del yacimiento Vega Grande de Nicaro. *Minería y Geología*, 1996a, 13(1): 9 - 12. Consultado: 25 de noviembre de 2009. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
10. Almaguer, A. Composición de las pulpas limoníticas de la planta Pedro Sotto Alba en el periodo de crisis de sedimentación. *Minería y Geología*, 1996b, 13(1): 27 - 30. Consultado: 25 de noviembre de 2009. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
11. Almaguer A., V. Zamarsky. Estudio de la distribución de Fe, Ni y Co en los tamaños de granos que componen el perfil de las cortezas de intemperismo de las rocas ultrabásicas hasta su desarrollo y su relación con la mineralógica. *Minería y Geología*, 1993, 2(93): 17 - 24. Consultado: 7 de octubre de 2010. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.

12. Alvear, M.; W. Broche; C. Salinas; R. Ananias. *Modelación del secado de Coigue a temperatura convencional*. En: *II Congreso Iberoamericano de Investigación en Productos Forestales*. Brasil. 2002.
13. Ananías, R.; W. Broche; C. Salinas. Modelación matemática del proceso de secado convencional de Coigue (Parte 1): Fundamentación teórica. *Maderas: Ciencia y Tecnología*, 2001, 3(1-2): 27 - 34.
14. Anderson, E. *Solar energy fundamentals for designers and engineers*. New York: Addison-Wesley, 1982.
15. Anwar, S.; G. Tiwari. Evaluation of convective heat transfer coefficient in crop drying under open sun drying. *Energy Conversion and Management*, 2001, 42 (2): 627 - 637.
16. Ariosa, J. *Modelos de yacimientos de lateritas de Fe-Ni-Co asociados a las Ofiolitas del macizo Mayari-Baracoa de cuba oriental*. Tesis Doctoral. ISMMM. 2002. 138 h.
17. Arslan, N.; H. Togrul. Modelling of water sorption isotherms of macaroni stored in a chamber under controlled humidity and thermodynamic approach. *Journal of Food Engineering*, 2005, 69(2): 133 - 145.
18. Arzola, J. *Sistemas de Ingeniería*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2000. 482 p.
19. Aviara, N.; O. Ajibola, S. Oni. Sorption Equilibrium and Thermo-dynamic Characteristics of Soya Bean. *Biosystems Engineering*, 2004, 87(2): 179 - 190.
20. Babilis, S.; V. Belessiotis. Influence of the drying constants and moisture diffusivity during the thin-layer drying of figs. *Journal of food Engineering*, 2004, 65 (3): 449 - 458.
21. Bahansawy, A.; M. Shenana. A mathematical model of direct sun and solar drying of some fermented dairy products (Kishk), *Journal of Food Engineering*, 2004, 61(3): 309 - 319.
22. Balladin, D.; I. Chang; D. McCaw; O. Headley. Solar drying of West Indian ginger rhizome using a wire basket dryer. *Renewable Energy*, 1996, 7(4): 409 - 418.
23. Bejan, A.; A. Kraus. *Heat transfer handbook*. John Wiley & Sons, New Jersey, 2003.
24. Belete, O. *Vías para el perfeccionamiento del cálculo de volumen de mineral extraído en los yacimientos lateríticos cubanos*. Tesis Doctoral. ISMMM. 1995. 92 h.
25. Berger, D.; T. Pei. Drying of hygroscopic capillary porous solids, a theoretical approach. *Journal Heat Mass Transfer*, 1973, 16: 293 - 302.
26. Bergues, C.; J. Abdala; P. Griñán; S. Fonseca; E. Pantoja; Z. Acosta; G. Hernández. Concepción y evaluación de un secador solar de granos con cubierta de polietileno. *Tecnología Química*, 2003a, 23(1): 68 - 73.

27. Bergues, C.; O. Fabar; A. Martínez. Minisecador solar para la agricultura urbana "MINISOL". Concepción, evaluación y caracterización de sus cambios tecnológicos. *Tecnología Química*, 2006, 26(2): 37 - 48.
28. Bergues, C.; P. Griñán; J. Abdala; S. Fonseca. Concepción y pruebas de un secador solar de plantas medicinales con cubierta de polietileno. Una experiencia cubana. En: Primera Convención Internacional de Energía y Medio Ambiente. Santiago de Cuba. 2003b.
29. Bergues, C.; P. Griñán; S. Fonseca; J. Abdala; G. Hernández. Construcción y evaluación del secador solar de granos a escala industrial de 3 m² en condiciones de explotación. *Tecnología Química*, 2002, 22(3): 87 - 91.
30. Beltagy, A.; G. Gamea; A. Essa. Solar drying characteristics of strawberry. *Journal of Food Engineering*, 2007, 78 (1): 456 - 464.
31. Bennamoun, L.; A. Belhamri. Design and simulation of a solar dryer for agriculture products. *Journal of Food Engineering*, 2003, 59(2): 259 - 266.
32. Berruta, L. Participación campesina en el diseño y construcción de un secador solar para café. *Agrociencia*, 2004, 37(1): 95 - 106.
33. Blanco, J.; G. Llorente. *Informe técnico sobre investigaciones ingeniero-geológicas e hidrogeológicas de la Base Minera Punta Gorda*. Holguín: INRH, 2004, 54 p.
34. Boizán, M. *Macrocinética del secado de Bagazo*. Santiago de Cuba: Ediciones ISJAM, 1991. 145 p.
35. Bombino, E.; G. Roca; R. Lesme. Principales elementos teórico-prácticos para el estudio del secado neumático vorticial de bagazo de caña. *Tecnología Química*, 2010, 30(2): 74 - 81.
36. Brito-Vallina, M.; I. Alemán-Romero; E. Fraga-Guerra; J. Para-García; R. Arias-De Tapia. Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 2011, 14(2): 129 - 139.
37. Buckingham, E. Studies on the movement of soil moisture. US Dep. Agr. Bull, 38, 1907.
38. Cabrera E.; J. Gandón. *Fundamentos de las operaciones unitarias*. La Habana: Ediciones, 1983. 347 p.
39. Cala, R.; D. Ramírez; M. Riera. Secado de arroz en un reactor de lecho fluidizado pulsante. *Energética*, 2007, 28(3): 35 - 39.
40. Cardoso, F.; J. Palmeira; M. Rodrigues; F. Honorato; S. Alves. Comparación de modelos matemáticos de calor isotérmico de desorción en pulpa de Guayaba. *Revista Brasileira de armazenamento*, 2004, 29 (1): 28 - 34.

41. Carmenate, J.; R. Rodríguez; R. Linares. *Interfaz agua-aire en los suelos lateríticos de la región de Moa*. En: 3ra Convención cubana de ciencias de la Tierra. La Habana. 2009.
42. Celma, A.; S. Rojas; I. Montero. Simulación térmica del proceso de secado. *Alimentación, Equipos y Tecnología*, 2004, 192(1): 86 - 90.
43. CESIGMA S. A. *Estudio del impacto ambiental del Proyecto Expansión de la empresa "Comandante Ernesto Che Guevara"*. Informe de investigación realizado por la División América de la empresa CESIGMA S. A, 2004. 122 p.
44. Chemkhi, S.; F. Zagrouba; A. Bellagi. Drying of agricultural crops by solar energy. *Desalination*, 2004, 168(15): 101 - 109.
45. Chen, X. Moisture diffusivity in food and biological materials. *Drying Technology*, 2007, 25(5): 1203 - 1213.
46. Chiappero, M. Factibilidad del secado solar de granos en silos de bases cónicas. *Avances en energías renovables y medio ambiente*, 2002, 6(2): 2 - 5.
47. Columbié, A. *Modelación matemática del proceso de calcinación del carbonato básico de níquel en el horno tubular rotatorio*. Tesis Doctoral. ISMMM. 2001. 98 h.
48. Condorí, M.; R. Echazú, L. Saravia. Solar drying of sweet pepper and garlic using the tunnel greenhouse drier. *Renewable Energy*, 2001, 22(4): 447 - 460.
49. Condorí, M.; L. Saravia. Analytical model for the performance of the tunnel-type greenhouse drier. *Renewable Energy*, 2003, 28(3): 467 - 485.
50. Correa, P.; P. Da Silva; L. Almeida. Estudo das propriedades físicas e de transporte na secagem de Cebola em camada delgada. *Ciência y tecnología de los alimentos*, 2005, 24(3): 51 - 60.
51. Cortez, R.; J. Medina; H. Martínez; G. Baltazar; J. Nieto. *Análisis experimental de la cinética, eficiencia y viabilidad del secado solar de mango en el Estado de Michoacán*. Instituto Tecnológico de Morelia. Informe de investigación, 2008. 9 p.
52. Cota, A.; C. Avitia; D. Fayett; C. Figueroa; G. Lárez. *Cuantificación de coliformes fecales y Salmonella SPP. En lodo residual durante el secado solar*. En: Memorias del XXXI Semana Nacional de Energía Solar. Zacatecas, México. 2007.
53. Cota, A.; C. Ponce; J. Padilla. *Diseño, construcción y operación de un secador solar de lodos generados en plantas tratadoras de agua*. En: Memorias del XXX Semana Nacional de Energía Solar. Veracruz, México. 2006.
54. Corvalan, R.; M. Horn; R. Roman. *Ingeniería del secado solar*. CYTED-D, 1995.

55. Cuador, J. *Estudios de Estimación y Simulación Geoestadística para la Caracterización de Parámetros Geólogo - Industriales en el Yacimiento Laterítico Punta Gorda*. Tesis Doctoral. Universidad de Pinar del Río. 2002. 108 h.
56. De Dios, D.; R. Díaz. Distribución y clasificación de las intercalaciones en el yacimiento laterítico ferroniquelífero Punta Gorda, Cuba. *Minería y Geología*, 2003, 18 (3 - 4): 5 - 20. Consultado: 15 de mayo de 2011. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
57. De Miguel, C. *Cálculos del drenaje y efecto económico en yacimientos hierro-cobalto-niquelíferos en lateritas con ejemplo del yacimiento Punta Gorda en Moa, Cuba*. En: Memorias del III Congreso Cubano de Minería. La Habana. 2009.
58. De Miguel, C. *Influencia de procesos hidrogeológicos en la formación y posterior enriquecimiento mineral de yacimientos cobalto-niquelíferos en lateritas*. En: Memorias del II Congreso Cubano de Minería. La Habana. 2007.
59. De Miguel, C. *Informe conclusivo de las investigaciones hidrogeológicas e ingeniero geológicas del yacimiento Punta Gorda*. Moa: ISMMM, 2004, 38 p.
60. De Miguel, C. *Proyecto: Hidrogeología Yacimiento Punta Gorda. Programa general de trabajos hidrogeológicos en el yacimiento Punta Gorda*. Moa: ISMMM, 2002, 12 p.
61. *Diagnóstico técnico de la empresa "Comandante Ernesto Che Guevara"*. Informe técnico y de investigación, 2010. 38 p.
62. *Diagnóstico técnico de la empresa "Comandante René Ramos Latour"*. Informe técnico y de investigación, 2010. 32 p.
63. Doymaz, I. Pretreatment effect on sun drying of mulberry fruits. *Journal of Food Engineering*, 2004, 65(2): 205 - 209.
64. Doymaz, I. Thin-layer drying behavior of mintleaves. *Journal of Food Engineering*, 2006, 74(3): 370 - 375.
65. Duffie, J.; W. Beckman. *Solar energy thermal processes*, New York: Wiley Intitution, 1980, 820 p.
66. Duffie, J.; W. Beckman. *Solar engineering of thermal processes*. New York: Wiley Institution, 1991, 919 p.
67. Edwards, C.; D. Penney. *Ecuaciones diferenciales elementales y problemas con condiciones en la frontera*. 3era. México: Editorial PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA. S.A, 1994. 773 p.
68. Ekechukwu, O.; B. Norton. Review of solar-energy drying systems II: an overview of solar drying technology. *Energy Conversion and Management*, 1999, 40(6): 615 - 655.

69. Espinosa, M.; N. Pérez. *Evaluación del estado técnico de las muestras extraídas y depositadas en áreas de la mina de la empresa Ferroníquel Minera, para los trabajos de secado solar y homogeneización*. Informe de investigación presentado en el Consejo Técnico de la empresa Ferroníquel Minera SA, 2010a. 30 p.
70. Espinosa, M.; N. Pérez. *Resultados obtenidos en pruebas de secado solar realizadas por el Centro de Investigaciones del Níquel a la empresa Ernesto Che Guevara*. Informe de investigación presentado en el Consejo Técnico de la empresa Ferroníquel Minera SA, 2010b. 20 p.
71. Estenoz, S.; A. Alderí; A. Reyes; Y. Lovaina; H. Pinto. *Uso racional de los recursos con la explotación de los depósitos de estabilización de la calidad en la empresa Ernesto Che Guevara*. En: II Congreso Cubano de Minería. La Habana. 2007b.
72. Estenoz, S.; A. Alderí; N. Batista; A. Donatién; N. Pérez. *Aplicación del secado solar y la homogeneización en la industria niquelífera Comandante Ernesto Che Guevara*. En: II Congreso Cubano de Minería. La Habana. 2007c.
73. Estenoz S.; A. Alderí; N. Batista; A. Donatién. *Resultados en la industria minera del secado solar y la homogeneización de minerales en pilas a la intemperie*. Santiago de Cuba. En: Memorias en CD del Evento CIEMA '05, 2005, Noviembre 8-11, ISBN 959-2007-198-5.
74. Estenoz, S.; A. Mejías; A. Donatién; A. Adherí; A. Díaz; A. Cutiño; F. Bove; M. León. *Uso racional de los recursos con la explotación de los depósitos de secado solar y estabilización de la calidad en la empresa Comandante Ernesto Che Guevara*. En: Convención Internacional de Ingeniería en Cuba. Cienfuegos. 2008.
75. Estenoz, S. *Desarrollo sostenible en la minería a través del aprovechamiento integral de los yacimientos lateríticos*. *Tecnología Química*, 2001, 21(3): 54 - 60.
76. Estenoz, S.; A. Mejías; A. Donatién; A. Adherí. *Evaluación de las tecnologías de explotación de depósitos mineros para mezclas, beneficio, homogeneización y secado solar en la mina de la empresa Ernesto Che Guevara*. Informe Técnico, 2007a. 46 p.
77. Estenoz, S. *Sistema integral de explotación minera para desarrollo sostenible de recursos naturales y su procesamiento tecnológico. Casos de estudio*. En: Memorias del III Congreso Cubano de Minería. La Habana. 2009.
78. Estenoz, S.; M. Espinosa; N. Pérez. *Uso de energías renovables en la industria cubana del níquel*. En: Memorias del evento CUBASOLAR. Guantánamo. 2004.
79. Estenoz, S.; M. Espinosa. *Procedimiento y equipo para secado solar de materiales a la intemperie*. OCPI. Fecha de solicitud: 2003. Cuba, patente de invención No. 175.

80. Estenoz, S.; N. Pérez; I. Ramírez. *Secado solar y homogeneización de minerales a la intemperie en la industria cubana del níquel*. En: Memorias del evento CUBASOLAR. Villa Clara. 2006.
81. Fayett, D. *Optimización del secado solar para lodos residuales y cuantificación de metales pesados*. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. 2008. 46 h.
82. Ferreira, S.; A. Costa. Parámetros de transferencia de materia en el secado de frutas. *Información Tecnológica*, 2009, 20(2): 89 - 104.
83. Ferro, V.; S. Fonseca; J. Abdala; A. Torres; J. Pantoja; C. Bergues; P. Griñán; G. Ibáñez. Análisis de opciones para el secado solar de café. Aspectos cinéticos (Parte I). *Tecnología Química*, 1999, 19(3): 18 - 25.
84. Ferro; V.; J. Abdala; S. Fonseca; J. Pantoja; A. Torres; C. Bergues; P. Griñán; G. Ibáñez. Análisis de opciones para el secado solar de café. Aspectos energéticos, de rendimiento y económicos (Parte II). *Tecnología Química*, 2000, 20(1): 52 - 57.
85. Fonseca, S.; C. Bergues; J. Abdala; P. Griñán; G. Hernández. Estudio de la cinética del secado de granos en el prototipo de secador solar. Análisis de los resultados. *Tecnología Química*, 2002, 22(2): 59 - 64.
86. Fonseca, S.; J. Abdala; A. Torres; J. Pantoja. Análisis térmico del secador solar de tambor rotatorio para granos. *Tecnología Química*, 2000, 20(3): 70 - 75.
87. Fonseca, S.; J. Abdala; V. Ferro; J. Pantoja; A. Torres. Estudio comparativo del secado solar de café en plazoletas tradicionales y ennegrecidas. *Tecnología Química*, 2003, 23(3): 48 - 54.
88. Gaston, A.; R. Abalon; S. Giner. Wheat Drying Kinetics. Diffusivities for sphere and ellipsoid by Finite Element. *Journal of Food Engineering*, 2002, 52(1): 313 - 322.
89. Gigler, J.; W. Van Loon; C. Sonneveld. Experiment and modelling of parameters influencing natural wind drying of willow chunks. *Biomass and Bioenergy*, 2004, 26(6): 507 - 514.
90. Giner, S.; M. Gely. Sorptional Parameters of Sunflower Seeds of Use in Drying and Storage Stability Studies. *Biosystems Engineering*, 2005, 92(2): 217 - 227.
91. Gógüs, F.; M. Maskan. Air drying characteristics of solid waste (pomace) of olive oil processing. *Journal of Food Engineering*, 2006, 72(4): 378 - 382.
92. Góngora, E.; D. Guzmán; A. Columbié; S. Marrero; **Y. Retirado**. Modelo matemático multivariable para un proceso de enfriamiento industrial de sólidos en cilindros rotatorios horizontales. *Energética*, 2007, 28(2): 15 - 25.

93. Góngora, E.; D. Guzmán; A. Columbié; S. Marrero **Y. Retirado**; M. Lamorú. Modelo matemático multivariable para un proceso de enfriamiento industrial de sólidos en cilindros rotatorios horizontales. En: 5to Taller Internacional de Energía y Medio Ambiente. Cienfuegos. 2008, ISBN: 978-959-257-186-0.
94. Griñán. P.; S. Fonseca. *La madera y el secado solar*. Santiago de Cuba: Ediciones ISJAM, 2003.
95. Guerra, C.; A. Menéndez; R. Barrera; E. Egaña. *Estadística*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2003. 376p.
96. Guzmán, J. *Diseño de experimentos para Ingenieros Mecánicos*. Santiago de Cuba: Ediciones ISJAM, 1986.
97. Guzmán, D. *Modelación, simulación y control del tanque de contacto y los enfriadores de licor en el proceso carbonato amoniacal*. Tesis Doctoral. ISMMM. 2001. 124 h.
98. Henry P. Diffusion in absorbing media. *Proc. R. Soc. London*, 1939, 171a: 215 - 241.
99. Hernández, J.; P. Quinto. *Aplicación del modelo de Kowalski al secado de Madera de Abeto*. En: VII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas. México DF. Noviembre, 2003a.
100. Hernández, J.; P. Quinto; J. Cuevas; R. Acosta. Estudio del secado de *Capsicum Annuum L* (Chile Jalapeño) a través del modelo de Likov. *Caos Conciencia*, 2008, 1(2):21 - 30.
101. Hernández, J.; P. Quinto. *Secado de medios porosos: Situación actual y perspectivas*. En: VII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas. México DF. Noviembre, 2003b.
102. Hernández, J.; P. Quinto. Secado de medios porosos: una revisión a las teorías actualmente en uso. *Científica*, 2005, 9(2): 63 - 71.
103. Hossain, M.; J. Woods; B. Bala. Optimization of solar tunnel drier for drying of chilli without color loss. *Renewable Energy*, 2005, 30(5): 729 - 742.
104. Howell, J.; R. Bannerot; G. Vliet. *Solar thermal energy systems, analysis and design*, Nueva York: McGraw-Hill, 1982.
105. Incropera, F.; D. De Witt. *Fundamentos de la transferencia de calor*. 4 ed. México: Prentice Hall, 1999. 912 p.
106. Incropera, F.; D. De Witt. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 2003. 3 t.
107. Ivanova, D.; K. Andonov. Analytical and experimental study of combined fruit and vegetable dryer. *Energy Conversion and Management*, 2001, 42(8): 975 - 983.

108. Jain, D.; G. Tiwari. Effect of greenhouse on crop drying under natural and forced convection I: Evaluation of convective mass transfer coefficient. *Energy Conversion and Management*, 2004, 45(1): 765 - 783.
109. Jain, D.; G. Tiwari. Thermal aspects of open sun drying of various crops. *Energy*, 2003, 28(1): 37 - 54.
110. Jain, D. Modeling the system of multi-tray crop drying using an inclined multi-pass solar air heater with in-built thermal storage. *Journal of Food Engineering*, 2005, 71(1): 44 - 54.
111. Javaherdeh, H.; M. Deylami; K. Hanifi; M. Naghashzadegan. Drying characteristics of Banana: Theoretical modelling and experimental verification. *Journal of Food Engineering*, 2006, 15(3): 1 - 7.
112. Jia, C.; D. Sun; C. Cao. Mathematical simulation of temperature and moisture fields within a Grain Kernel during drying. *Drying Technology*, 2000, 18(6): 1305 - 1325.
113. Jiménez, H. *Modelamiento matemático de los procesos de transferencia de momentum, calor y masa en medios porosos*. Tesis Doctoral. Universidad Autónoma Metropolitana: División de Ciencias Básicas e Ingeniería, 1999. 289 h.
114. Joshi, C.; M. Gewali; R. Bhandari. Performance of solar drying systems: A Case Study of Nepal. *International Energy Journal*, 2004, 85(1): 53 - 57.
115. Kasatkin, A. *Operaciones básicas y aparatos en la tecnología química*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1987. 2 t.
116. Kavak, E.; Y. Bicer; F. Cetinkaya. Modelling of thin layer drying of parsley leaves in a convective dryer and under open sun. *Journal of Food Engineering*, 21(2):162 - 173, 2005.
117. Key, R. Theoretical Foundations of Drying Technology. *Advances in Drying*, Vol. 1. Hemisphere publishing Corporation. 1980.
118. Koyuncu, T.; U. Serdar; I. Tosum. Drying characteristics and energy requirement for dehydration of chestnuts. *Journal of Food Engineering*, 2004, 62(2): 165 - 168.
119. Kowalski, S.; C. Strumillo. Moisture transport, thermodynamics, and boundary conditions in porous materials in presence of mechanical stresses. *Chemical Engineering Science*, 1997, 52(7):1141 - 1150.
120. Kowalski, S.; C. Strumillo. Thermomechanical approach to shrinking and cracking phenomena in drying. *Drying technology*, 2001, 19(5): 731 - 765.
121. Krischer, O. *Die wissenschaftlichen grundlagen der trocknungstechnik*. Chap. IX, Springer Berlin, 1963.

122. Kulasiri, D.; I. Woodhead. On modelling the drying of porous materials: analytical solutions to coupled partial differential equations governing heat and moisture transfer. *Hindawi publishing corporation mathematical problems in engineering*, 2005, 13 p.
123. Kumar, A.; G. Tiwari. Effect of mass on convective mass transfer coefficient during open sun and greenhouse drying of onion flakes. *Investigation Report*, 2006. 23 p.
124. Kumar, S.; G. Tiwari. Estimation of convective mass transfer in solar distillation system. *Solar Energy*, 1996, 57(1): 459 - 469.
125. Laborde, R. *Modelación y simulación del proceso de molienda del mineral laterítico, con composición sustancial variable*. Tesis Doctoral. ISMMM, 2005. 120 h.
126. Legrá, A. *Metodología para el pronóstico, planificación y control integral de la minería en yacimientos lateríticos*. Tesis Doctoral. ISMMM. 1999. 100 h.
127. Legrá, A.; O. Silva. *La investigación científica: Conceptos y Reflexiones*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2011. 445 p.
128. Lewis, W. The rate of drying of solids materials. *J. Ind. Eng. Chem*, 1921. 13(1): 427 - 432.
129. Leyva, A.; A. Díaz; O. Leyva; J. Trotman. *Etapa preliminar del secado solar del Carbón mineral a la intemperie en el Centro de Investigaciones Siderúrgicas*. Informe de investigación, 2010. 10 p.
130. Liese, W.; Kumar, S. Bamboo preservation compendium. INBAR - CIBART, ABS-Technical Report, India. 2003, 231 p.
131. López, A.; A. Iguaz; A. Esnoz. Modelling of Sorption Isotherms of Dried Vegetable Wastes from Wholesale Market. *Drying Technology*, 2000, 18(5): 985 - 995.
132. López, P.; J. Abril. Modelización de la cinética del secado de Patata cortada en láminas. *Alimentaria*, 1995, 95(43): 43 - 48.
133. Luboschik, U.; P. Schalajda. *Diseño, construcción y resultados de seguimiento de dos secaderos solares de tamaño medio en Alemania y España usando convección natural*, Tecnical Report PSA - CIEMAT, 1990.
134. Lucenko, B. *Modelación matemática de los procesos tecnológicos químicos en máquinas analógicas*. Moscú: Izdat, 1984.
135. Likov A. Application of irreversible thermodynamic methods to investigation of heat and mass transfer. *Journal of Heat and Mass Transfer*, 1966, 9(1): 139 - 152.
136. Likov, A. *Teoría del secado*. 2 ed. Moscú: Editorial Energía, 1968.

137. Maldonado, R.; T. Pacheco. Curvas de deshidratación del Brócoli y Coliflor. *Revista de la Facultad de Agronomía, Universidad Central de Venezuela*, 2003, 20(2): 306 - 319.
138. Martínez-Pinillos, E. Diseño y ensayo de un secador solar para madera. *Madera y Bosques*, 1997, 3(2): 13 - 28.
139. McQuiston, F.; J. Parker; J. Spitler. *Calefacción, ventilación y aire acondicionado. Análisis y Diseño*. México DF: Editorial Limusa Wiley, 2008. 622 p.
140. Medeiros, M.; A. Bartolomeu; R. Nogueira. Sorption isotherms of cocoa and cupuassu products. *Journal of Food Engineering*, 2006, 73(4): 402 - 406.
141. Mijeeva, I.; M. Mijeev. *Fundamentos de termotransferencia*. Santiago de Cuba: ENPES, 1991. 376 p.
142. Miller, I.; J. Freund; R. Jonson. *Probabilidades y estadísticas para ingenieros*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2005. 2 t.
143. Miranda, J. Composición y conjugación de métodos de determinación de humedad de la industria del Níquel. *Minería y Geología*, 1996, 13(2): 39 - 45. Consultado: 20 de junio de 2007. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
144. Mitrofánov, S.; L. Barski; V. Samygin. *Investigación de la capacidad de enriquecimiento de los minerales*. Moscú: Editorial MIR, 1982. 439 p.
145. Mohamed, L.; M. Kouhila; A. Jamali; S. Lahsasni; N. Kechaou; M. Mahrouz. Single layer solar drying behaviour of Citrus aurantium leaves under forced convection. *Energy Conversion and Management*, 2005, 29(2): 1473 - 1483.
146. Mohapatra, D.; P. Rao. A thin layer drying model of parboiled wheat. *Journal of Food Engineering*, 2005, 66(4): 513 - 518.
147. Montero, I. *Modelado y construcción de un secadero solar híbrido para residuos biomásicos*. Tesis Doctoral. Badajoz, 2005. 262 h.
148. Montes, E.; R. Torres; R. Andrade; O. Pérez; J. Marimon. Modelado de la cinética de secado de Ñame en capa delgada. *Ingeniería e investigación*, 2008, 28(2): 45 - 52.
149. Montgomery, D. *Diseño y análisis de experimentos*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2004. 325 p.
150. Montoya, J.; C. Orozco. Secado solar y convencional de la Guadua Angustifolia. *Scientia et Technica*, 2005, 11(27):133 - 138.
151. Montoya, J.; E. Jiménez. Determinación de la curva de secado al aire libre mediante modelación matemática y experimental de la Guadua Angustifolia Kunth. *Scientia et Technica*, 2006, 12(30): 415 - 419.

152. Montoya, J.; H. González; P. González. Comparación del secado solar de *Guadua Angustifolia Kunth* con sistemas de ventilación. *Scientia et Technica*, 2007, (13)37: 579 - 584.
153. Morsetto, J.; A. Lema; M. Pontin; G. Paisio. Estudio preliminar sobre la cinética de secado para Perejil en condiciones de secado solar. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente*, 2008, 12(8): 141 - 146.
154. Mujumdar, A. *Drying Technology in Agriculture and Food Sciences*. Science Publishers, Inc, Enfield - NH, USA, 2000.
155. Muregesan, K.; N. Seetharamu. A one dimensional analysis of convective drying of porous materials. *Heat and Mass Transfer*, 1996, 32 (2): 81 - 88.
156. Murthy, Z.; D. Joshi. Fluidized bed drying of Aonla (*Emblica officinalis*). *Drying Technology*, 2006, 25(5): 883 - 889.
157. Mwithiga, G.; J. Olwal. The drying kinetics of kale (*brassica oleracea*) in a convective hot air dryer. *Journal of Food Engineering*, 2005, 71(4): 373 - 378.
158. Nogales, J.; L. Graziani; L. Ortiz. Cambios físicos y químicos durante el secado al sol del grano de Cacao fermentado en dos diseños de cajones de madera. *Agronomía Tropical*, 2006, 56(1): 5 - 20.
159. Ocampo, A. Modelo cinético del secado de la pulpa de Mango. *Revista Escuela de Ingeniería de Antioquia*, 2006, 26 (5): 119 - 128.
160. Ochoa, Y. *Argumentación hidrogeológica y cálculos del drenaje del yacimiento cobalto-niquelífero Yagrumaje Norte*. Informe de investigación. ISMMM. 2008. 50 h.
161. Oliveira, S.; C. Partiti; J. Enzweiler. Ocherous laterite: a nickel ore from Punta Gorda, Cuba. *Journal of South American Earth Sciences*, 2001, 1(14): 307 - 317.
162. Pacheco, P; J. Suárez; E. Juliá. Secado solar de maderas. Perspectiva teórica. *Tecnología Química*, 2006, 26(3): 71 - 75.
163. Page, N.; D. Bisset; G. Daly; E. Kisi. *Ore cooler evaluation. A report for Prior Industries Australia Pty. Ltd. The University of Newcastle research associates limited*. Department of Mechanical Engineering at the University of Newcastle, Australia, 1998. 17 p.
164. Park, K.; Z. Vohnikova; F. Reisbros. Evaluation of drying parameters and desorption isotherms of garden mint leaves. *Journal Food Engineering*, 2002, 51(1): 193 - 199.
165. Parra-Coronado, A; G. Roa-Mejías; C. Oliveros-Tascón. Modelamiento y simulación matemática en el secado mecánico de café pergamino. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 2008, 12(4): 415 - 427.

166. Patiño-Palacios, G. *Modelamiento matemático de flujo convectivo en estado transitorio en medios porosos*. Tesis de Maestría. Instituto Tecnológico de Celaya, 1996.
167. Pavez, J.; M. Pavez; J. Glaría. *Medición de humedad en sólidos*. Universidad Técnica Federico Santa María, Valparaíso, Chile. Informe de investigación, 2000. 2 p.
168. Prasad, J.; V. Vijay. Experimental studies on drying of *Zingiber officinale*, *Curcuma longa* and *Tinospora cordifolia* in solar-biomass hybrid drier. *Renewable Energy*, 2005, 30(14): 2097 - 2109.
169. Philip, J.; A. De Vries. Moisture movement in porous materials under temperature gradients. *Trans. Am. Geophys Union*, 1957, 38(2): 222 - 232.
170. Phoungchandang, S.; J. Woods. Moisture diffusion and desorption isotherms for banana. *Journal Food Science*, 2000, 65(4): 651 - 657.
171. Picado, A.; R. Mendieta; J. Martínez. Cinética de secado de la Levadura Cervecera. *Revista Científica Nexo*, 2006, 19(01):49 - 56.
172. Proenza, J.; J. Melgrejo; F. Gervilla. Comments on the paper "Ocherous laterite: a nickel ore from Punta Gorda, Cuba". *Journal of South American Sciences*, 2003, 16(03): 199 - 202.
173. Qisheng, Z.; J. Shenxue; T. Yongyu. Industrial utilization on Bamboo. *INBAR Technical Report*, 2002.
174. Rafiee, S.; A. Jafari; M. Kashaninejad. Experimental and numerical investigations of moisture diffusion in pistachio nuts during drying with high temperature and low relative humidity. *International Journal of Agriculture and Biology*, 2007, 9(3): 412 - 425.
175. Rafiee, S.; A. Keyhani; A. Mohammadi. Soybean seeds mass transfer simulation during drying using Finite Element Method. *World Applied Sciences*, 2008, 4(2): 284 - 288.
176. Rebinder, P. *Secado de materiales dispersos en la industria química*. Moscú: Editorial XIMIA, 1979. 123 p.
177. Restrepo, A.; J. Burbano. Disponibilidad térmica solar y su aplicación en el secado de granos. *Scientia et Técnica*, 2005, 11(27): 127 - 132.
178. **Retirado, Y.**; A. Legrá; M. Lamorú; E. Torres; H. Laurencio. Optimización del secado solar de la mena laterítica en la industria cubana del níquel. *Minería y Geología*, 2012, 28(2): 30 - 46. Consultado: 17 de septiembre de 2012. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
179. **Retirado, Y.**; A. Legrá. Modelación matemática del área de exposición y del volumen de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado solar natural. *Minería y Geología*, 2011, 27(2): 84 - 108. Consultado: 18 de enero de 2012. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.

- 180. Retirado, Y.** *Comportamiento de la humedad durante el secado solar del mineral laterítico.* Tesis de Maestría. ISMMM. 2007. 71 h.
- 181. Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; A. Rojas. Comportamiento de la humedad durante el secado solar del mineral laterítico. *Minería y Geología*, 2007, 23(3): 1 - 19. Consultado: 20 de diciembre de 2010. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
- 182. Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; M. Lamorú. Transferencia de calor en el secado solar a la intemperie de menas lateríticas ferroniquelíferas. *Minería y Geología*, 2011, 27(1): 1 - 21. Consultado: 25 de octubre de 2011. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
- 183. Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; N. Hernández. *Cinética del secado solar del mineral laterítico empleado en la industria del níquel en Moa.* En: 5to Taller Internacional de Energía y Medio Ambiente. Cienfuegos. 2008, ISBN: 978-959-257-186-0.
- 184. Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; N. Hernández. Comportamiento de la adherencia en menas lateríticas sometidas a secado solar natural. *Minería y Geología*, 2009, 25(1): 1 - 11. Consultado: 20 de diciembre de 2010. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
- 185. Retirado, Y.** Estudio experimental del proceso de secado solar de las menas lateríticas empleadas en la industria del níquel en Moa. En: Forum tecnológico especial de energía. Moa. 2010, ISBN: 978-959-16-1216-8.
- 186. Retirado, Y.** *Modelación matemática del proceso de enfriamiento del mineral laterítico reducido.* Tesis de Ingeniería. ISMMM. 2004. 91 h.
- 187. Ribeiro, P.** *Concepção e modelação numérica de secador solar para tratamento de efluente de processo de dessalinização.* Tesis Doctoral. Universidad Técnica de Lisboa, 2005. 241 h.
- 188. Ricaurte, C.;** A. Legrá. Contribución al cálculo del área de la sección de la carga en la banda transportadora de mineral laterítico. *Minería y Geología*, 2010, 26(3): 1 - 22. Consultado: 13 de marzo de 2011. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
- 189. Rojas, A.** Evidencias a favor de que la Goethita es la fase principal portadora de níquel en los horizontes lateríticos. *Minería y Geología*, 2001, 18(3 - 4): 21 - 31. Consultado: 16 de diciembre de 2008. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
- 190. Rojas, A.** *Principales fases minerales portadores de níquel en los horizontes lateríticos.* Tesis Doctoral. ISMMM. 1995. 75 h.
- 191. Rojas, A.;** G. Orozco; O. Vera, A. Alderí. *Caracterización mineralógica de los perfiles lateríticos del yacimiento Punta Gorda.* La Habana. En: I Convención Cubana de Ciencias de la Tierra, 2005a.

192. Rojas, A.; G. Orozco; O. Vera. Caracterización mineralógica y geoquímica de las fases minerales de Mn portadoras de Co en perfiles lateríticos del yacimiento Punta Gorda. En: 1ra Convención Cubana de Ciencias de la Tierra. La Habana. 2005b.
193. Rojas, A.; R. Simões; G. Orozco. *Presencia de fases de óxidos de manganeso en perfiles lateríticos de níquel del yacimiento Punta Gorda, Moa, Holguín, Cuba*. En: 2da Convención cubana de ciencias de la Tierra. La Habana. 2007.
194. Rojas, A.; R. Simões; G. Orozco. Identificación mineralógica de los óxidos de manganeso del yacimiento laterítico Punta Gorda, Moa, Cuba. *Minería y Geología*, 2012, 28(1): 1 - 26. Consultado: 16 de mayo de 2012. Disponible en: www.ismm.edu.cu/revistamg.
195. Romero, L.; T. Kieckbush. Influência de Condições de Secagem na Qualidade de Fatias de Tomate. *Brazilian Journal of food Technology*, 2003, 6(1): 69 - 76.
196. Rudenko, K.; M. Shemajanov. *Eliminación de la humedad y el polvo*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1989. 352 p.
197. Sacilik, K.; R. Keskin; A. Elicin. Mathematical modelling of solar tunnel drying of thin layer organic tomato. *Journal of Food Engineering*, 2005, 73(3): 231 - 238.
198. Salinas, C.; R. Ananias; M. Alvear. Simulación del secado convencional de la madera. *Maderas: Ciencia y Tecnología*, 2004, 6(1): 1 - 20.
199. Salinas, C.; R. Ananías; P. Ruminot. Modelación de las curvas de secado por alta temperatura de Pino Radiata. *Maderas. Ciencia y tecnología*, 2008, 10(3): 207 - 217.
200. Sánchez, Y. *Caracterización hidrogeológica e ingeniero - geológica del yacimiento Punta Gorda*. Informe de investigación. ISMMM. 2006. 113 p.
201. Sandoval, S.; L. Méndez; J. Sánchez. Rapidez de secado reducida: Una aplicación al secado convectivo de plátano Roatán. *Revista Mexicana de Ingeniería Química*, 2006, 5(1): 35 - 38.
202. Sandoval-Torres, S. Modelación matemática del secado convencional de madera. *Madera y Bosques*, 2009, 15(1): 75 - 89.
203. Serrano, J. *Operación racional del almacén central de minerales de la empresa "René Ramos Latour de Nicaro"*. En: 3ra Convención cubana de ciencias de la Tierra. La Habana. 2009.
204. Sierra, R. *Influencia de las propiedades del mineral laterítico en los Transportadores de Banda*. En: II Conferencia Internacional Ciencia y Tecnología por el Desarrollo Sostenible. Camaguey. 2007.
205. Sierra, R. *Optimización energética en el diseño de los transportadores de bandas utilizados en la industria del níquel*. Tesis Doctoral. ISMMM. 2010. 98 h.

206. Sierra, R. *Perfeccionamiento del procedimiento para el cálculo de los Transportadores de Bandas*. Tesis de Maestría. ISMMM. 2005. 82 h.
207. Simal, S.; M. Femenia; C. Rosello. Use of exponential page and diffusional models to simulate the drying kinetics of Kiwi. *Journal of food Engineering*, 2005, 43(1): 109 - 114.
208. Simate, I. Optimization of mixed-mode and indirect-mode natural convection solar dryers. *Renewable Energy*, 2003, 28(3): 435 - 453.
209. Sogari, N.; L. Saravia. Modelización de un secadero solar de maderas con circulación de aire por convección natural. *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente*, 2003, 7(1): 7-12.
210. Stewart, J. *Cálculo con trascendentes tempranas*. 4 ed. La Habana: Editorial Félix Varela, 2009. 3 t.
211. Strumillo, C.; P. Jones; Z. Romuald. *Energy Aspects of Drying*. In: Mujumdar AS, ed. Handbook of Industrial Drying, 2nd ed. New York, Marcel Dekker, 1995.
212. Swokowski, C. *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Londres: Editorial Thomson Learning, 2002. 480 p.
213. Telis-Romero, J.; M. Kohayakawa; V. Silveira; M. Pedro. Enthalpy-entropy compensation based on isotherms of Mango, 2005, *Ciencia y Tecnología Alimentaria*. 25(2): 20 - 30.
214. Thorpe, G. *Ingeniería química en tecnología de post-cosecha*. XV Seminario de Ingeniería Química. Instituto Tecnológico de Celaya, 1995.
215. Thorpe, G.; S. Whitaker. Local mass and thermal equilibria in ventilated Grain Bulks. The development of heat and mass conservation equations (Part I). *Journal of Stored Products Research*, 1992, 28(1): 15 - 27.
216. Tijonov, A.; A. Samarsky. *Ecuaciones de la física matemática*. Moscú: Editorial MIR, 1980. 824 p.
217. Tijonov, O. *Modelos matemáticos sencillos en los procesos metalúrgicos (en idioma ruso)*. San Petersburgo: Instituto de Minas, 1978. 398 p.
218. Tiwari, G.; B. Sarkar. Experimental study of greenhouse Prawn drying under natural convection. *Agricultural Engineering International*, 2006, 8(16): 1 - 9.
219. Tiwari, G.; S. Kumar; O. Prakash. Evaluation of convective mass transfer coefficient during drying of Jaggery. *Journal of Food Engineering*, 2004, 63(1): 219 - 227.
220. Togrul, I.; D. Pehlivan. Modelling of thin layer drying kinetics of some fruits under open-air sun drying process. *Journal of Food Engineering*, 2004, 65(3): 413 - 425.
221. Torres, E. *Modelación matemática y simulación del transporte neumático del mineral laterítico*. Tesis Doctoral. ISMMM. 2003. 105 h.

222. Torres-Reyes, E.; J. Navarrete; B.Ibarra. Thermo-dynamic method for designing dryers operated by flat-plate solar collectors. *Renewable Energy*, 2002, 26(4): 649 - 660.
223. Touré, S.; S. Kibangu-Hkembo. Comparative study of natural solar drying of cassava, banana and mango. *Renewable Energy*, 2004, 29(6): 975 - 990.
224. Treybal, R. *Operaciones con transferencia de masa*. La Habana: Edición Revolucionaria, 1985. 815 p.
225. Tunde-Akitunde, T.; T. Afolabi; B. Akintunde. Influence of drying methods on drying of bell-pepper. *Journal of Food Engineering*, 2005, 68(4): 439 - 442.
226. Türk, I. Determination of convective heat transfer coefficient of various crops under open sun drying conditions. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 2003, 30(2): 285 - 294.
227. Vega, A.; A. Andrés; P. Fito. Modelado de la cinética de secado del Pimiento Rojo. *Información Tecnológica*, 2005, 16(6): 3 - 11.
228. Vega, A.; R. Lemus.; P. Fito. Modelado de la cinética de secado de la papaya chilena (*Vasconcellea pubescens*). *Información Tecnológica*, 2006, 27(3): 23 - 31.
229. Vera, L. *Procedimiento para la determinación de las redes racionales de exploración de los yacimientos lateríticos de níquel y cobalto en Moa*. Tesis Doctoral. ISMMM. 2001. 137 h.
230. Viera, R.; S. López; M. Noemí. *Modelación matemática para ingenieros químicos*. La Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1988. 240 p.
231. Vinardell, J. *Implementación del secado solar natural de las menas lateríticas en las empresas niquelíferas cubanas*. Tesis de Maestría. ISMMM. 2011. 63 h.
232. Vukalovitch, M. *Propiedades termodinámicas del agua y el vapor*. Editorial Pueblo y Educación, 1978. 245 p.
233. Whitaker, S. Simultaneous heat, mass and momentum transfer and theory of drying. *Heat Transfer*, 1977, 13(2): 119 - 203.
234. Whitaker, S.; W. Chou. Drying granular porous media. *Drying Technology*, 1983, 1(1): 3 - 33.
235. Wu, B.; W. Yang; C. Jia. A three-dimensional numerical simulation of transient heat and mass transfer inside a single rice kernel during the drying process. *Biosystems Engineering*, 2004, 87(2): 191 - 200.
236. Yang, W.; C. Jia; T. Siebenmorgen. Intra-kernel moisture responses of rice to drying and tempering treatments by finite element. *Transactions of the ASAE*, 2002, 45(4): 1037 - 1044.
237. Young, W.; W. Cao; T. Chung; J. Morris. *Applied numerical methods using MATLAB*. La Habana: Editorial Félix Varela, 2008. 2 t.

SIMBOLOGÍA

H_{bh} y H_{bs} : humedad del producto en base húmeda y seca; kg/kg.

m_h : cantidad de agua en el producto húmedo; kg.

m_0 : masa inicial de material sin secar; kg.

m_s : masa de la materia seca en el producto; kg.

H^* : humedad del material; %.

H : humedad del material; kg/kg.

$H_{bh}(\tau)$ y $H_{bs}(\tau)$: humedad instantánea en base húmeda y seca; kg/kg

H_{0bh} y H_{0bs} : humedad inicial en base húmeda y seca; kg/kg.

$m(\tau)$: masa del material en el tiempo τ ; kg.

R_H : *ratio* de humedad; adimensional.

$H(\tau)$: humedad del material en cada instante de tiempo τ ; kg/kg.

H_e : humedad de equilibrio del material; kg/kg.

H_0 : humedad inicial del material; kg/kg.

λ : calor latente de vaporización del agua; J/kg.

R : constante de los gases; J/kmol·K.

M_{ag} : peso molecular del agua; kg/kmol.

C_{S1} y C_{S2} : constantes experimentales; adimensionales.

T_{ag} : temperatura del agua; °C.

N : régimen de secado; kg/m²·s.

N_C : régimen de secado en el periodo de velocidad constante; kg/m²·s.

A : área donde se lleva a cabo la evaporación; m².

$dH/d\tau$: velocidad de secado; kg/kg·s.

τ : tiempo de secado; s.

k_y : coeficiente de transferencia de masa gaseosa; kg/m²·s.

Y_s : humedad del aire en la superficie del líquido; kg/kg.

Y : humedad del aire en la corriente principal; kg/kg.

N_D : régimen de secado en el periodo de velocidad decreciente; kg/m²·s.

H_c : humedad del material al finalizar el régimen de velocidad de secado constante; kg/kg.

k_2 : coeficiente de secado para el segundo periodo; kg/m²·s.

R_S : *ratio* de secado; kg/kg·s.

dH : variación de humedad del material; kg/kg.

$d\tau$: variación de tiempo; s.

$H(\tau+d\tau)$: humedad del material medida en el instante $\tau+d\tau$; kg/kg.

k : conductividad térmica de las menas lateríticas; $W/m \cdot ^\circ C$.

C_p : calor específico a presión constante de las menas lateríticas; $J/kg \cdot ^\circ C$.

ρ : densidad real de las menas lateríticas; kg/m^3 .

α : difusividad térmica de las menas lateríticas; m^2/s .

ε : emisividad de las menas lateríticas; adimensional.

α_s : absorptividad solar de las menas lateríticas; adimensional.

q_e : calores que entran a la superficie de secado de la pila; W/m^2 .

q_s : calores que salen de la superficie de secado de la pila; W/m^2 .

q_g : calor generado en el interior de la pila de minerales; W/m^3 .

q_a : calor almacenado en el interior de la pila de minerales; W/m^3 .

q_{Rad} : calor por radiación que se aprovecha en el secado natural de las menas lateríticas; W/m^2 .

q_{Conv} : calor por convección que intercambian la superficie de la pila de minerales y el aire; W/m^2 .

q_{Cond} : calor por conducción transferido hacia el interior de la pila de minerales; W/m^2 .

$N \cdot \lambda$: calor de evaporación; W/m^2 .

α_c : absorptividad del cielo; adimensional.

G_c : irradiación del cielo; W/m^2 .

$I(\varphi, \psi)$: radiación solar global que incide sobre la superficie de secado de la pila; W/m^2 .

φ : inclinación de la superficie de la pila respecto al plano horizontal; grados sexagesimales.

ψ : orientación de la superficie de la pila respecto al eje norte-sur; grados sexagesimales.

ϑ : reflectividad de las menas lateríticas; adimensional.

σ : constante de Stefan-Boltzman; $W/m^2 \cdot K^4$.

T_{cielo} : temperatura efectiva del cielo; K.

I_G, I_B, I_D y I_R : radiación global, directa, difusa y reflejada; W/m^2 .

I_0 : irradiancia extraterrestre horaria en la superficie horizontal; W/m^2 .

I_s : irradiancia solar extraterrestre normal a la radiación; W/m^2 .

ϕ : ángulo de incidencia; grados sexagesimales.

h_s : altura solar; grados sexagesimales.

I_{CS} : constante solar; W/m^2

n_d : número del día del año; adimensional.

l_a : latitud; grados sexagesimales.

δ_s : declinación solar; grados sexagesimales.

w_h : ángulo horario; grados sexagesimales.

n_h : número de horas antes o después del mediodía solar; adimensional.

h_c : altura de culminación; grados sexagesimales.

w_s : hora de salida y puesta de sol; adimensional.

T_d : número de horas de sol; adimensional.

k_T : coeficiente de transmisión total atmosférico; adimensional.

I_H : radiación incidente sobre la superficie horizontal; W/m^2 .

k_B y k_D : coeficientes de transmisión fraccionales; adimensionales.

C_e : coeficiente empírico; adimensional.

$R(\varphi, \psi)$: factor de conversión; adimensional.

η : albedo o reflectividad del suelo frente al plano receptor, adimensional.

h_a : coeficiente de transferencia de calor por convección; $W/m^2 \cdot ^\circ C$.

Nu : número de Nusselt; adimensional.

L : longitud característica de la superficie de secado; m.

Gr : número de Grashof; adimensional.

Re : número de Reynolds; adimensional.

g : aceleración de la gravedad; m/s^2 .

V_a : velocidad del aire; m/s.

Nu_L : número de Nusselt para la convección libre; adimensional.

Ra : número de Rayleigh; adimensional.

C y n^* : constantes experimentales; adimensionales.

Nu_F : número de Nusselt para la convección forzada; adimensional.

Gu : número de Guzman; adimensional.

γ : potencial de secado; K.

M y B : constantes experimentales; adimensionales.

Nu_M : número de Nusselt para la convección mixta; adimensional.

P : constante experimental; adimensional.

$T_s(\tau)$: temperatura en la superficie de la pila de minerales en el instante τ ; $^\circ C$.

$T(\xi, \tau)$: temperatura en el interior de la pila de minerales a la distancia ξ y en el instante τ ; $^\circ C$.

ξ : espesor de la capa de material donde se produce la conducción del calor; m.

T : temperatura del material; $^\circ C$.

T_0 : temperatura inicial del material; °C.

k_u : coeficiente de conducción de humedad; m^2/s .

δ : coeficiente térmico de conducción de humedad; $1/^\circ C$.

$\Omega(y)$: función que caracteriza el cambio de H_0 en cada instante de tiempo τ y posición “y”; kg/kg.

$H_s(\tau)$: humedad del material en la superficie de secado de la pila (para $y = l$) en el instante τ , kg/kg.

$-dH/d\tau_1$: velocidad de secado en la superficie de la pila durante el primer periodo; kg/kg·s.

$-dH/d\tau_2$: velocidad de secado en la superficie de la pila durante el segundo periodo; kg/kg·s.

A_{SL} : área de la superficie lateral de la pila; m^2 .

A_{SF} : área de la superficie frontal de la pila; m^2 .

L_{SL} : longitud de la superficie lateral de la pila; m.

b_0 : ancho de la base de la pila; m.

$f'(x)$: derivada de la función que caracteriza la generatriz de la superficie lateral; m.

V : volumen de la pila; m^3 .

V_{SL} : volumen de la parte lateral de la pila; m^3 .

V_{SF} : volumen de las partes frontales de la pila; m^3 .

A_{STSL} : área de la sección transversal de la superficie lateral; m^2 .

k_f : factor de forma; adimensional.

E : error relativo puntual entre los valores experimentales y los teóricos de la humedad; %.

$H_{F(P)Exp.}$: valor promedio de la humedad del material determinado de forma experimental; %.

$H_{F(P)Teo.}$: valor promedio de la humedad del material determinado de forma teórica; %.

E_p : error relativo promedio entre los valores experimentales y los teóricos de la humedad; %.

N_d : número de determinaciones; adimensional.

I_{SG} : radiación solar global que recibe la superficie de la pila de menas lateríticas; J/día.

n : número de cortes en que se divide la superficie de la pila; adimensional.

I_i : radiación global que recibe el corte k_i ; J/día.

m : número de sectores en que se divide cada uno de los cortes de la superficie; adimensional.

I_{ij} : radiación global que recibe una sección plana P_{ij} determinada por el corte i y el sector j ; J/día.

h^* : número de horas en que las secciones reciben radiación solar; adimensional.

k_a : conductividad térmica del aire; W/m·K.

T_p : temperatura promedio o de película; °C.

ρ_a : densidad del aire; kg/m³.

C_{p_a} : calor específico a presión constante del aire; J/kg·K.

μ_a : viscosidad dinámica del aire; $N \cdot s/m^2$.

ν_a : viscosidad cinemática del aire; m^2/s .

α_a : difusividad térmica del aire; m^2/s .

Pr: número de Prandtl del aire; adimensional.

β_a : dilatación térmica del aire; K^{-1} .

T_s : temperatura de la superficie de secado; $^{\circ}C$.

T_a : temperatura del aire; $^{\circ}C$.

φ_m : ángulo maximal de la pila; grados sexagesimales.

φ_t : ángulo tangencial de la pila; grados sexagesimales.

G_p : granulometría promedio de las menas lateríticas; mm.

H_p : humedad promedio de las menas lateríticas; %.

X_O y X_E : distancia en el eje "X" medida desde el origen hacia los taludes oeste y este; m.

Z_1 , Z_2 , y Z_3 : distancia en el eje "Z" medida desde el origen de la superficie lateral de la pila; m.

Y_s : altura en el eje "Y" de la superficie de secado de la pila; m.

τ_0 y τ_F : tiempo inicial y final medido a las 6 y las 18 horas del día; h.

$H_{0(P) \text{ Exp.}}$: valor promedio de la humedad inicial del material determinado de forma experimental; %.

PRE: porcentaje que representan los errores que se encuentran en el intervalo considerado; %.

R_G : radiación solar global que reciben las secciones; W/m^2 .

C: flujo de calor por convección que reciben o entregan las secciones; W/m^2 .

R: flujo de calor por radiación que reciben las secciones; W/m^2 .

DR: densidad de radiación; $J/m^2 \cdot \text{día}$.

RT y CT: radiación total y calor total; $J/\text{día}$.

PVS: porcentaje de mineral secado; %.

VMS: volumen de mineral secado; m^3 .

$H_{(P)}$: humedad promedio de las menas lateríticas a la entrada de los secaderos convencionales; %.

Observación importante:

El listado de símbolos se expone en el mismo orden en que aparecen en el trabajo, desde la introducción hasta los anexos.

ANEXOS

ANEXO 1

PRODUCCIÓN CIENTÍFICA DEL AUTOR SOBRE EL TEMA DE LA TESIS

Participación en eventos científicos

1. **Retirado, Y.** Comportamiento de la humedad durante el secado solar del mineral laterítico. XVI Forum Ramal Cubaníquel “ENERMOA-2007”. Moa. 2007.
2. **Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; N. Hernández. Cinética del secado solar del mineral laterítico empleado en la industria del níquel en Moa. V Taller Internacional de Energía y Medio Ambiente. Cienfuegos. 2008, ISBN: 978-959-257-186-0.
3. **Retirado, Y.** Modelos teóricos del secado solar natural de las menas lateríticas. V Conferencia Internacional de Aprovechamiento de Recursos Naturales. Moa. 2009.
4. **Retirado, Y.** Cinética y tiempo de secado para las menas lateríticas expuestas a secado solar natural. V Conferencia Internacional de Aprovechamiento de Recursos Naturales. Moa. 2009.
5. **Retirado, Y.** Estudio experimental del proceso de secado solar de las menas lateríticas empleadas en la industria del níquel en Moa. Forum Tecnológico Especial de Energía “III ENERMOA”. Moa. 2010, ISBN: 978-959-16-1216-8.
6. **Retirado, Y.** Impactos asociados a la implementación del secado solar natural de las menas lateríticas. VI Conferencia Internacional de Aprovechamiento de Recursos Naturales. Moa. 2011.
7. **Retirado, Y.** Resultados experimentales obtenidos durante el secado solar natural de las menas lateríticas. VI Conferencia Internacional de Aprovechamiento de Recursos Naturales. Moa. 2011.

Publicaciones científicas relacionadas con el tema de la Tesis Doctoral

1. **Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; A. Rojas. Comportamiento de la humedad durante el secado solar del mineral laterítico. Minería y Geología, 2007, 23 (3): 1 - 19.
2. **Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; N. Hernández. Comportamiento de la adherencia en menas lateríticas sometidas a secado solar. Minería y Geología, 2009, 25(1): 1 - 11.
3. **Retirado, Y.;** E. Góngora; E. Torres; M. Lamorú; B. Leyva; D. García. Transferencia de calor en el secado solar a la intemperie de menas lateríticas ferroniquelíferas. Minería y Geología, 2011, 27(1): 1 - 21.
4. **Retirado, Y.;** A. Legrá. Modelación del área de exposición y del volumen de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado solar natural. Minería y Geología, 2011, 27(2): 84 - 108.

5. **Retirado, Y.**; A. Legrá; M. Lamorú; E. Torres; H. Laurencio. Optimización del secado solar de la mena laterítica en la industria cubana del níquel. *Minería y Geología*, 2012, 28(2): 30 - 46.

Otras publicaciones realizadas por el autor que se relacionan con la modelación matemática, la simulación, el mineral laterítico y la transferencia de calor

6. Torres, E; **Y. Retirado**. Modelación matemática del transporte neumático del mineral laterítico en fase densa. *Minería y Geología*, 2007, 23(1): 1 - 31.
7. Góngora, E.; D. Guzmán; A. Columbié; S. Marrero; **Y. Retirado**. Modelo matemático multivariable para un proceso de enfriamiento industrial de sólidos en cilindros rotatorios horizontales. *Energética*, 2007, 28(2): 15 - 25.
8. Torres, E; A. Columbié; **Y. Retirado**; A. Machado. Simulación del transporte neumático del mineral laterítico en fase densa. *Minería y Geología*, 2009, 25(3): 2 - 22.
9. Góngora, E.; M. Lamorú; A. Columbié; **Y. Retirado**; A. Legrá; Y. Spencer. Coeficientes de transferencia de calor en enfriadores de mineral laterítico a escala piloto. *Minería y Geología*, 2009, 25(3): 1 - 18.
10. Torres, E.; L. Quintana; O. Vega; **Y. Retirado**. Coeficientes de transferencia de calor y pérdida de eficiencia en intercambiadores de calor de placas durante el enfriamiento del licor amoniacal. *Minería y Geología*, 2011, 27(2): 67 - 83.
11. Laurencio, H.; J. Falcón; **Y. Retirado**; O. Pérez. Modelo para cálculo de pérdidas de presión en tuberías conductoras de petróleo pesado (11° API). *Minería y Geología*, 2012, 28(3): 70 - 86.

Tutorías a Tesis de Ingeniería

1. Santos, Y. Estudio del proceso de secado solar natural de las menas lateríticas en la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” de Moa. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2005. 71 h.
2. Romero, Y. Estudio experimental a escala piloto del proceso de secado solar natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2006. 65 h
3. Ramírez, Y. Influencia de los parámetros climatológicos en el proceso de secado solar natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2006. 74 h
4. Niyuhire, J. Comportamiento de la humedad durante el secado solar natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2007. 53 h
5. Castillo, A. Influencia de la humedad de las menas lateríticas en el consumo de combustible de los secaderos convencionales de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2007. 64 h

6. Azman, G. Diagnóstico térmico del proceso de secado en los tambores cilíndricos rotatorios de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2008. 69 h
7. Ricardo, M. Procedimiento teórico para la determinación de la variación de la humedad durante el secado solar de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2008. 57 h
8. Moya, Y. Determinación de las pérdidas de calor en los secaderos convencionales de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2008. 63 h
9. Cutiño, I. Evaluación de la transferencia de calor durante el secado solar natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2009. 62 h
10. Socarrás, D. Evaluación de la transferencia de masa en el secado solar natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2009. 71 h
11. Tour, J. Comportamiento de la transferencia de calor en el secado solar de las menas lateríticas en la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara”. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2010. 58 h.
12. Zayas, M. Automatización de los modelos matemáticos del secado solar natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2010. 56 h
13. Figueroa, K. Impactos asociados a la implementación del secado solar de las menas lateríticas en las empresas niquelíferas cubanas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2011. 61 h
14. Valdés, Y. Modelación matemática del secado solar natural de las menas lateríticas cubanas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2011. 65 h
15. Jardines, Y. Determinación de los parámetros fundamentales del proceso de secado natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2012. 59 h
16. Berrío, D. Simulación computacional del proceso de secado natural de las menas lateríticas. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2012. 52 h
17. Cabezas, A. Optimización de la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado natural. Tesis de Ingeniería. ISMM. 2012. 58 h

Tutoría a Tesis de Maestría

1. Vinardell, J. Implementación del secado solar natural de las menas lateríticas en las empresas niquelíferas cubanas. Tesis de Maestría. ISMM. 2011. 75 h

ANEXO 2

ECUACIONES PARA EL CÁLCULO DE LAS PROPIEDADES TERMOFÍSICAS DEL AIRE QUE INFLUYEN EN EL PROCESO DE SECADO NATURAL

$$k_a = 0,0244 + 0,6763 \cdot 10^{-4} \cdot T_p \quad (1)$$

$$\rho_a = \frac{353,44}{T_p + 273,15} \quad (2)$$

$$Cp_a = 999,2 + 0,1434 \cdot T_p + 1,101 \cdot 10^{-4} \cdot T_p^2 - 6,7581 \cdot 10^{-8} \cdot T_p^3 \quad (3)$$

$$\mu_a = 1,718 \cdot 10^{-5} + 4,620 \cdot 10^{-8} \cdot T_p \quad (4)$$

$$\nu_a = \frac{\mu_a}{\rho_a} \quad (5)$$

$$\alpha_a = \frac{k_a}{\rho_a \cdot Cp_a} \quad (6)$$

$$Pr = \frac{\nu_a}{\alpha_a} \quad (7)$$

$$\beta_a = \frac{1}{T_p + 273,15} \quad (8)$$

Siendo:

$$T_p = \frac{T_s + T_a}{2} \quad (9)$$

Donde:

k_a : conductividad térmica del aire; W/m·K.

T_p : temperatura promedio o de película; °C.

ρ_a : densidad del aire; kg/m³.

Cp_a : calor específico a presión constante del aire; J/kg·K.

μ_a : viscosidad dinámica del aire; N·s/m².

ν_a : viscosidad cinemática del aire; m²/s.

α_a : difusividad térmica del aire; m²/s.

Pr : número de Prandtl del aire; adimensional.

β_a : dilatación térmica del aire; K⁻¹.

T_s : temperatura de la superficie de secado; °C.

T_a : temperatura del aire; °C.

ANEXO 3

TERMOGRAMAS REALIZADOS A LAS MUESTRAS DE MENAS LATERÍTICAS DEL YACIMIENTO NIQUELÍFERO PUNTA GORGA

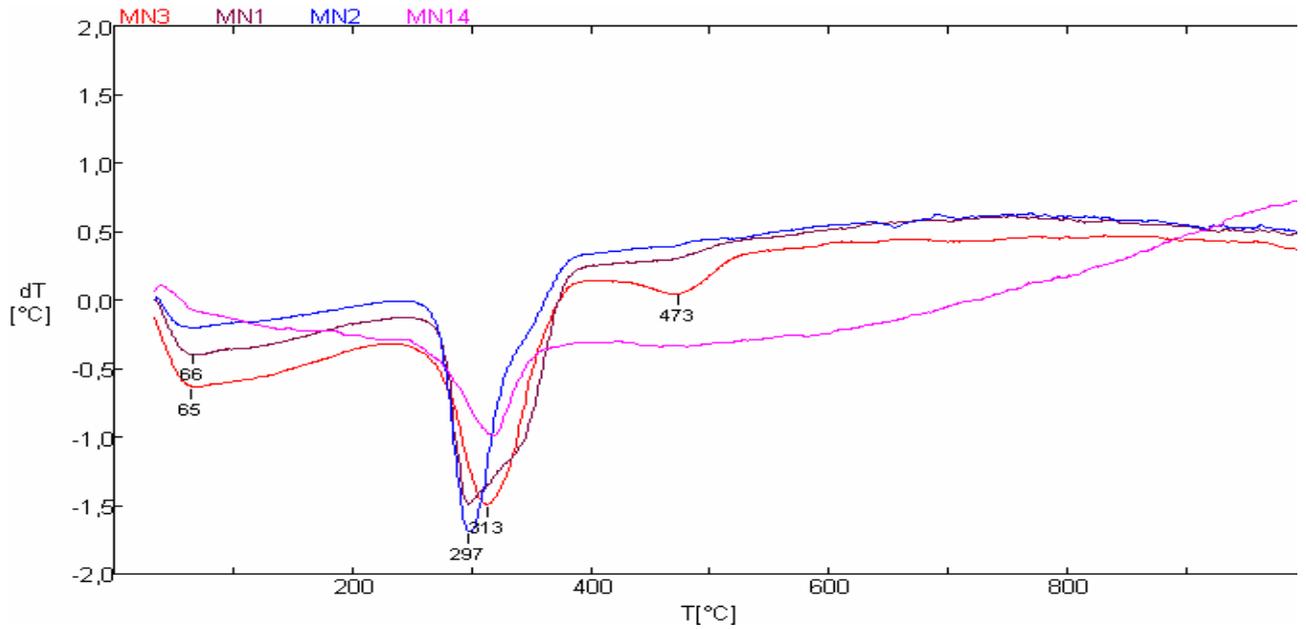


Figura 1. Termogramas de las menas lateríticas de los horizontes superiores del perfil L-48.

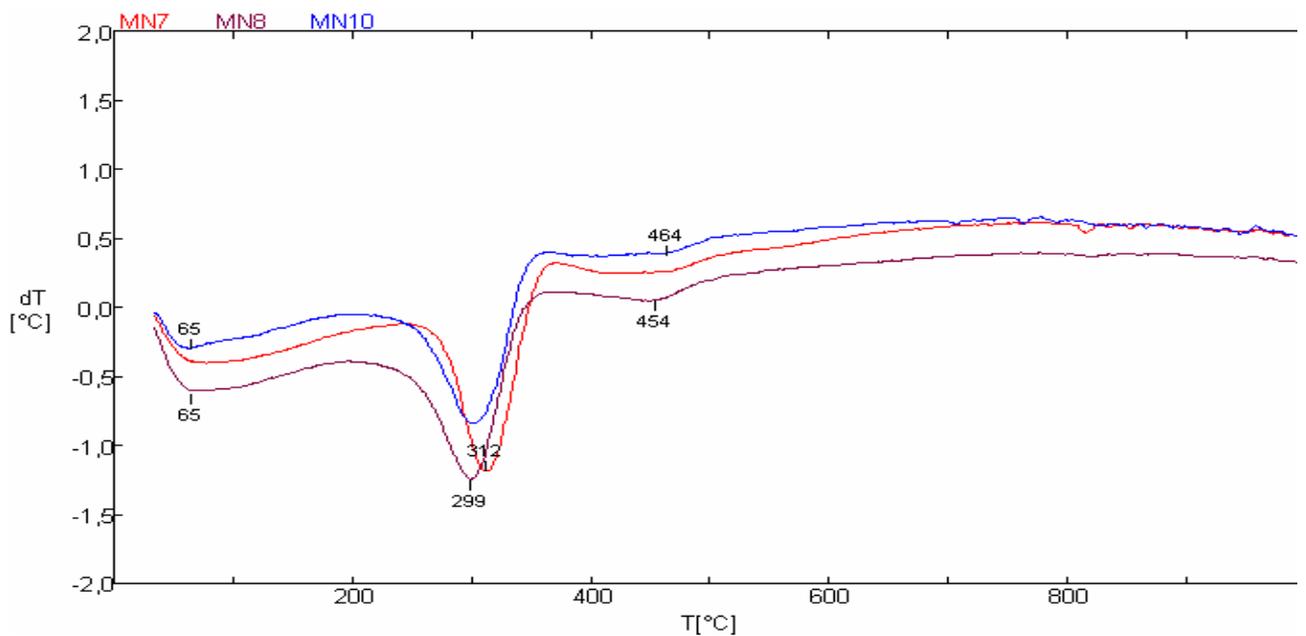


Figura 2. Termogramas de las menas lateríticas de los horizontes superiores del perfil M-47.

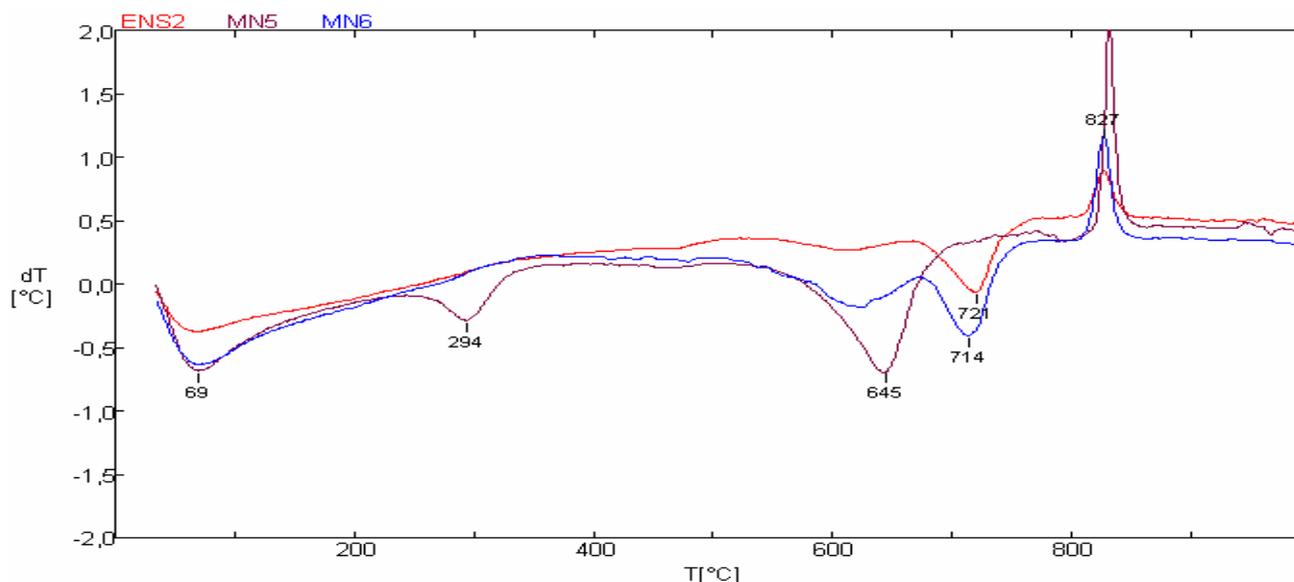


Figura 3. Termogramas de las menas lateríticas de los horizontes inferiores del perfil L-48.

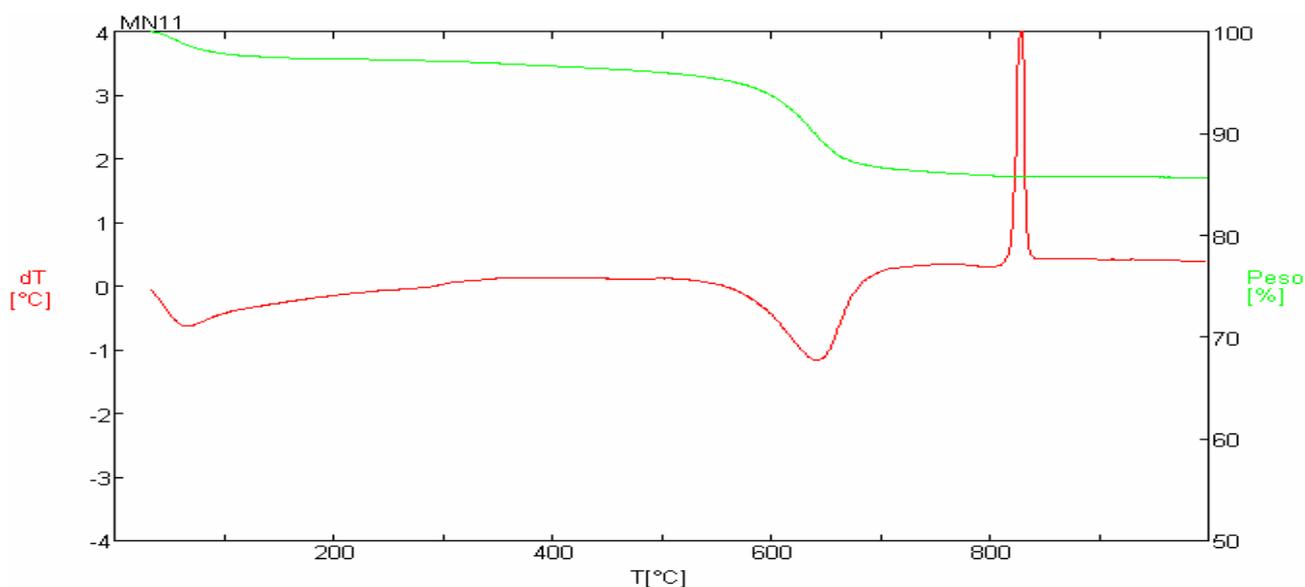


Figura 4. Termogramas de las menas lateríticas de los horizontes inferiores del perfil M-47.

Características técnicas del equipamiento empleado

Se empleó el equipamiento conjugado TG y ATD según modelo PL-STA Thermal Science con analizador térmico simultáneo STA 1 000/1 500, de la Stanton Rederoff Ltd, que tiene un horno cilíndrico vertical, con conversor digital acoplado a un micro computador. Crisol de platino, peso de la muestra de 12 a 14 mg, con registros normalizados para 10 mg. Velocidad de calentamiento de 20 °C/minuto, temperatura inicial y final variando de 25 °C a 1 100 °C, respectivamente. El equipamiento pertenece al Centro de Geociencia de la Universidad Federal de Pará en Brasil y está debidamente certificado por las normas internacionales correspondientes.

ANEXO 4

SOLUCIÓN ANALÍTICA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DE DIFUSIÓN DEL CALOR MEDIANTE EL MÉTODO DE SEPARACIÓN DE VARIABLES

Al resolver la ecuación 2.52 con las condiciones complementarias representadas en 2.53 suponiendo que la solución tiene la forma de una serie de Fourier, se plantea la expresión 1.

$$v(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (1)$$

Y se designa la función $g(y, \tau)$ a través de la expresión 2.

$$g(y, \tau) = -\frac{y}{l} \cdot \frac{dT_s}{d\tau} = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) = 2 \frac{dT_s}{d\tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (2)$$

Siendo:

$$g_n(\tau) = \frac{2}{l} \cdot \int_0^l f(y, \tau) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy = -\frac{2}{l^2} \frac{dT_s}{d\tau} \cdot \int_0^l y \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy = 2 \frac{dT_s}{d\tau} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \quad (3)$$

Sustituyendo las expresiones 1 y 2 en la ecuación 2.52 resulta:

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} v_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \right]_{\tau} - \alpha \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} v_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \right]_{yy} = 2 \frac{dT_s}{d\tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (4)$$

De modo que se obtiene:

$$\sum_{n=1}^{\infty} v'_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) + \alpha \cdot \sum_{n=1}^{\infty} v_n(\tau) \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) = 2 \frac{dT_s}{d\tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (5)$$

Agrupando los términos de la ecuación anterior resulta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ v'_n(\tau) + \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \alpha \cdot v_n(\tau) - 2 \frac{dT_s}{d\tau} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \right\} \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) = 0 \quad (6)$$

Esta expresión es válida si para todo $n = 1, 2, \dots, \infty$ se cumple que:

$$v'_n(\tau) + \alpha \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot v_n(\tau) = 2 \frac{dT_s}{d\tau} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \quad (7)$$

Nótese que se trata de encontrar $v_n(\tau)$ como solución de la ecuación diferencial 7.

Recordando que:

$$v(y,0) = \frac{y}{l} [T_0 - T_s(0)] = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(0) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (8)$$

Ordenando la expresión anterior:

$$\sum_{n=1}^{\infty} v_n(0) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) = \frac{y}{l} [T_0 - T_s(0)] \quad (9)$$

Aplicando el concepto de la serie de Fourier a la ecuación 9, se obtienen las expresiones 10 y 11 para el cálculo de $v_n(0)$:

$$v_n(0) = \frac{2}{l} \cdot \int_0^l \frac{y}{l} [T_0 - T_s(0)] \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy = 2 \frac{T_0 - T_s(0)}{l^2} \cdot \int_0^l y \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy \quad (10)$$

$$v_n(0) = 2 \frac{T_s(0) - T_0}{l^2} \cdot \frac{l^2 \cos(n\pi)}{n\pi} = 2 \cdot [T_s(0) - T_0] \cdot \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \quad (11)$$

Ahora, se resuelve la ecuación diferencial 7 con la condición 11. Dicha ecuación diferencial es lineal de primer orden, cuya forma general es:

$$v'_n(\tau) + M(\tau)v_n = N(\tau) \quad (12)$$

Y su solución, según Swokowski (2002) y Stewart (2009), es:

$$v_n(\tau) = e^{-\int M(\tau) d\tau} \left[\int N(\tau) \cdot e^{\int M(\tau) d\tau} d\tau + C \right] \quad (13)$$

Siendo:

$$M(\tau) = \alpha \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \quad \text{y} \quad N(\tau) = g_n(\tau) = 2 \frac{dT_s}{d\tau} \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} \quad (14)$$

Luego, la solución de la ecuación 7 con la condición 11 es:

$$v_n(\tau) = 2 \frac{\cos(n\pi)}{n\pi} e^{\alpha \left(\frac{-n\pi}{l}\right)^2 \tau} \cdot \left[\int_0^{\tau} e^{\alpha \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \theta} \cdot \frac{dT_s(\theta)}{d\tau} d\theta + T_s(0) - T_0 \right] \quad (15)$$

ANEXO 5

MODELACIÓN BIDIMENSIONAL DE LA DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA

Para resolver el problema de contorno definido por la ecuación 2.57 y las condiciones iniciales y de frontera representadas en 2.58 se realiza el cambio de variable como se muestra en la ecuación 1.

$$v(x, y, \tau) = T(x, y, \tau) - T_0 \quad (1)$$

Realizando las correspondientes transformaciones el problema se convierte en:

$$\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$v_{ij}(0, y, \tau) = f_1^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = f_2^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(x, 0, \tau) = g_1^*(x, \tau) \quad (3)$$

$$v_{ij}(x, b, \tau) = g_2^*(x, \tau)$$

$$v_{ij}(x, y, 0) = 0$$

Donde, por ejemplo: $f_1^*(y, \tau) = f(y, \tau) - T_0$ (4)

La solución del problema anterior, según Tijonov y Samarsky (1980), puede ser obtenida como la suma de las soluciones de los cuatro problemas de contorno siguientes:

1ro: $\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right)$ (5)

$$v_{ij}(0, y, \tau) = f_1^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = v_{ij}(x, 0, \tau) = v_{ij}(x, b, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (6)$$

2do: $\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right)$ (7)

$$v_{ij}(a, y, \tau) = f_2^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(0, y, \tau) = v_{ij}(x, 0, \tau) = v_{ij}(x, b, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (8)$$

3ro: $\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right)$ (9)

$$v_{ij}(x, 0, \tau) = g_1^*(x, \tau)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = v_{ij}(0, y, \tau) = v_{ij}(x, b, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (10)$$

$$4\text{to: } \frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right) \quad (11)$$

$$v_{ij}(x, b, \tau) = g_2^*(x, \tau) \quad (12)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = v_{ij}(x, 0, \tau) = v_{ij}(0, y, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0$$

Cualquiera de los problemas de contorno anteriores puede ser resuelto mediante una transformación que homogenice la condición no nula a través del método de separación de variables (Tijonov y Samarsky, 1980). Por ejemplo, el problema representado por la ecuación 5 con las condiciones expuestas en 6, mediante la transformación 13, queda escrito como se muestra en 15 y 16.

$$z(x, y, \tau) = v(x, y, \tau) - \phi(x, y, \tau) \quad (13)$$

Siendo:

$$\phi(x, y, \tau) = \begin{cases} f_1^*(y, \tau) & \text{para } x = 0, \text{ siendo } 0 < y < b, \text{ y } \tau > 0 \\ 0 & \text{para otros valores de } x, y, \tau \end{cases} \quad (14)$$

$$\frac{\partial z_{ij}}{\partial \tau} = \alpha \cdot \left(\frac{\partial^2 z_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z_{ij}}{\partial y^2} \right) + P(x, y, \tau) \quad (15)$$

$$z_{ij}(0, y, \tau) = z_{ij}(a, y, \tau) = z_{ij}(x, 0, \tau) = z_{ij}(x, b, \tau) = z_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (16)$$

La solución del problema 15 con las condiciones representadas en 16 es:

$$z(x, y, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{mn}(\tau) \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (17)$$

Donde $\alpha_{mn}(\tau)$ es la solución del Problema de Cauchy que a continuación se expone:

$$\frac{dT_{mn}}{d\tau} + \alpha \cdot W_{mn}^2 \cdot T_{mn}(\tau) - P_{mn}(\tau) = 0; \text{ con } T_{mn}(0) = 0 \quad (18)$$

Siendo:

$$P_{mn}(\tau) = \frac{4}{a \cdot b} \int_0^a \int_0^b P(x, y, \tau) \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy \quad (19)$$

$$W_{mn}^2(\tau) = \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] \quad (20)$$

Luego, se escribe la solución en términos de $T(x, y, \tau)$ aplicando las transformadas inversas a las transformadas 1 y 13, obteniéndose el modelo representado por la ecuación 21. Finalmente, los tres problemas restantes se resuelven de forma análoga con transformaciones semejantes.

$$T(x, y, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{mn}(\tau) \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + \phi(x, y, \tau) + T_0 \quad (21)$$

ANEXO 6

SOLUCIÓN ANALÍTICA DE LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DEL INTERCAMBIO DE HUMEDAD MEDIANTE EL MÉTODO DE SEPARACIÓN DE VARIABLES

Al resolver la ecuación 2.78 con las condiciones representadas en 2.79 suponiendo que la solución tiene la forma de una serie de Fourier, se plantea la expresión 1.

$$v(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (1)$$

Luego, se designa la función $R(y, \tau)$ a través de la expresión 2.

$$R(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} R_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (2)$$

Siendo:

$$R_n(\tau) = \frac{2}{l} \cdot \int_0^l R(y, \tau) \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy = \frac{2}{l} \cdot \int_0^l \left[f(y, \tau) - \frac{y}{l} \frac{dH_s}{d\tau} \right] \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy \quad (3)$$

Por tanto:

$$R(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2}{l} \int_0^l R(y, \tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy \right] \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (4)$$

Sustituyendo las expresiones 1 y 4 en la ecuación 2.78 se obtiene:

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} v_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \right]_{\tau} - k_u \cdot \left[\sum_{n=1}^{\infty} v_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \right]_{yy} = \left[\sum_{n=1}^{\infty} R_n(\tau) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \right] \quad (5)$$

Se deriva y agrupan los términos de la ecuación anterior y resulta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ v'_n(\tau) + k_u \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot v_n(\tau) - R_n(\tau) \right\} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) = 0 \quad (6)$$

Esta expresión es válida si para todo $n = 1, 2, \dots, \infty$ se cumple que:

$$v'_n(\tau) + k_u \cdot \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot v_n(\tau) = R_n(\tau) \quad (7)$$

Nótese que se trata de encontrar $v_n(\tau)$ como solución de la ecuación diferencial 7.

Recordando que:

$$v(y, 0) = \beta(y) = \Omega(y) - H_0 - \frac{y}{l} [H_0 - H_s(0)] = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(0) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (8)$$

Luego, se agrupa la expresión anterior y se aplica el concepto de la serie de Fourier, obteniéndose la expresión 9 para el cálculo de $v_n(0)$.

$$v_n(0) = \frac{2}{l} \cdot \int_0^l [\beta(y)] \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy \quad (9)$$

Si se considera que $\Omega(y)$ es una función variable respecto a l , entonces se obtiene que:

$$v_n(0) = \frac{2H_s(0) \cdot \cos(n\pi)}{n\pi} + \frac{2[H_0 - H_s(0)] \cdot \operatorname{sen}(n\pi)}{n^2\pi^2} + \frac{2\left[n\pi \int_0^l H_1(y) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy - H_0 \cdot l\right]}{n\pi \cdot l} \quad (10)$$

Al resolver la ecuación diferencial 7 con la condición expuesta en 10 se obtiene:

$$v_n(\tau) = e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \tau} \cdot \left[\cos(n\pi) \cdot \left(\frac{2 \cdot \int_0^{\tau} e^{k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \theta} R_n(\theta) \cdot d\theta - 2 \cdot [H_1 - H_s(0)]}{n\pi} + \frac{2H_s(0)}{n\pi} \right) + \frac{2[H_0 - H_s(0)] \cdot \operatorname{sen}(n\pi)}{n^2\pi^2} + \frac{2\left[n\pi \int_0^l H_1(y) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) dy - H_0 \cdot l\right]}{n\pi \cdot l} \right] \quad (11)$$

ANEXO 7

ECUACIONES PARA EL CASO PARTICULAR DESCRITO EN EL CAPÍTULO 2

$$v_n(0) = \frac{2(H_s(0) - H_1) \cdot \cos(n\pi)}{n\pi} + \frac{2(H_0 - H_s(0)) \cdot \text{sen}(n\pi)}{n^2\pi^2} - \frac{2(H_0 - H_1)}{n\pi} \quad (1)$$

$$v_n(\tau) = e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot \tau} \cdot \left[\cos(n\pi) \cdot \frac{\int_0^\tau e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \theta} R_n(\theta) \cdot d\theta - 2 \cdot [H_1 - H_s(0)]}{n\pi} + \frac{2[H_0 - H_s(0)] \cdot \text{sen}(n\pi)}{n^2\pi^2} - \frac{2(H_0 - H_1)}{n\pi} \right] \quad (2)$$

$$v(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot \tau} \cdot \left[\cos(n\pi) \cdot \frac{\int_0^\tau e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \theta} R_n(\theta) \cdot d\theta - 2 \cdot [H_1 - H(0)]}{n\pi} + \frac{2[H_0 - H(0)] \cdot \text{sen}(n\pi)}{n^2\pi^2} - \frac{2(H_0 - H_1)}{n\pi} \right] \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) \quad (3)$$

$$H(y, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \cdot \tau} \cdot \left[\cos(n\pi) \cdot \frac{\int_0^\tau e^{-k_u \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \theta} R_n(\theta) \cdot d\theta - 2 \cdot [H_1 - H(0)]}{n\pi} + \frac{2[H_0 - H(0)] \cdot \text{sen}(n\pi)}{n^2\pi^2} - \frac{2(H_0 - H_1)}{n\pi} \right] \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} y\right) + H_0 + \frac{y}{l} [H_s(\tau) - H_0] \quad (4)$$

ANEXO 8

MODELACIÓN BIDIMENSIONAL DE LA DISTRIBUCIÓN DE HUMEDAD

Para resolver el problema definido por la ecuación 2.83 y las condiciones iniciales y de frontera representadas en 2.85 se realiza el cambio de variable como se muestra en la ecuación 1.

$$v(x, y, \tau) = H(x, y, \tau) - H_0 \quad (1)$$

Realizando las correspondientes transformaciones el problema se convierte en:

$$\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} - k_u \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right) = q(x, y, \tau) \quad (2)$$

$$v_{ij}(0, y, \tau) = f_1^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = f_2^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(x, 0, \tau) = g_1^*(x, \tau) \quad (3)$$

$$v_{ij}(x, b, \tau) = g_2^*(x, \tau)$$

$$v_{ij}(x, y, 0) = 0$$

Donde, por ejemplo: $f_1^*(y, \tau) = f(y, \tau) - H_0$ (4)

La solución del problema anterior, según Tijonov y Samarsky (1980), puede ser obtenida como la suma de las soluciones de los cuatro problemas de contorno siguientes:

1ro: $\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} - k_u \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right) = q(x, y, \tau)$ (5)

$$v_{ij}(0, y, \tau) = f_1^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = v_{ij}(x, 0, \tau) = v_{ij}(x, b, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (6)$$

2do: $\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} - k_u \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right) = q(x, y, \tau)$ (7)

$$v_{ij}(a, y, \tau) = f_2^*(y, \tau)$$

$$v_{ij}(0, y, \tau) = v_{ij}(x, 0, \tau) = v_{ij}(x, b, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (8)$$

3ro: $\frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} - k_u \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right) = q(x, y, \tau)$ (9)

$$v_{ij}(x, 0, \tau) = g_1^*(x, \tau)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = v_{ij}(0, y, \tau) = v_{ij}(x, b, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (10)$$

$$4\text{to: } \frac{\partial v_{ij}}{\partial \tau} - k_u \cdot \left(\frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ij}}{\partial y^2} \right) = q(x, y, \tau) \quad (11)$$

$$v_{ij}(x, b, \tau) = g_2^*(x, \tau) \quad (12)$$

$$v_{ij}(a, y, \tau) = v_{ij}(x, 0, \tau) = v_{ij}(0, y, \tau) = v_{ij}(x, y, 0) = 0$$

Cualquiera de los problemas anteriores puede ser resuelto mediante una transformación que homogenice la condición no nula a través del método de separación de variables (Tijonov y Samarsky, 1980). Por ejemplo, el problema representado por la ecuación 5 con las condiciones expuestas en 6, mediante la transformación 13, queda escrito como se muestra en 15 y 16.

$$z(x, y, \tau) = v(x, y, \tau) - \phi(x, y, \tau) \quad (13)$$

Siendo:

$$\phi(x, y, \tau) = \begin{cases} f_1^*(y, \tau) & \text{para } x = 0, \text{ siendo } 0 < y < b, y \tau > 0 \\ 0 & \text{para otros valores de } x, y, \tau \end{cases} \quad (14)$$

$$\frac{\partial z_{ij}}{\partial \tau} - k_u \cdot \left(\frac{\partial^2 z_{ij}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z_{ij}}{\partial y^2} \right) = q(x, y, \tau) + P(x, y, \tau) = R(x, y, \tau) \quad (15)$$

$$z_{ij}(0, y, \tau) = z_{ij}(a, y, \tau) = z_{ij}(x, 0, \tau) = z_{ij}(x, b, \tau) = z_{ij}(x, y, 0) = 0 \quad (16)$$

La solución del problema 15 con las condiciones representadas en 16 es:

$$z(x, y, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{mn}(\tau) \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \quad (17)$$

Donde $\alpha_{mn}(\tau)$ es la solución del Problema de Cauchy que a continuación se expone:

$$\frac{dH_{mn}}{d\tau} + \alpha \cdot W_{mn}^2 \cdot H_{mn}(\tau) - R_{mn}(\tau) = 0; \text{ con } H_{mn}(0) = 0 \quad (18)$$

Siendo:

$$R_{mn}(\tau) = \frac{4}{a \cdot b} \int_0^a \int_0^b R(x, y, \tau) \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) dx dy \quad (19)$$

$$W_{mn}^2(\tau) = \left[\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] \quad (20)$$

Luego, se escribe la solución en términos de $H(x, y, \tau)$ aplicando las transformadas inversas a las transformadas 1 y 13, obteniéndose el modelo representado por la ecuación 21. Finalmente, los tres problemas restantes se resuelven de forma análoga con transformaciones semejantes:

$$H(x, y, \tau) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_{mn}(\tau) \cdot \text{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) + \phi(x, y, \tau) + H_0 \quad (21)$$

ANEXO 9

MODELOS PARA EL ÁREA DE EXPOSICIÓN Y EL VOLUMEN DE LAS PILAS QUE TIENEN DIFERENTES GEOMETRÍA DE SU SECCIÓN TRANSVERSAL

Pilas de menas lateríticas con geometría de su sección transversal parabólica

Las ecuaciones 1 y 2 constituyen los modelos para el cálculo del área de exposición y el volumen (A y V) de una pila con sección transversal parabólica (Figura 1).

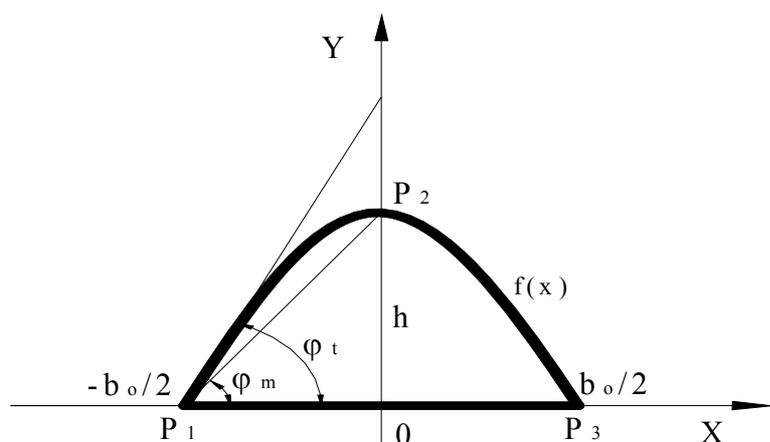


Figura 1. Vista frontal de una pila de sección transversal parabólica.

$$A = 2 \cdot \int_0^{b_o/2} [L_{SL} + \pi \cdot x] \cdot \sqrt{1 + \left[-\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} \cdot \frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_o}{2}\right)^{\left[\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} - 1\right]}} x^{\left[\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} - 1\right]} \right]^2} dx \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} b_o^2 \cdot \left[\frac{\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)}}{\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} + 1} \right] \tan(\varphi_m) \cdot L_{SL} + 2\pi \int_0^{b_o/2} x \left[-\frac{\tan(\varphi_m)}{\left(\frac{b_o}{2}\right)^{\left[\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} - 1\right]}} x^{\left[\frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)}\right]} + \frac{b_o}{2} \tan(\varphi_m) \right] dx \quad (2)$$

Siendo:

$$k_f = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{n}{n+1} \right] \cdot \tan(\varphi_m) \quad \text{y} \quad n = \frac{\tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m)} \quad (2a)$$

Donde:

φ_m : ángulo maximal de la pila; grados sexagesimales.

φ_t : ángulo tangencial de la pila; grados sexagesimales.

Los valores de φ_m y φ_t , cuando se trata de los ángulos de reposo, se determinan en función de la granulometría y la humedad del material, usando las ecuaciones empíricas 3 y 4 propuestas por Sierra (2010). Estas ecuaciones permiten obtener buenas predicciones de φ_m y φ_t porque para un nivel de confianza del 95 % sus coeficientes de correlación son iguales a 0,973 y 0,965.

$$\varphi_m = 30,58 - 0,4592 \cdot G_p - 0,00496 \cdot G_p \cdot H_p + 0,00651 \cdot G_p^2 + 0,01109 \cdot H_p^2 \quad (3)$$

$$\varphi_t = 33,25 - 0,505 \cdot G_p - 0,0025 \cdot G_p \cdot H_p + 0,0062 \cdot G_p^2 + 0,008 \cdot H_p^2 \quad (4)$$

Para utilizar las ecuaciones 3 y 4 debe verificarse que:

$$5 \text{ mm} \leq G_p \leq 78 \text{ mm} \quad \text{y} \quad 26\% \leq H_p \leq 42\% \quad (5)$$

Donde:

G_p : granulometría promedio de las menas lateríticas; mm.

H_p : humedad promedio de las menas lateríticas; %.

Pilas de menas lateríticas con geometría de su sección transversal hiperbólica

Las ecuaciones 6 y 7 constituyen los modelos para el cálculo del área de exposición y el volumen de una pila con sección transversal hiperbólica (Figura 2a).

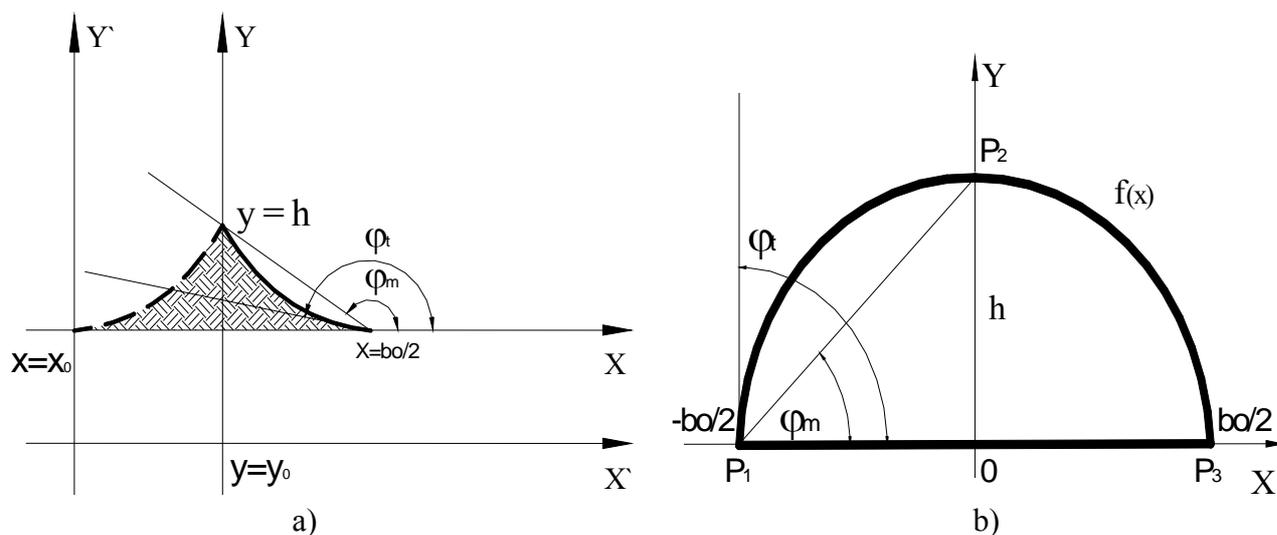


Figura 2. Vista frontal de una pila de sección transversal hiperbólica [a]) y semi-elíptica [b)].

$$A = 2 \cdot \int_0^{b_o/2} [L_{SL} + \pi \cdot x] \cdot \sqrt{1 + \frac{\left[\frac{\frac{b_o}{2} \cdot \tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right]^2 \cdot \tan(\varphi_t)}{\left(x + \frac{\frac{b_o}{2} \cdot \tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right)^2}} dx \quad (6)$$

$$V = b_o^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\tan^2(\varphi_m) \cdot \tan(\varphi_t)}{[\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)]^2} \cdot \ln \left[\frac{\tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_t)} \right] - \frac{\tan(\varphi_m) \cdot \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right\} \cdot L_{SL} +$$

$$+ 2\pi \cdot \int_0^{b_o/2} x \cdot \left[\frac{\left[\frac{\frac{b_o}{2} \cdot \tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right]^2 \cdot \tan(\varphi_t)}{\left(x + \frac{\frac{b_o}{2} \cdot \tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right)^2} - \frac{\frac{b_o}{2} \cdot \tan(\varphi_m) \cdot \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right] dx \quad (7)$$

Siendo:

$$k_f = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{\tan^2(\varphi_m) \cdot \tan(\varphi_t)}{[\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)]^2} \cdot \ln \left[\frac{\tan(\varphi_m)}{\tan(\varphi_t)} \right] - \frac{\tan(\varphi_m) \cdot \tan(\varphi_t)}{\tan(\varphi_m) - \tan(\varphi_t)} \right\} \quad (7a)$$

Pilas de menas lateríticas con geometría de su sección transversal semi-elíptica

Las ecuaciones 8 y 9 constituyen los modelos para el cálculo del área de exposición y el volumen de una pila con sección transversal semi-elíptica (Figura 2b).

$$A = 2 \cdot \int_0^{b_o/2} [L_{SL} + \pi \cdot x] \cdot \sqrt{1 + \frac{-x \cdot \tan(\varphi_m)}{\sqrt{\left(\frac{b_o}{2}\right)^2 - x^2}}} dx \quad (8)$$

$$V = b_o^2 \cdot \frac{\pi}{8} \cdot \tan(\varphi_m) \cdot L_{SL} + 2\pi \cdot \int_0^{b_o/2} x \cdot \left\{ \left[\left(\frac{b_o}{2}\right)^2 - x^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \tan(\varphi_m) \right\} dx \quad (9)$$

Siendo:

$$k_f = \frac{\pi}{8} \cdot \tan(\varphi_m) \quad (9a)$$

ANEXO 10

DESCRIPCIÓN DE LA APLICACIÓN INFORMÁTICA CREADA EN EL TRABAJO

Primera ventana: “Áreas y volúmenes de pilas”

En esta ventana se programaron las ecuaciones empíricas 3 y 4 del Anexo 9 y con ellas se calculan los ángulos maximal y tangencial del material. También, se programaron los modelos y procedimientos que permiten calcular las áreas y los volúmenes de las pilas de menas lateríticas expuestas a secado natural con diferentes geometrías de su sección transversal (ver Epígrafe 2.7 y el Anexo 9). Para ello solo es necesario conocer la granulometría y humedad del material, así como las dimensiones (largo y ancho) de la superficie horizontal disponible para el secado natural. Estos datos son conocidos por el personal que implementa el proceso en las empresas niquelíferas.

Como se aprecia en la Figura 1 la aplicación informática permite calcular el valor puntual de la altura de la pila, el área de la sección transversal, la longitud de la superficie lateral, el área de la superficie y el volumen. Nótese que se caracteriza la forma geométrica de la sección transversal de la pila y se realiza el gráfico lateral, además se calculan, con la opción “Llenar Tablas”, todos los valores del área de exposición y el volumen de la pila cuando los ángulos maximal y tangencial varían entre 0 y 90 grados. Luego ejecutando la opción GT (Guardar Tablas) se guardan los parámetros de interés calculados. El diagrama general utilizado se muestra en la Figura 3.

Segunda ventana: “Diseño de pilas según radiación solar recibida”

En la misma se programó el procedimiento para la determinación de la radiación solar global que incide sobre la superficie de secado (ver Epígrafe 2.2.1.1) y mediante la aplicación informática se realiza el cálculo cuando el ángulo de inclinación de la superficie de secado oscila entre -90 y 90 grados, y el tiempo de secado varía entre las seis y las 18 horas (ver Figuras 2 y 4). Luego, mediante la implementación de técnicas de discretización, se calcula la radiación total y la densidad de radiación solar que llega a la superficie de secado. Los valores obtenidos en estos cálculos constituyen la base para la optimización de la forma geométrica de la sección transversal de la pila, atendiendo a estos dos criterios. Aquí se considera la restricción impuesta al volumen.

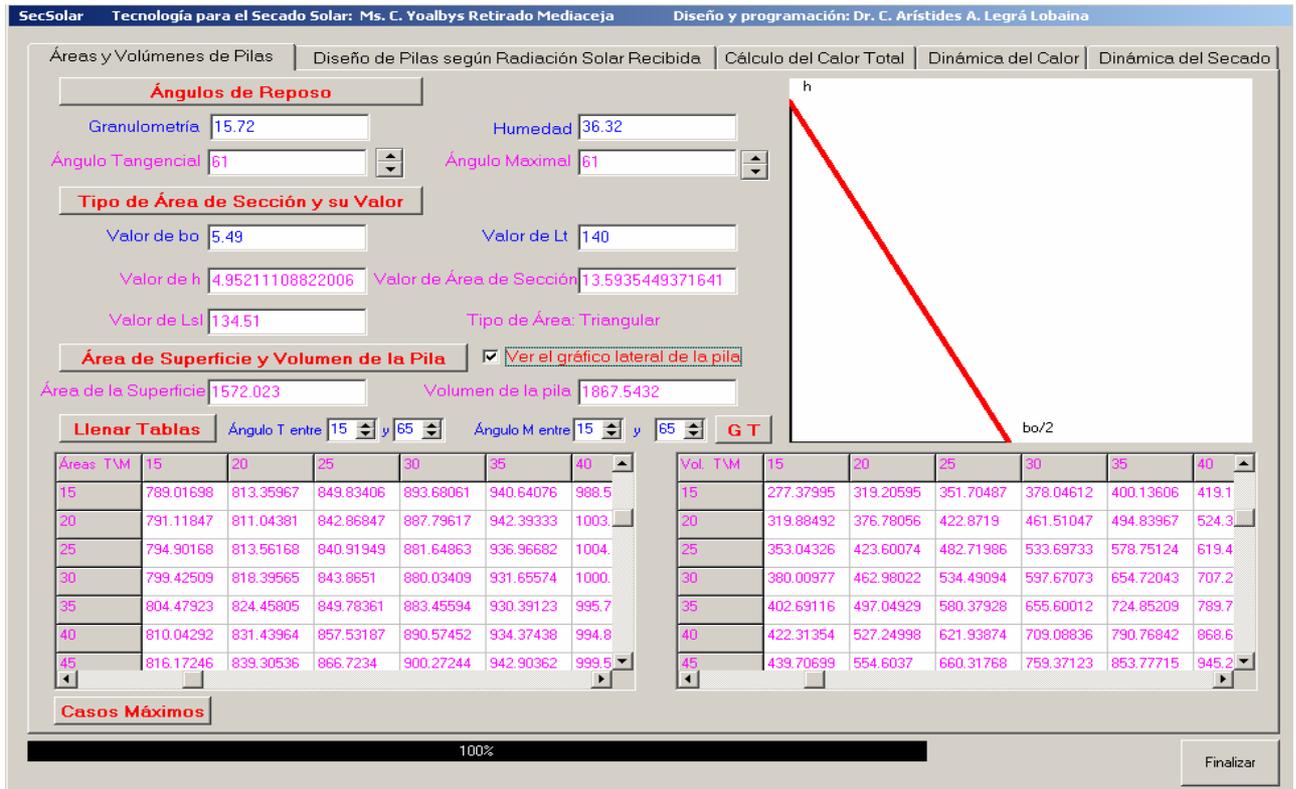


Figura 1. Ventana creada para calcular el área de exposición y el volumen de las pilas de minerales.

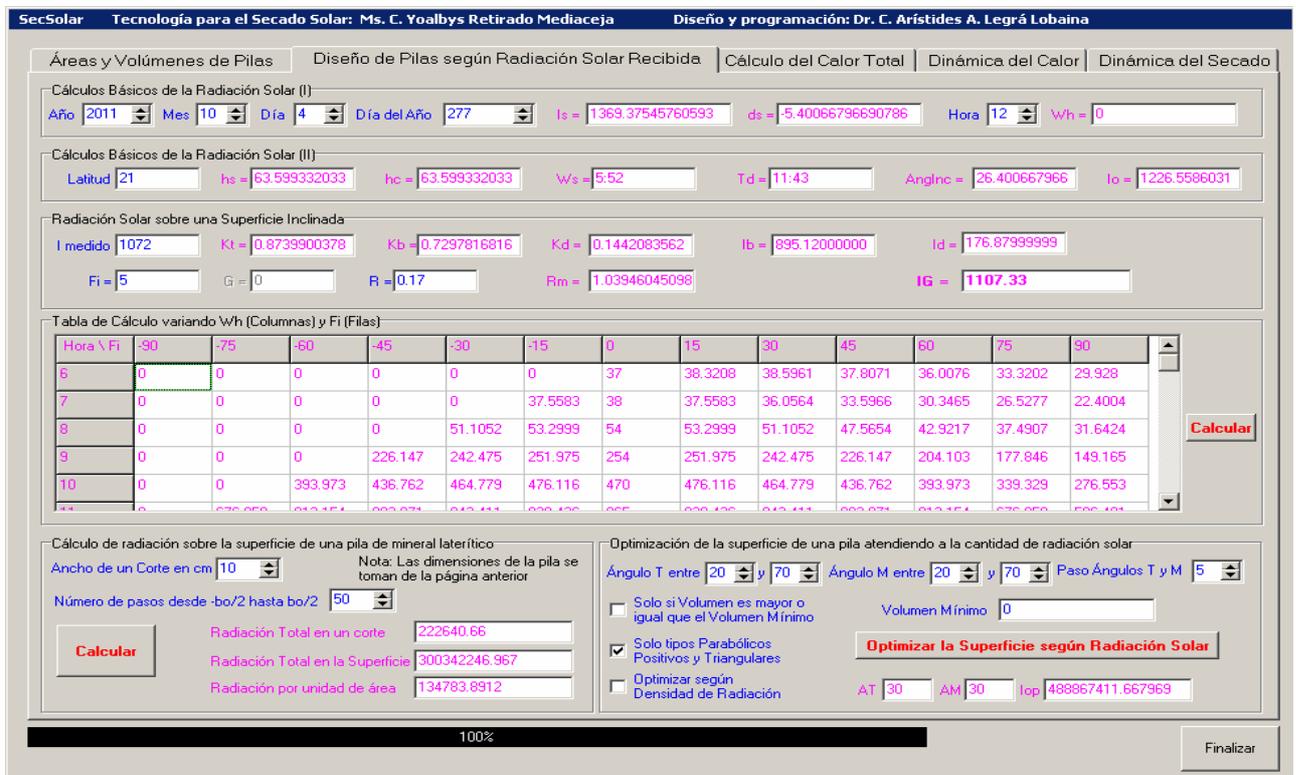


Figura 2. Ventana creada para calcular la radiación solar global que recibe la superficie de secado de las pilas de minerales durante la implementación del proceso de secado natural.

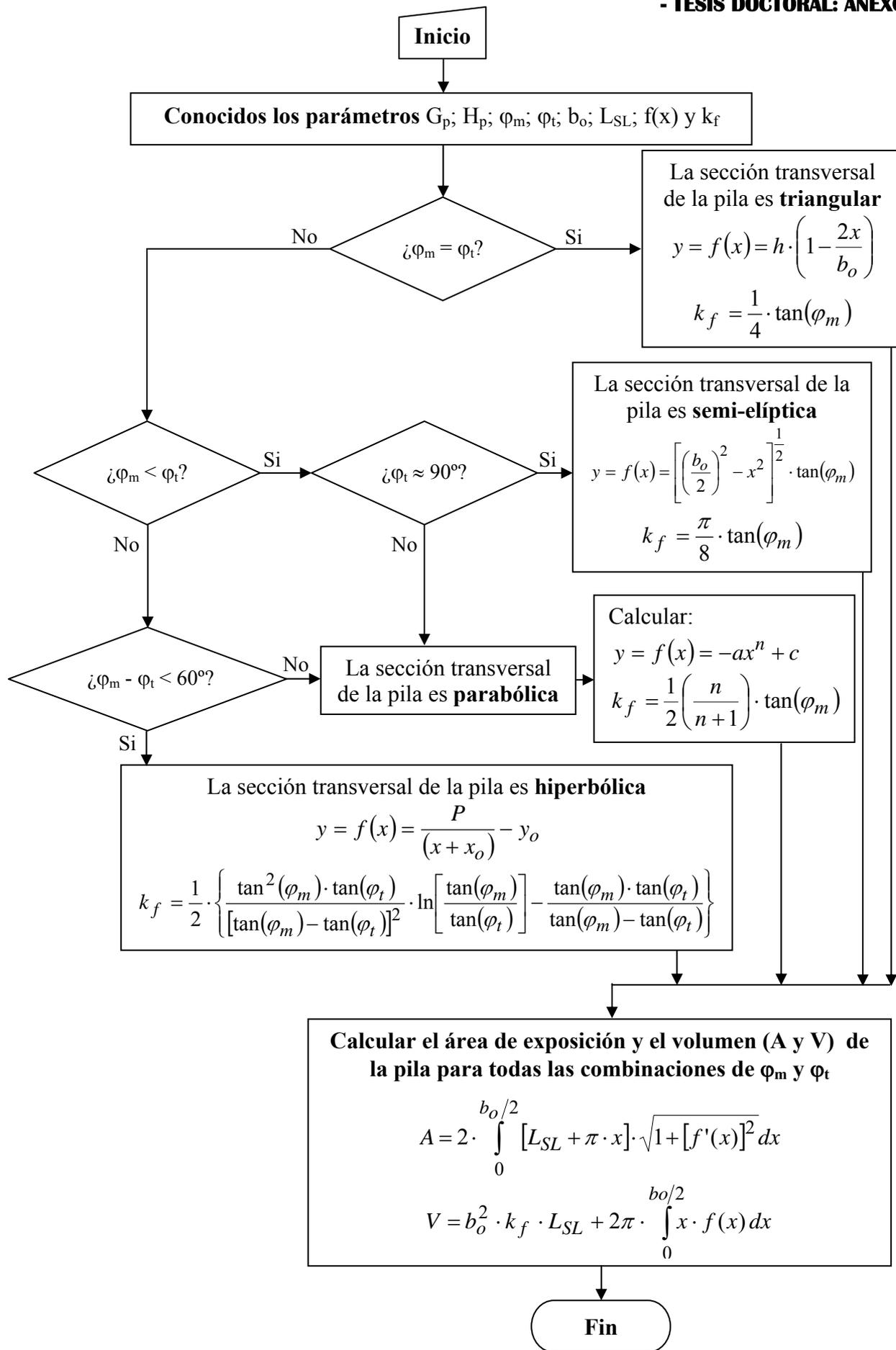


Figura 3. Diagrama general utilizado por la primera ventana de la aplicación informática.

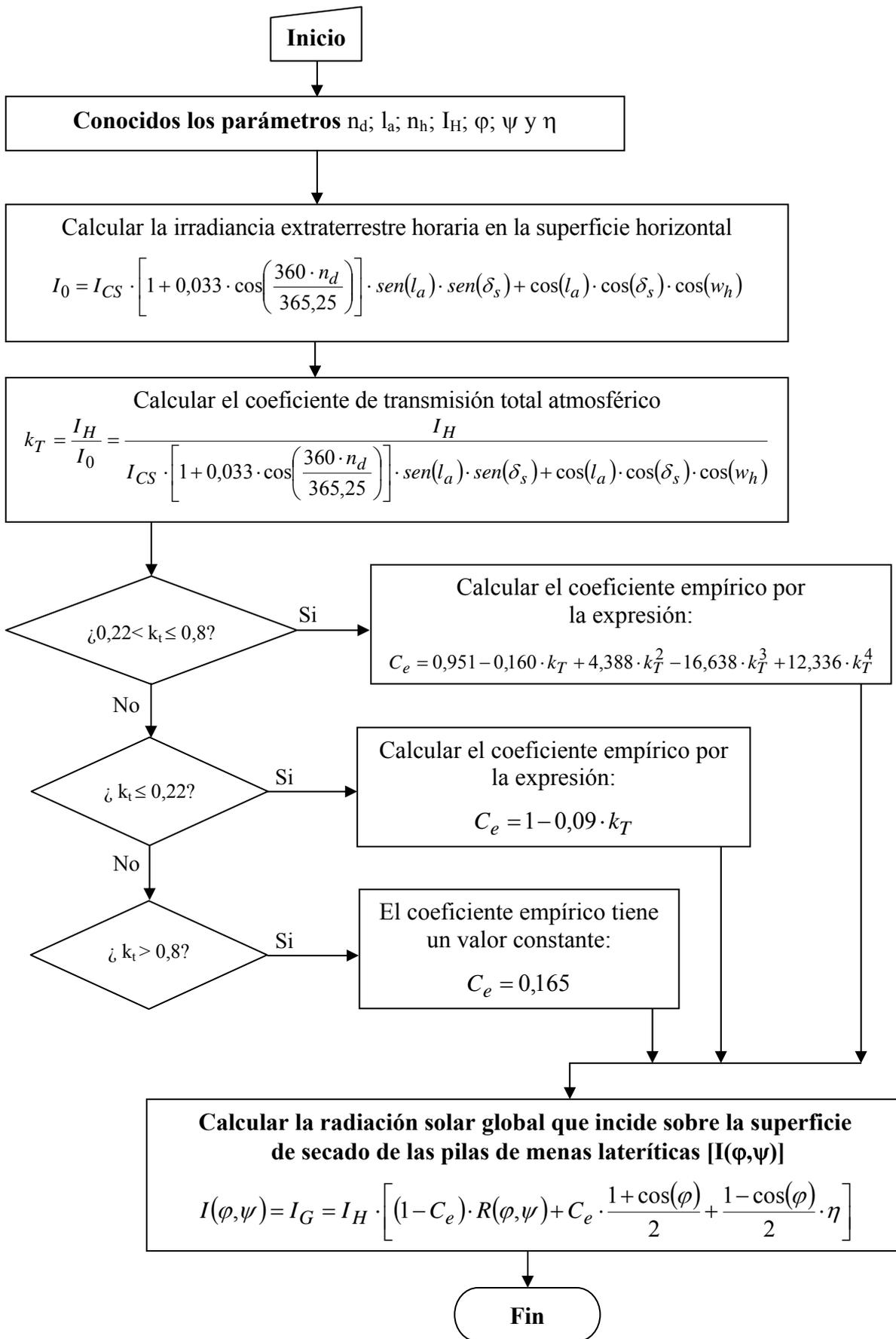


Figura 4. Diagrama general utilizado por la segunda ventana de la aplicación informática.

Tercera ventana: “Cálculo del calor total”

Para determinar el calor total que llega a la superficie de secado de la pila se programaron los modelos y los procedimientos que permiten el cálculo de los flujos de calor transferidos por radiación y convección (ver Epígrafes 2.2.1 y 2.2.2). Estos flujos de calor se determinaron para una hora específica y para las 12 horas de sol, comprendidas entre las seis y las 18 horas, con los resultados obtenidos se optimiza la forma geométrica de la sección transversal de la pila considerando el calor total recibido, el cual se determina como la suma o la diferencia, según corresponda, entre los flujos de calor transferidos por radiación y convección. Adicionalmente, se considera la restricción establecida para el valor del volumen mínimo de la pila (ver Figuras 5 y 6).

Figura 5. Ventana creada para calcular el calor total que recibe la superficie de secado de las pilas de minerales durante la implementación del proceso de secado natural.

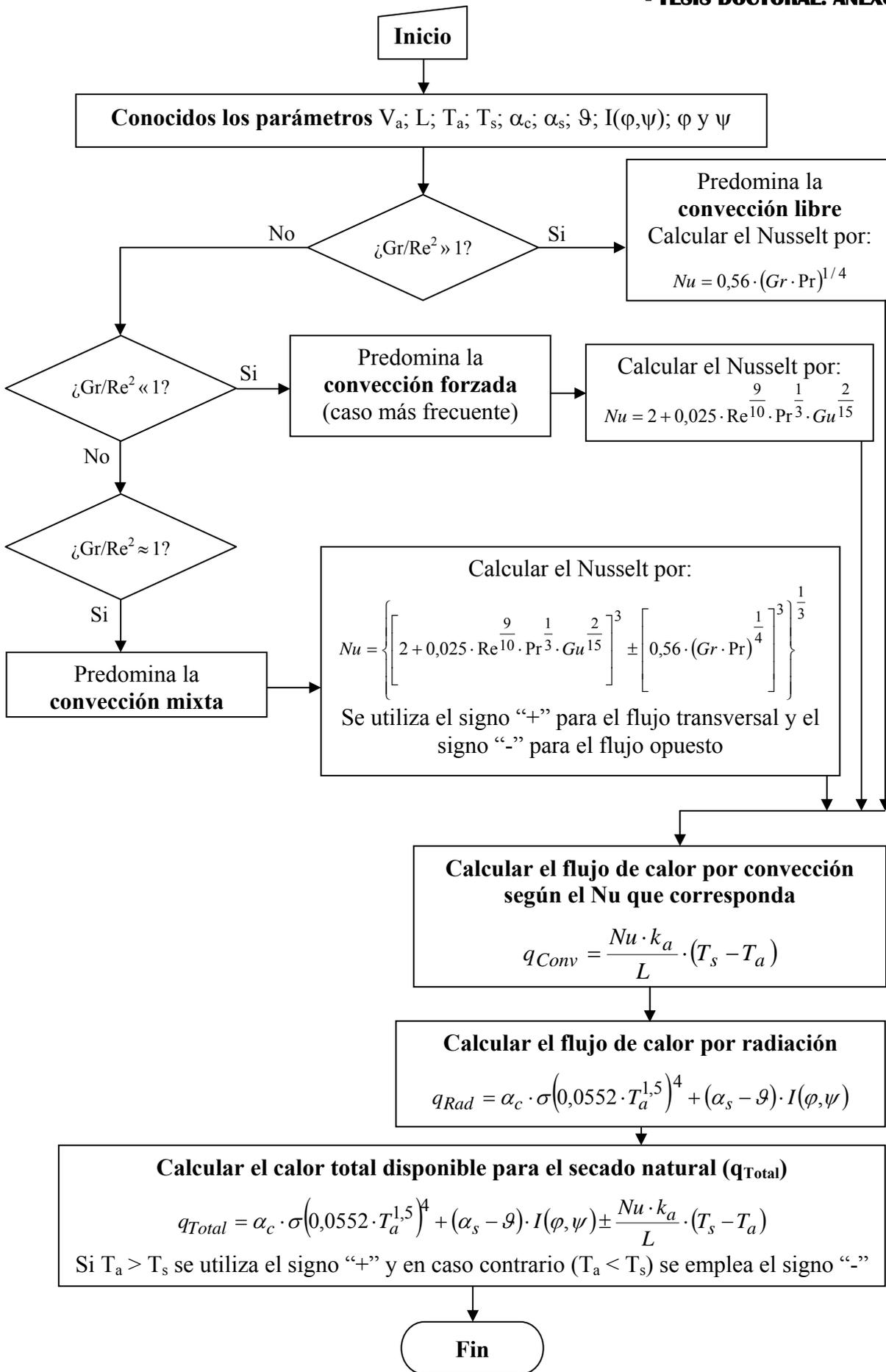


Figura 6. Diagrama general utilizado por la tercera ventana de la aplicación informática.

Cuarta ventana: “Dinámica del calor”

En esta sección se programaron los modelos establecidos para el cálculo del flujo de calor por conducción (Q_{Cond}), la temperatura del material en la superficie de la pila de minerales en cualquier instante de tiempo τ [$T_s(\tau)$] y la distribución de temperatura del material [$T(y,\tau)$], los cuales se exponen en los Epígrafes 2.2.3 y 2.2.3.1, respectivamente. Luego, se calculan los referidos parámetros y se simula la distribución de temperatura que experimenta la pila de minerales durante el proceso de secado natural (ver Figuras 7 y 8), para ello se emplean los resultados obtenidos en las ventanas anteriores (Figuras 1; 2 y 5). Por su parte, los resultados obtenidos en esta ventana son necesarios para el cálculo y la simulación de la distribución de humedad del material.

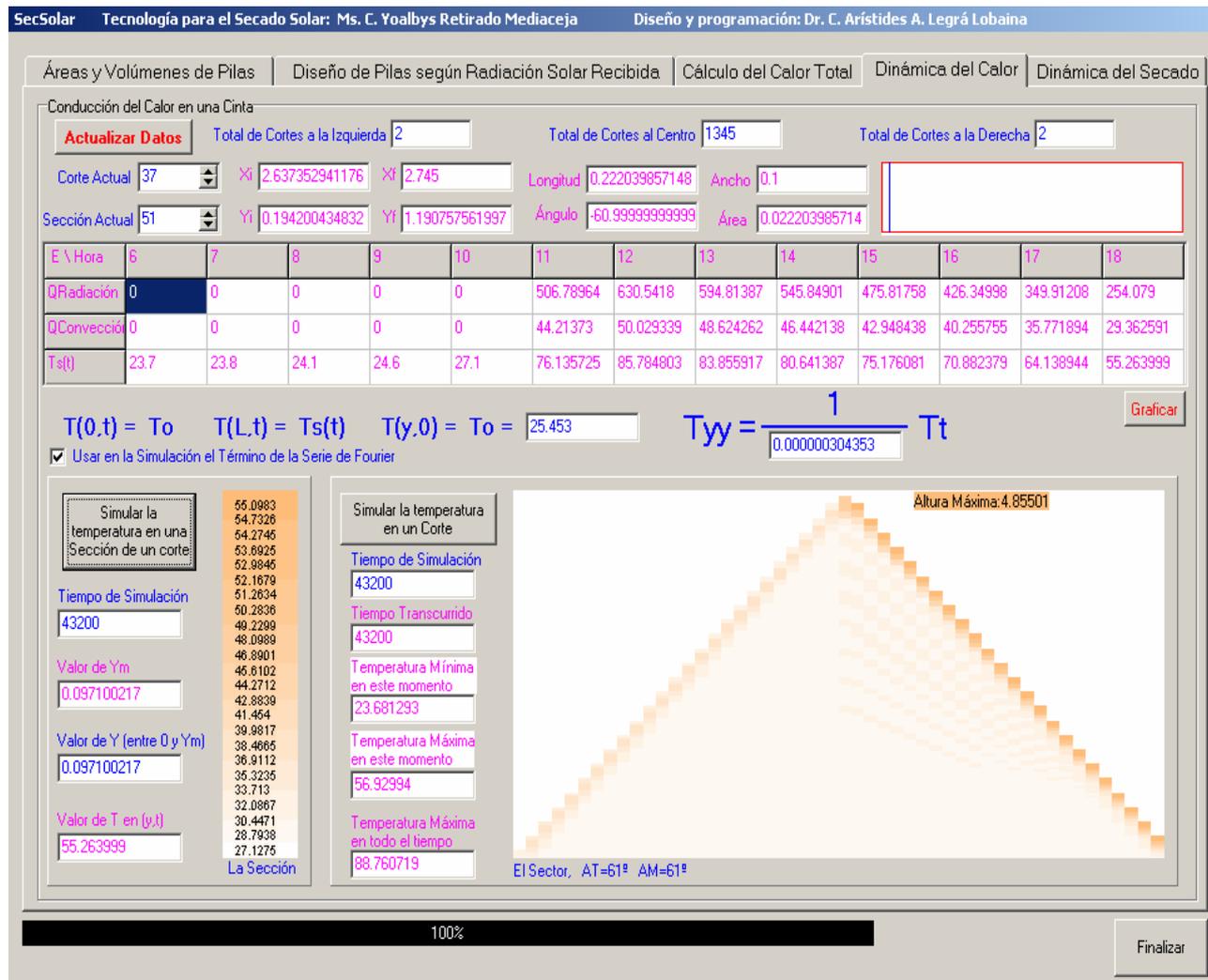


Figura 7. Ventana creada para calcular la temperatura en la superficie de la pila y para simular la distribución de temperatura que experimenta el material durante el secado natural.

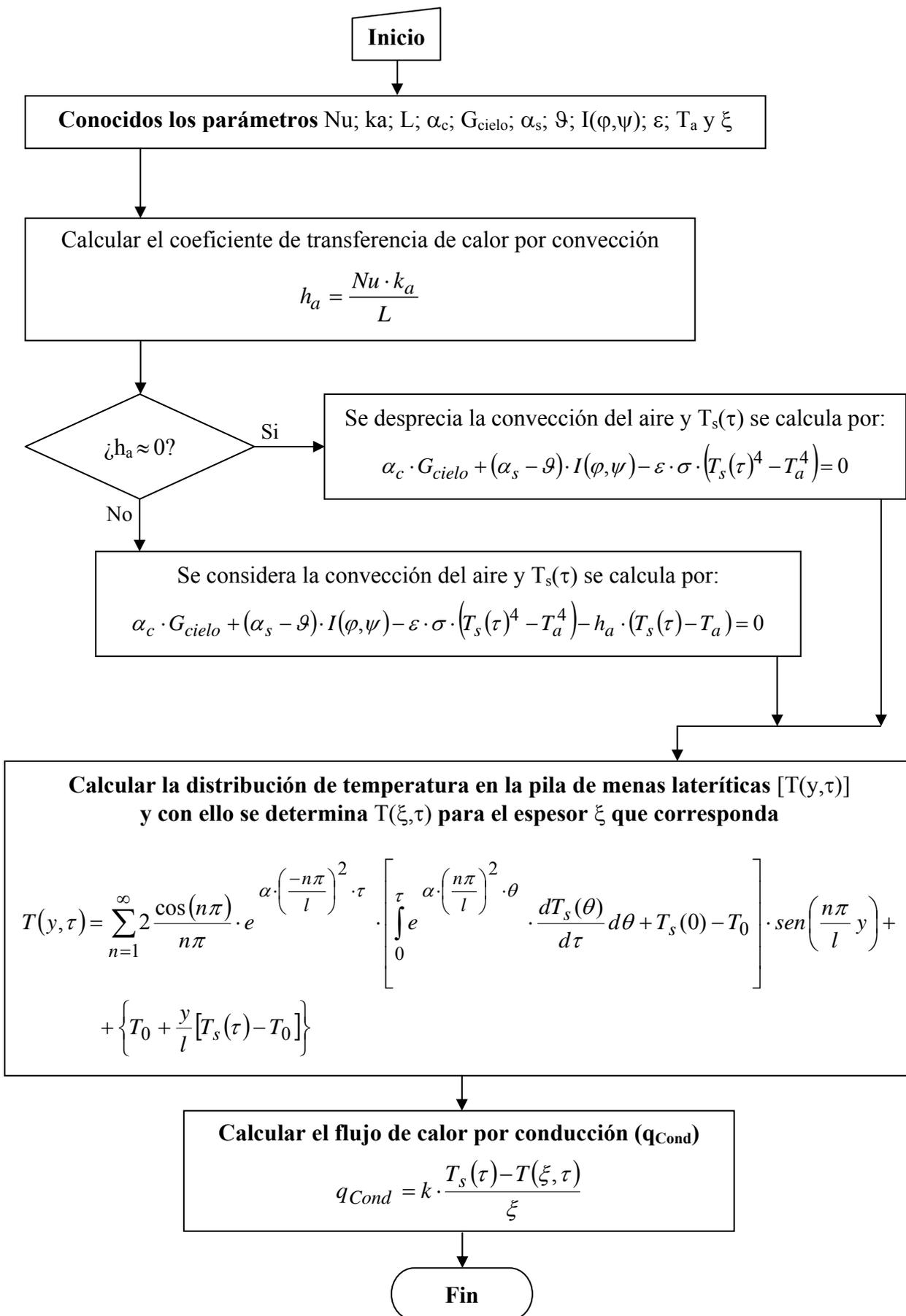


Figura 8. Diagrama general utilizado por la cuarta ventana de la aplicación informática.

Quinta ventana: “Dinámica del secado”

En esta ventana se programaron los procedimientos de cálculo y los modelos de la distribución de humedad del material $[H(y,\tau)]$, la velocidad de secado $[-dH/d\tau_1]$ y $[-dH/d\tau_2]$ y la humedad en la superficie de la pila en cualquier instante de tiempo τ $[H_s(\tau)]$ en ambos periodos de secado, (ver Epígrafes 2.4.1; 2.6 y el Anexo 7). Lo anterior permitió determinar la distribución de humedad que experimenta el material durante el secado natural (ver Figuras 9 y 10) y la humedad promedio del mismo, además se determina el volumen de material que reduce su contenido de humedad en un valor predeterminado para la simulación (en la Figura 9 se asume el 2 %). Finalmente, se optimiza la forma geométrica de la sección transversal de las pilas de minerales atendiendo a dos criterios: el porcentaje del volumen de mineral secado y el volumen de mineral secado.

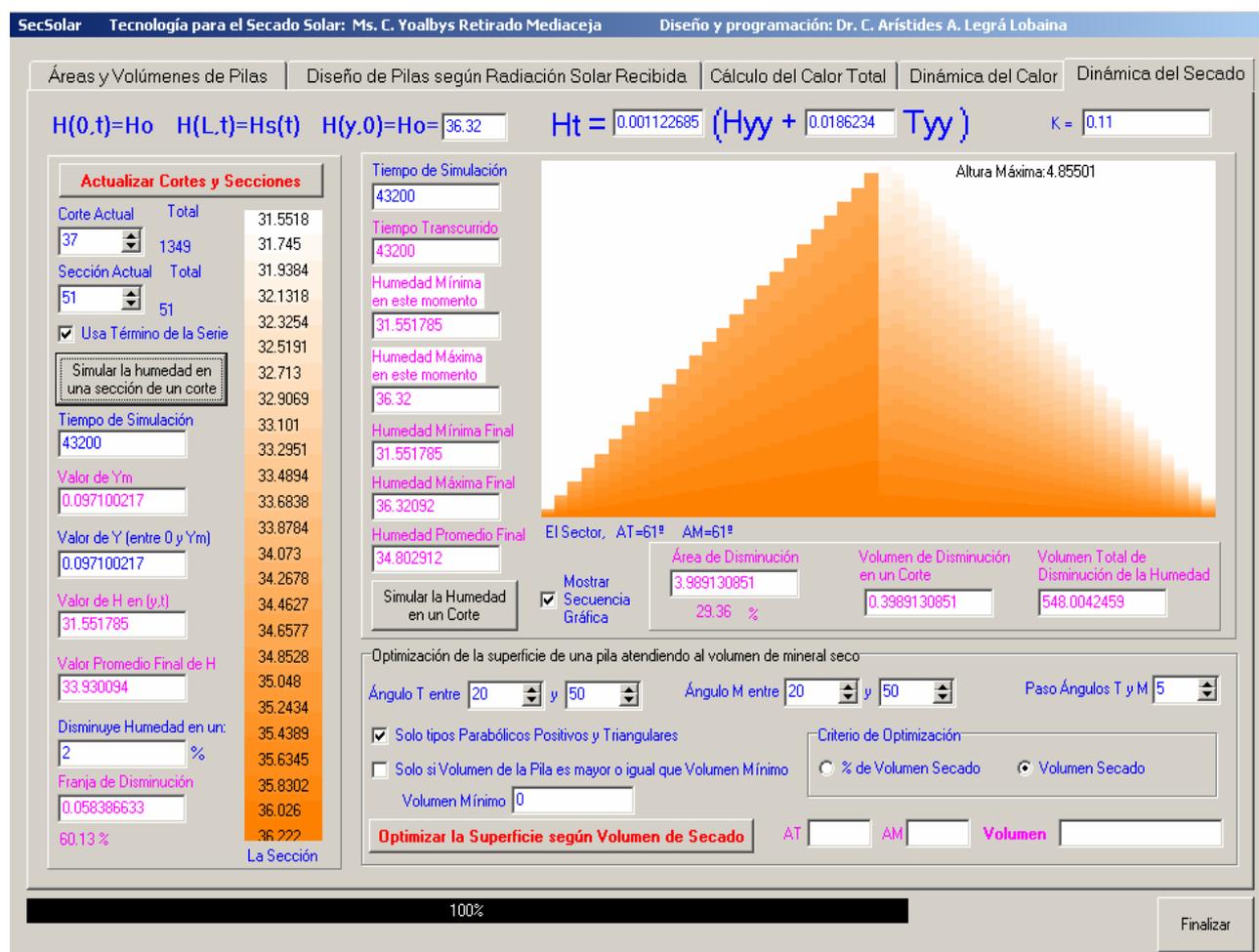


Figura 9. Ventana creada para calcular y simular la distribución de humedad que experimenta la pila de minerales durante la implementación del proceso de secado natural.

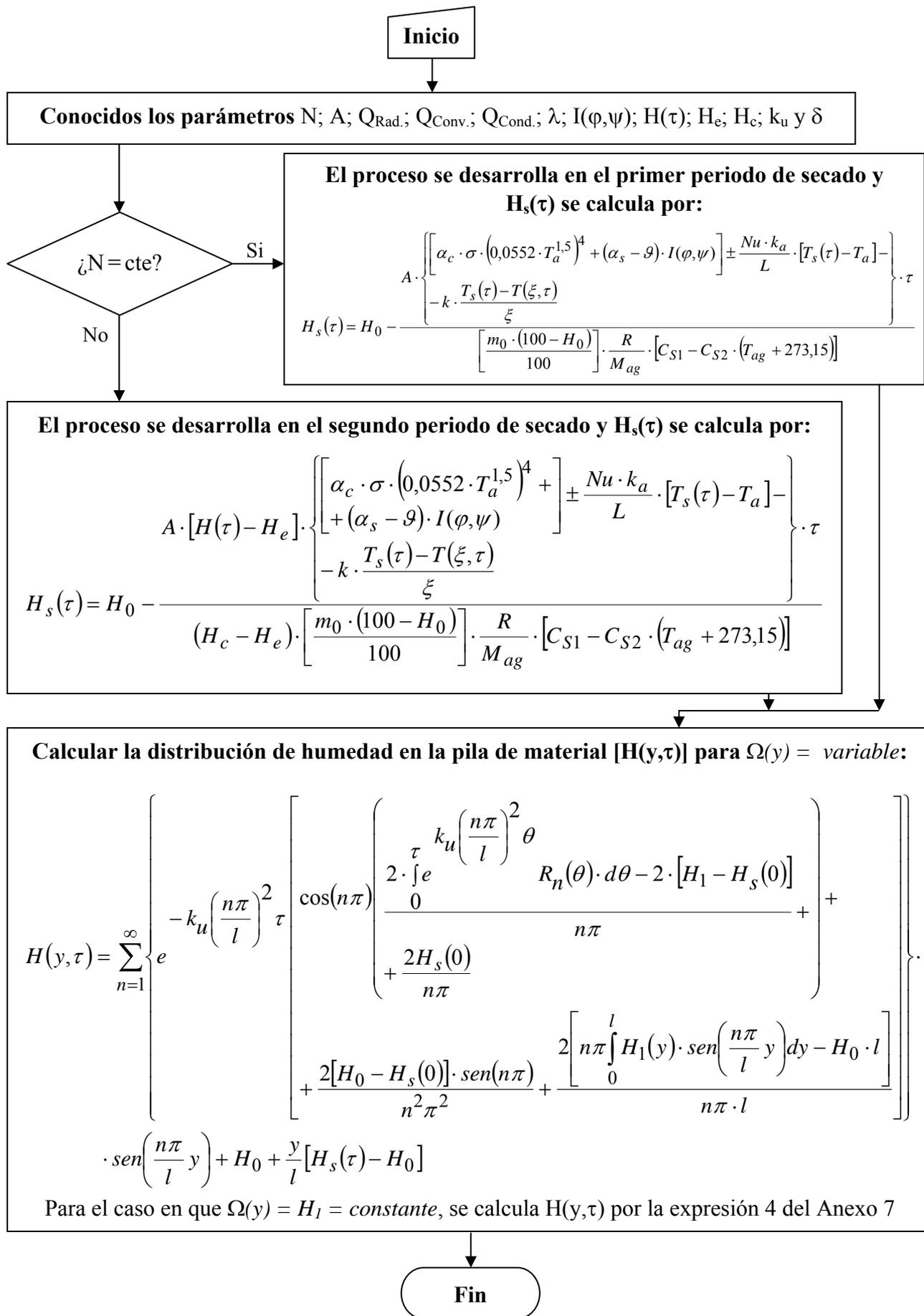


Figura 10. Diagrama general utilizado por la quinta ventana de la aplicación informática.

ANEXO 11

VALIDACIÓN DE LOS MODELOS DE INTERÉS PARA LA INVESTIGACIÓN

Tabla 1. Resultados experimentales y teóricos obtenidos para la humedad en las pilas 1, 2 y 3.

Características de la primera pila de menas lateríticas									
Masa = 500 t; L _{SL} = 140 m; b _o = 3,2 m; φ _m = 61°; Geometría de la sección transversal: triangular									
Días (No.)	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)	Días (No.)	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)
1	34,05	27,81	29,61	6,48	8	38,04	31,06	34,06	9,66
2	32,07	29,46	27,40	6,99	9	31,42	26,21	26,66	1,72
3	31,48	27,02	26,74	1,04	10	36,93	30,62	32,82	7,18
4	34,81	30,29	30,46	0,56	11	31,36	25,15	26,60	5,77
5	31,72	27,90	27,00	3,23	12	27,73	22,61	22,55	0,27
6	35,13	30,81	30,81	0,00	13	25,63	19,61	20,20	3,01
7	32,45	30,68	27,82	9,32	14	35,31	29,51	31,02	5,12
Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos de la humedad → E_p = 4,31 %									
Características de la segunda pila de menas lateríticas									
Masa = 500 t; L _{SL} = 140 m; b _o = 3,2 m; φ _m = 61°; Geometría de la sección transversal: triangular									
Días (No.)	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)	Días (No.)	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)
1	31,88	30,66	27,18	11,35	8	30,62	27,72	25,77	7,03
2	29,99	29,05	25,06	13,73	9	28,09	24,24	22,94	5,36
3	35,30	27,43	31,01	13,05	10	37,39	31,54	33,34	5,71
4	29,63	27,61	24,66	10,68	11	27,83	24,74	22,65	8,45
5	31,16	26,40	26,37	0,11	12	36,73	33,01	32,60	1,24
6	31,11	30,39	26,32	13,39	13	23,89	18,21	18,29	0,44
7	31,73	25,04	27,01	7,870	14	33,61	26,77	29,11	8,74
Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos de la humedad → E_p = 7,65 %									
Valores de los factores del diseño de experimento para las pilas 1 y 2									
X _O = +0,8 m; X _E = -0,8 m; Z ₁ = 35 m; Z ₂ = 70 m; Z ₃ = 105 m; Y _s = 1,443 m; τ ₀ = 0 h y τ _F = 12 h									
Características de la tercera pila de menas lateríticas									
Masa = 700 t; L _{SL} = 140 m; b _o = 5,49 m; φ _m = 61°; Geometría de la sección transversal: triangular									
Días (No.)	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)	Días (No.)	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P)Exp.} (%)	H _{F(P)Teo.} (%)	E (%)
1	36,32	30,61	33,88	10,68	8	33,05	27,50	30,36	10,40
2	36,61	33,89	34,19	0,89	9	33,96	27,42	31,34	14,30
3	35,50	32,11	33,01	2,80	10	34,94	30,85	32,40	5,02
4	42,77	36,56	40,77	11,52	11	32,22	27,75	29,47	6,20
5	39,80	34,68	37,61	8,45	12	22,74	18,38	19,18	4,35
6	34,23	30,54	31,63	3,57	13	29,02	22,67	26,01	14,73
7	36,99	33,93	34,60	1,97	14	25,07	19,13	21,71	13,49
Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos de la humedad → E_p = 7,74 %									
Valores de los factores del diseño de experimento para la pila 3									
X _O = +1,3725 m; X _E = -1,3725 m; Z ₁ = 35 m; Z ₂ = 70 m; Z ₃ = 105 m; Y _s = 2,476 m; τ ₀ = 0 h y τ _F = 12 h									

Tabla 2. Distribución de los errores relativos puntuales expuestos en la tabla anterior.

	Intervalo de oscilación	PRE (%)		Intervalo de oscilación	PRE (%)		Intervalo de oscilación	PRE (%)
Pila 1 →	(0 ≤ E ≤ 5)	50	Pila 2 →	(0 ≤ E ≤ 5)	21,43	Pila 3 →	(0 ≤ E ≤ 5)	35,71
	(5 < E ≤ 10)	50		(5 < E ≤ 10)	42,86		(5 < E ≤ 10)	21,43
	(10 < E ≤ 15)	0		(10 < E ≤ 15)	35,71		(10 < E ≤ 15)	42,86
Distribución de los errores relativos puntuales para las tres pilas juntas								
(0 ≤ E ≤ 5) → PRE = 35,71 %			(5 < E ≤ 10) → PRE = 38,10 %			(10 < E ≤ 15) → PRE = 26,19 %		

Tabla 3. Resultados experimentales y teóricos obtenidos para la humedad de las menas lateríticas a diferentes profundidades.

Profundidad a la cual se midió la humedad del material (m)	Resultados obtenidos en el talud este de la pila de minerales				Resultados obtenidos en el talud oeste de la pila de minerales			
	A las seis horas	A las 18 horas			A las seis horas	A las 18 horas		
	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P) Exp.} (%)	H _{F(P) Teo.} (%)	E (%)	H _{0(P) Exp.} (%)	H _{F(P) Exp.} (%)	H _{F(P) Teo.} (%)	E (%)
Superficie (0,0)	32,46	27,59	28,44	3,08	32,46	26,09	26,25	0,61
-0,3	32,46	28,15	28,93	2,77	32,46	26,61	27,01	1,50
-0,6	32,46	28,37	29,42	3,70	32,46	27,17	27,76	2,17
-0,9	32,46	29,22	29,91	2,36	32,46	28,19	28,52	1,17
-1,2	32,46	29,43	30,41	3,33	32,46	30,04	29,28	2,53
-1,5	32,46	32,18	30,90	3,98	32,46	30,91	30,04	2,81
Error relativo promedio entre los valores experimentales y teóricos de la humedad → E_p = 2,50 %								

Observación para la Tabla 3: la profundidad se midió desde la superficie de la pila hacia la base.

Simbología empleada en las Tablas 1; 2 y 3 del Anexo 11

X_O y X_E: distancia en el eje “X” medida desde el origen hacia los taludes oeste y este; m.

Z₁, Z₂, y Z₃: distancia en el eje “Z” medida desde el origen de la superficie lateral de la pila; m.

Y_s: altura en el eje “Y” de la superficie de secado de la pila; m.

τ₀ y τ_F: tiempo inicial y final medido a las seis y las 18 horas del día; h.

H_{0(P) Exp.}: valor promedio de la humedad inicial del material determinado de forma experimental; %.

PRE: porcentaje que representan los errores que se encuentran en el intervalo considerado; %.

Nota: Los términos H_{F(P) Exp.}; H_{F(P) Teo.}; E y E_p se declaran en el capítulo 3

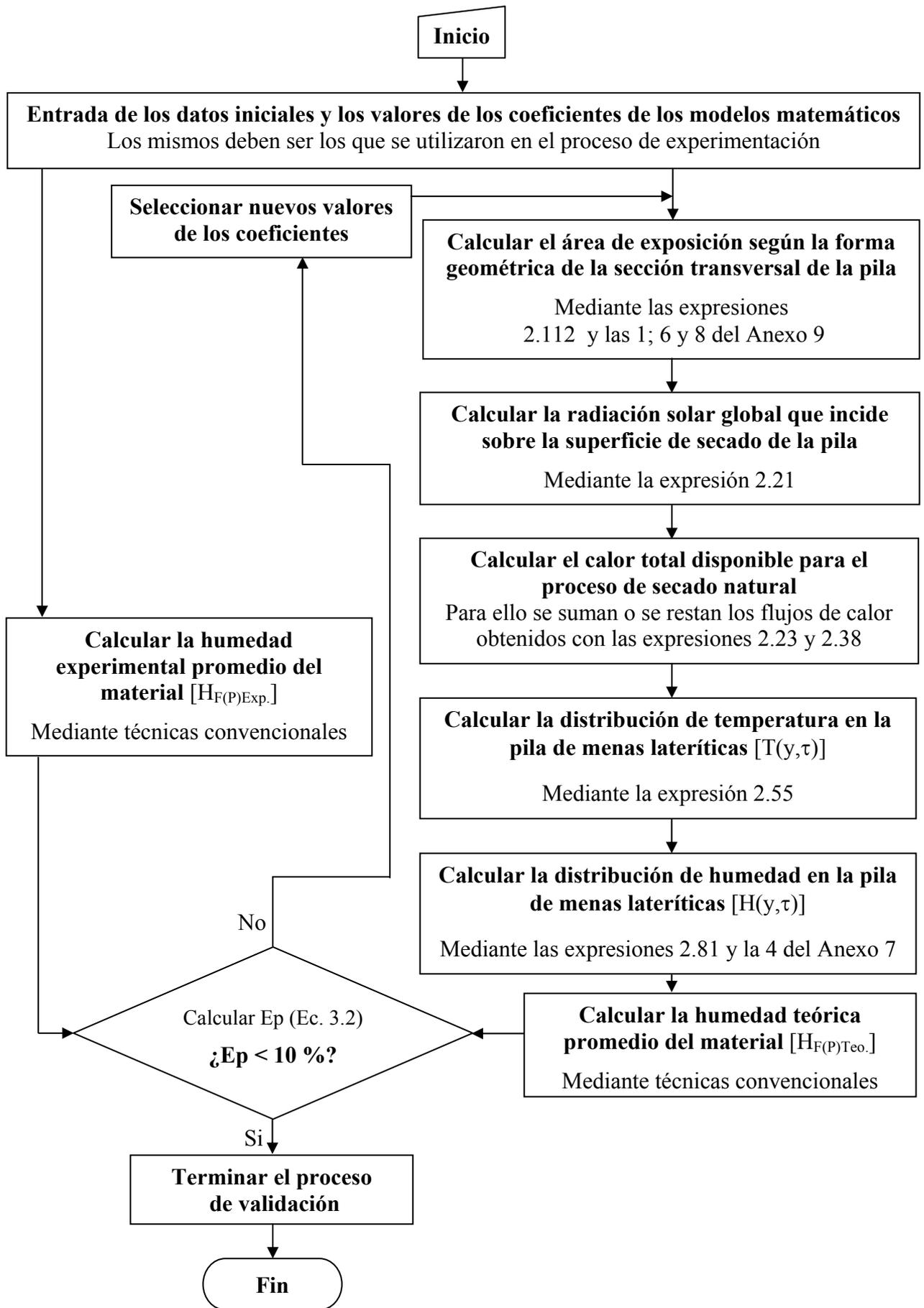


Figura 1. Diagrama general para la validación de los modelos establecidos en la investigación.

ANEXO 12

PRINCIPALES INSTRUMENTOS USADOS EN LA MEDICIÓN DE LA HUMEDAD



Figura 1. Balanza utilizada para determinar la masa de las muestras de menas lateríticas.

→ Balanza de laboratorio de tipo digital → Rango de medición: de 0 a 100 kg → Error: $\pm 0,058$ kg



Figura 2. Estufa utilizada para la extracción de la humedad de las menas lateríticas.

→ Estufa marca MEMMERT → Rango de medición: de 0 a 220 °C → Error: ± 1 °C

Nota: Los instrumentos pertenecen al Centro de Desarrollo de Investigaciones del Níquel de Moa.

ANEXO 13

VALORES DE LOS PARÁMETROS CALCULADOS PARA LA PILA DE MENAS LATERÍTICAS SELECCIONADA (PILA TRES, DE 700 TONELADAS)

Tabla 1. Valores probables del área de exposición para las diferentes combinaciones de φ_t y φ_m .

$\varphi_m \rightarrow$ $\varphi_t \downarrow$	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°
	Área de exposición de la pila (m ²) ↓										
15°	789,0	813,4	849,8	893,7	940,6	988,5	1 036,4	1 084,1	1 131,5	1 179,1	1 227,1
20°	791,1	811,0	842,9	887,8	942,4	1 003,2	1 068,1	1 136,1	1 206,8	1 280,5	1 357,5
25°	794,9	813,6	840,9	881,6	937,0	1 004,4	1 081,5	1 166,5	1 259,1	1 359,2	1 467,6
30°	799,4	818,4	843,9	880,0	931,7	1 000,2	1 084,1	1 181,9	1 293,3	1 418,6	1 559,1
35°	804,5	824,5	849,8	883,5	930,4	995,7	1 081,5	1 187,4	1 313,6	1 461,4	1 633,6
40°	810,0	831,4	857,5	890,6	934,4	994,9	1 078,1	1 187,2	1 323,6	1 490,5	1 692,3
45°	816,2	839,3	866,7	900,3	942,9	999,6	1 077,8	1 185,2	1 327,0	1 508,2	1 736,6
50°	823,0	848,1	877,3	912,1	955,0	1 009,8	1 083,4	1 185,7	1 327,2	1 517,2	1 767,5
55°	830,6	858,2	889,5	926,2	970,2	1 025,0	1 095,9	1 192,4	1 328,7	1 520,9	1 786,6
60°	839,3	869,6	903,6	942,7	988,7	1 044,7	1 115,2	1 208,1	1 337,2	1 524,3	1 796,7
65°	849,5	883,0	920,2	962,3	1011,1	1 069,4	1 141,2	1 233,4	1 357,5	1 535,2	1 803,4

Tabla 2. Valores probables del volumen para las diferentes combinaciones de φ_t y φ_m .

$\varphi_m \rightarrow$ $\varphi_t \downarrow$	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°	65°
	Volumen de la pila (m ³) ↓										
15°	277,4	319,2	351,7	378,0	400,1	419,2	436,0	451,3	465,3	478,5	491,0
20°	319,9	376,8	422,9	461,5	494,8	524,3	550,9	575,4	598,4	620,4	641,6
25°	353,0	423,6	482,7	533,7	578,8	619,4	656,9	692,1	725,6	758,1	790,1
30°	380,0	463,0	534,5	597,7	654,7	707,3	756,5	803,5	849,0	893,8	938,6
35°	402,7	497,0	580,4	655,6	724,9	789,8	851,7	911,7	970,7	1 029,7	1 089,6
40°	422,3	527,2	621,9	709,1	790,8	868,6	944,1	1 018,3	1 092,5	1 167,8	1 245,4
45°	439,7	554,6	660,3	759,4	853,8	945,2	1 035,2	1 125,1	1 216,3	1 310,3	1 408,8
50°	455,5	579,9	696,4	807,4	915,0	1 020,8	1 126,5	1 233,7	1 344,2	1 459,9	1 583,1
55°	470,0	603,6	730,9	854,2	975,4	1 096,5	1 219,3	1 345,9	1 478,4	1 619,5	1 772,5
60°	483,7	626,3	764,4	900,3	1 035,9	1 173,5	1 315,3	1 463,7	1 621,7	1 793,0	1 982,4
65°	496,8	648,4	797,5	946,5	1 097,5	1 253,1	1 416,1	1 589,5	1 777,5	1 985,3	2 220,0

Tabla 3. Valores de radiación global calculados para las 51 secciones del corte realizado.

No.	R _G -6	R _G -7	R _G -8	R _G -9	R _G -10	R _G -11	R _G -12	R _G -13	R _G -14	R _G -15	R _G -16	R _G -17	R _G -18
1	35,85	30,11	42,58	202,47	390,66	804,43	1 000,8	944,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	35,85	30,11	42,58	202,47	390,66	804,43	1 000,8	944,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
.
.
25	35,85	30,11	42,58	202,47	390,66	804,43	1 000,8	944,15	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

26	37,00	38,00	54,00	254,00	470,00	865,00	1 072,0	1 008,0	915,00	779,00	662,00	460,00	217,00
27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,43	1 000,8	944,15	866,43	755,27	676,75	555,42	403,30
.
.
.
50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,43	1 000,8	944,15	866,43	755,27	676,75	555,42	403,30
51	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	804,43	1 000,8	944,15	866,43	755,27	676,75	555,42	403,30

Tabla 4. Valores de los flujos de calor por convección para las 51 secciones del corte realizado.

No.	C-6	C-7	C-8	C-9	C-10	C-11	C-12	C-13	C-14	C-15	C-16	C-17	C-18
1	5,30	4,63	6,04	1,13	2,38	5,24	6,52	6,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	5,30	4,63	6,04	1,13	2,38	5,24	6,52	6,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
.
.
.
25	5,30	4,63	6,04	1,13	2,38	5,24	6,52	6,07	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
26	5,43	5,54	7,22	21,63	32,18	46,01	51,86	50,36	47,85	43,70	39,75	31,91	19,58
27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	44,21	50,03	48,62	46,44	42,95	40,26	35,77	29,36
.
.
.
50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	44,21	50,03	48,62	46,44	42,95	40,26	35,77	29,36
51	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	44,21	50,03	48,62	46,44	42,95	40,26	35,77	29,36

Tabla 5. Valores de los flujos de calor por radiación para las 51 secciones del corte realizado.

No.	R-6	R-7	R-8	R-9	R-10	R-11	R-12	R-13	R-14	R-15	R-16	R-17	R-18
1	22,59	18,97	26,83	127,5	246,12	506,79	630,54	594,81	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	22,59	18,97	26,83	127,5	246,12	506,79	630,54	594,81	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
.
.
.
25	22,59	18,97	26,83	127,55	246,12	506,79	630,54	594,81	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
26	23,31	23,94	34,02	160,0	296,10	544,95	675,36	635,04	576,4	490,7	417,06	289,8	136,71
27	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	506,7	630,54	594,81	545,8	475,8	426,3	349,9	254,0
.
.
.
50	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	506,79	630,54	594,81	545,8	475,8	426,3	349,9	254,0
51	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	506,79	630,54	594,81	545,8	475,8	426,3	349,9	254,0

Simbología empleada en las Tablas 3; 4 y 5 del Anexo 13

R_G: radiación solar global que reciben las secciones; W/m².

C: flujo de calor por convección que reciben o entregan las secciones; W/m².

R: flujo de calor por radiación que reciben las secciones; W/m².

Observación para las Tablas 3; 4 y 5: los números 6, 7... 18 corresponden a la hora del día.

Tabla 6. Valores de la temperatura del material desde la base hasta la superficie del talud este.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de temperatura del material (m)										
	0,000	0,486	0,971	1,457	1,942	2,428	2,913	3,399	3,884	4,370	4,758
Temperatura de las menas lateríticas en el talud este de la pila (°C) ↓											
06:00	25,453	25,436	25,464	25,464	25,432	25,454	25,481	25,427	25,424	25,583	26,834
06:30	25,453	25,441	25,461	25,461	25,438	25,454	25,473	25,434	25,432	25,548	26,645
07:00	25,453	25,444	25,457	25,456	25,439	25,450	25,462	25,434	25,433	25,511	26,456
07:30	25,453	25,439	25,464	25,464	25,437	25,457	25,480	25,434	25,434	25,570	27,112
08:00	25,453	25,420	25,443	25,431	25,378	25,395	25,416	25,335	25,322	25,509	27,769
08:30	25,453	25,379	25,505	25,505	25,364	25,465	25,585	25,342	25,334	26,048	32,984
09:00	25,453	25,325	25,523	25,516	25,276	25,435	25,624	25,217	25,199	26,364	38,199
09:30	25,453	25,274	25,569	25,567	25,227	25,465	25,746	25,162	25,147	26,841	44,802
10:00	25,453	25,205	25,564	25,542	25,087	25,374	25,714	24,946	24,915	27,059	51,405
10:30	25,453	25,139	25,663	25,661	25,060	25,485	25,983	24,949	24,936	27,923	62,388
11:00	25,453	25,104	25,786	25,819	25,118	25,679	26,326	25,091	25,122	28,817	73,372
11:30	25,453	25,077	25,733	25,739	25,011	25,549	26,165	24,900	24,925	28,565	78,156
12:00	25,453	25,113	25,788	25,823	25,137	25,698	26,331	25,112	25,186	28,764	82,941
12:30	25,453	25,146	25,688	25,692	25,097	25,546	26,047	25,001	25,071	27,985	81,985
13:00	25,453	25,317	25,848	25,954	25,593	26,054	26,546	25,825	26,019	28,345	81,029
13:30	25,453	25,471	25,364	25,327	25,391	25,312	25,183	25,290	25,394	24,688	56,165
14:00	25,453	25,612	24,964	24,815	25,252	24,715	24,065	24,895	24,907	21,625	31,300
14:30	25,453	25,690	25,198	25,158	25,645	25,250	24,762	25,610	25,685	22,820	31,000
15:00	25,453	25,654	25,222	25,184	25,602	25,252	24,826	25,563	25,602	23,124	30,700
15:30	25,453	25,623	25,240	25,203	25,563	25,249	24,875	25,518	25,528	23,389	30,300
16:00	25,453	25,598	25,257	25,220	25,532	25,250	24,921	25,483	25,471	23,639	29,900
16:30	25,453	25,577	25,271	25,235	25,505	25,250	24,957	25,452	25,421	23,864	29,450
17:00	25,453	25,558	25,282	25,247	25,482	25,250	24,988	25,424	25,381	24,073	29,000
17:30	25,453	25,542	25,293	25,258	25,462	25,251	25,016	25,401	25,347	24,272	28,600
18:00	25,453	25,528	25,302	25,267	25,445	25,251	25,040	25,380	25,319	24,455	28,200

Tabla 7. Valores de la temperatura del material desde la base hasta la superficie del talud oeste.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de temperatura del material (m)										
	0,000	0,486	0,971	1,457	1,942	2,428	2,913	3,399	3,884	4,370	4,758
Temperatura de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila (°C) ↓											
06:00	25,453	25,474	25,439	25,439	25,479	25,451	25,418	25,486	25,490	25,288	23,700
06:30	25,453	25,470	25,441	25,442	25,475	25,451	25,424	25,481	25,483	25,315	23,750
07:00	25,453	25,467	25,443	25,443	25,471	25,451	25,428	25,475	25,476	25,339	23,800
07:30	25,453	25,464	25,446	25,446	25,467	25,452	25,436	25,471	25,470	25,370	23,950
08:00	25,453	25,460	25,448	25,448	25,461	25,451	25,439	25,464	25,462	25,394	24,100
08:30	25,453	25,457	25,451	25,451	25,458	25,453	25,448	25,460	25,457	25,428	24,350
09:00	25,453	25,448	25,443	25,439	25,433	25,428	25,425	25,419	25,411	25,415	24,600
09:30	25,453	25,438	25,459	25,458	25,430	25,447	25,468	25,423	25,416	25,553	25,850
10:00	25,453	25,312	25,272	25,169	24,994	24,941	24,898	24,673	24,561	24,826	27,100
10:30	25,453	25,165	25,659	25,664	25,108	25,506	25,982	25,029	24,985	27,821	51,618
11:00	25,453	25,068	26,039	26,160	25,311	26,117	27,053	25,510	25,570	30,588	76,136
11:30	25,453	24,995	25,863	25,898	24,987	25,698	26,525	24,928	24,941	29,734	80,960
12:00	25,453	25,046	25,909	25,972	25,132	25,848	26,665	25,164	25,240	29,814	85,785
12:30	25,453	25,093	25,799	25,832	25,108	25,695	26,356	25,070	25,154	28,918	84,820
13:00	25,453	25,164	25,760	25,794	25,205	25,705	26,255	25,195	25,308	28,370	83,856
13:30	25,453	25,226	25,709	25,739	25,271	25,681	26,122	25,269	25,398	27,789	82,249

14:00	25,453	25,288	25,682	25,717	25,363	25,703	26,057	25,396	25,541	27,360	80,641
14:30	25,453	25,343	25,632	25,663	25,419	25,673	25,927	25,458	25,604	26,819	77,909
15:00	25,453	25,392	25,594	25,623	25,475	25,657	25,828	25,527	25,673	26,379	75,176
15:30	25,453	25,433	25,574	25,607	25,535	25,667	25,781	25,611	25,755	26,100	73,029
16:00	25,453	25,470	25,559	25,596	25,590	25,681	25,748	25,690	25,832	25,880	70,882
16:30	25,453	25,507	25,525	25,559	25,628	25,659	25,659	25,734	25,867	25,547	67,511
17:00	25,453	25,545	25,504	25,542	25,680	25,664	25,611	25,806	25,932	25,314	64,139
17:30	25,453	25,585	25,474	25,511	25,729	25,654	25,535	25,869	25,986	25,018	59,701
18:00	25,453	25,621	25,450	25,488	25,774	25,649	25,475	25,930	26,037	24,791	55,264

Tabla 8. Valores de la temperatura del material para las alturas seleccionadas en el talud este.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de temperatura del material (m)										
	3,787	3,884	3,981	4,078	4,175	4,272	4,370	4,467	4,564	4,661	4,758
	Temperatura de las menas lateríticas en el talud este de la pila (°C) ↓										
06:00	25,408	25,424	25,514	25,480	25,368	25,431	25,583	25,455	25,208	25,594	26,834
06:30	25,419	25,432	25,498	25,471	25,390	25,440	25,548	25,446	25,278	25,625	26,645
07:00	25,423	25,433	25,478	25,458	25,402	25,440	25,511	25,433	25,331	25,637	26,456
07:30	25,417	25,434	25,511	25,478	25,383	25,446	25,570	25,442	25,264	25,760	27,112
08:00	25,300	25,322	25,433	25,382	25,240	25,329	25,509	25,319	25,057	25,785	27,769
08:30	25,254	25,334	25,739	25,576	25,075	25,383	26,048	25,422	24,407	26,606	32,984
09:00	25,067	25,199	25,863	25,588	24,766	25,280	26,364	25,314	23,676	27,445	38,199
09:30	24,949	25,147	26,110	25,707	24,520	25,278	26,841	25,292	22,980	28,727	44,802
10:00	24,659	24,915	26,142	25,611	24,094	25,080	27,059	25,030	22,181	30,015	51,405
10:30	24,574	24,936	26,637	25,905	23,816	25,192	27,923	25,112	21,261	32,372	62,388
11:00	24,659	25,122	27,216	26,308	23,758	25,482	28,817	25,320	20,796	35,217	73,372
11:30	24,445	24,925	27,004	26,056	23,525	25,304	28,565	24,943	20,882	37,073	78,156
12:00	24,687	25,186	27,229	26,270	23,809	25,620	28,764	25,117	21,666	39,473	82,941
12:30	24,625	25,071	26,758	25,902	23,879	25,474	27,985	24,796	22,798	40,724	81,985
13:00	25,613	26,019	27,345	26,641	25,120	26,479	28,345	25,756	25,312	42,953	81,029
13:30	25,316	25,394	25,064	24,956	25,432	25,574	24,688	24,564	28,916	40,027	56,165
14:00	25,135	24,907	23,164	23,612	25,783	24,806	21,625	23,827	32,103	36,315	31,300
14:30	25,905	25,685	24,137	24,613	26,573	25,609	22,820	25,220	33,062	36,565	31,000
15:00	25,819	25,602	24,261	24,715	26,401	25,483	23,124	25,582	32,844	35,948	30,700
15:30	25,740	25,528	24,360	24,791	26,248	25,378	23,389	25,895	32,644	35,360	30,300
16:00	25,676	25,471	24,450	24,857	26,119	25,299	23,639	26,178	32,460	34,814	29,900
16:30	25,619	25,421	24,525	24,909	26,006	25,238	23,864	26,425	32,287	34,293	29,450
17:00	25,570	25,381	24,591	24,952	25,907	25,193	24,073	26,645	32,120	33,800	29,000
17:30	25,527	25,347	24,652	24,988	25,819	25,162	24,272	26,839	31,950	33,338	28,600
18:00	25,489	25,319	24,704	25,017	25,742	25,142	24,455	27,011	31,785	32,900	28,200

Tabla 9. Valores de la temperatura del material para las alturas seleccionadas en el talud oeste.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de temperatura del material (m)										
	3,787	3,884	3,981	4,078	4,175	4,272	4,370	4,467	4,564	4,661	4,758
	Temperatura de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila (°C) ↓										
06:00	25,511	25,490	25,376	25,418	25,561	25,480	25,288	25,450	25,764	25,274	23,700
06:30	25,501	25,483	25,388	25,426	25,544	25,472	25,315	25,462	25,707	25,212	23,750
07:00	25,493	25,476	25,398	25,432	25,527	25,464	25,339	25,470	25,652	25,156	23,800
07:30	25,484	25,470	25,413	25,440	25,510	25,459	25,370	25,476	25,588	25,122	23,950
08:00	25,473	25,462	25,423	25,444	25,490	25,451	25,394	25,475	25,525	25,093	24,100

08:30	25,465	25,457	25,439	25,452	25,473	25,449	25,428	25,477	25,458	25,091	24,350
09:00	25,415	25,411	25,413	25,417	25,410	25,402	25,415	25,428	25,341	25,056	24,600
09:30	25,405	25,416	25,492	25,467	25,370	25,418	25,553	25,452	25,163	25,226	25,850
10:00	24,546	24,561	24,747	24,650	24,371	24,496	24,826	24,502	23,846	24,537	27,100
10:30	24,686	24,985	26,588	25,969	23,981	25,155	27,821	25,432	21,104	28,529	51,618
11:00	25,004	25,570	28,366	27,277	23,871	26,000	30,588	26,307	19,136	33,518	76,136
11:30	24,365	24,941	27,646	26,502	23,191	25,367	29,734	25,268	18,750	35,192	80,960
12:00	24,648	25,240	27,819	26,678	23,553	25,735	29,814	25,333	19,697	37,881	85,785
12:30	24,619	25,154	27,299	26,273	23,689	25,628	28,918	24,916	20,985	39,387	84,820
13:00	24,827	25,308	27,069	26,166	24,072	25,772	28,370	24,883	22,536	40,989	83,856
13:30	24,976	25,398	26,795	26,019	24,382	25,833	27,789	24,862	24,024	42,290	82,249
14:00	25,176	25,541	26,624	25,971	24,730	25,947	27,360	24,991	25,508	43,495	80,641
14:30	25,306	25,604	26,357	25,838	25,008	25,962	26,819	25,084	26,963	44,317	77,909
15:00	25,436	25,673	26,143	25,748	25,266	25,980	26,379	25,255	28,326	44,976	75,176
15:30	25,569	25,755	26,019	25,726	25,498	26,017	26,100	25,513	29,531	45,578	73,029
16:00	25,692	25,832	25,920	25,720	25,705	26,050	25,880	25,806	30,649	46,051	70,882
16:30	25,783	25,867	25,735	25,643	25,894	26,030	25,547	26,063	31,800	46,192	67,511
17:00	25,900	25,932	25,612	25,621	26,098	26,047	25,314	26,391	32,891	46,218	64,139
17:30	26,013	25,986	25,443	25,566	26,310	26,047	25,018	26,714	34,014	45,944	59,701
18:00	26,117	26,037	25,304	25,531	26,499	26,048	24,791	27,064	35,014	45,505	55,264

Tabla 10. Valores de la humedad del material desde la base hasta la superficie del talud este.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de humedad del material (m)										
	0,000	0,486	0,971	1,457	1,942	2,428	2,913	3,399	3,884	4,370	4,758
	Humedad de las menas lateríticas en el talud este de la pila (%) ↓										
06:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
06:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319
07:00	36,320	36,320	36,320	36,319	36,319	36,319	36,319	36,318	36,318	36,318	36,318
07:30	36,320	36,320	36,319	36,318	36,318	36,317	36,317	36,316	36,316	36,315	36,315
08:00	36,320	36,319	36,318	36,317	36,316	36,315	36,314	36,313	36,312	36,311	36,310
08:30	36,320	36,318	36,315	36,313	36,311	36,309	36,306	36,304	36,302	36,299	36,297
09:00	36,320	36,315	36,310	36,306	36,301	36,296	36,291	36,286	36,281	36,276	36,272
09:30	36,320	36,311	36,302	36,292	36,283	36,274	36,265	36,255	36,246	36,237	36,230
10:00	36,320	36,304	36,288	36,272	36,257	36,241	36,225	36,209	36,193	36,177	36,165
10:30	36,320	36,293	36,265	36,238	36,210	36,183	36,156	36,128	36,101	36,073	36,051
11:00	36,320	36,275	36,230	36,185	36,140	36,095	36,050	36,006	35,961	35,916	35,880
11:30	36,320	36,253	36,187	36,120	36,053	35,986	35,919	35,853	35,786	35,719	35,666
12:00	36,320	36,227	36,133	36,040	35,946	35,853	35,759	35,666	35,572	35,479	35,404
12:30	36,320	36,198	36,077	35,955	35,834	35,713	35,592	35,471	35,350	35,230	35,134
13:00	36,320	36,169	36,019	35,868	35,718	35,568	35,418	35,269	35,119	34,970	34,851
13:30	36,320	36,154	35,989	35,823	35,658	35,493	35,328	35,163	34,999	34,834	34,702
14:00	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,495	35,330	35,165	34,999	34,834	34,702
14:30	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,495	35,330	35,164	34,999	34,834	34,702
15:00	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,495	35,329	35,164	34,999	34,834	34,702
15:30	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,495	35,329	35,164	34,999	34,834	34,702
16:00	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,495	35,329	35,164	34,999	34,834	34,702
16:30	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,494	35,329	35,164	34,999	34,834	34,702
17:00	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,494	35,329	35,164	34,999	34,834	34,702
17:30	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,494	35,329	35,164	34,999	34,834	34,702
18:00	36,320	36,155	35,990	35,825	35,660	35,494	35,329	35,164	34,999	34,834	34,702

Tabla 11. Valores de la humedad del material desde la base hasta la superficie del talud oeste.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de humedad del material (m)										
	0,000	0,486	0,971	1,457	1,942	2,428	2,913	3,399	3,884	4,370	4,758
	Humedad de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila (%) ↓										
06:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
06:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
07:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
07:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
08:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
08:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
09:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
09:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
10:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
10:30	36,320	36,312	36,304	36,295	36,287	36,279	36,271	36,262	36,254	36,246	36,239
11:00	36,320	36,293	36,266	36,239	36,212	36,185	36,158	36,131	36,104	36,077	36,055
11:30	36,320	36,270	36,219	36,169	36,119	36,068	36,018	35,968	35,917	35,867	35,827
12:00	36,320	36,241	36,162	36,084	36,005	35,926	35,847	35,768	35,689	35,611	35,548
12:30	36,320	36,211	36,102	35,993	35,885	35,776	35,668	35,560	35,452	35,344	35,258
13:00	36,320	36,180	36,040	35,900	35,760	35,621	35,481	35,342	35,203	35,065	34,954
13:30	36,320	36,148	35,976	35,804	35,632	35,461	35,290	35,119	34,948	34,778	34,642
14:00	36,320	36,115	35,910	35,705	35,501	35,297	35,093	34,890	34,687	34,485	34,323
14:30	36,320	36,082	35,845	35,607	35,371	35,134	34,898	34,663	34,428	34,193	34,005
15:00	36,320	36,050	35,780	35,511	35,242	34,974	34,706	34,439	34,172	33,905	33,692
15:30	36,320	36,018	35,716	35,414	35,114	34,813	34,513	34,214	33,915	33,617	33,379
16:00	36,320	35,986	35,652	35,318	34,985	34,653	34,322	33,991	33,660	33,330	33,067
16:30	36,320	35,955	35,590	35,227	34,863	34,501	34,139	33,777	33,416	33,056	32,769
17:00	36,320	35,926	35,533	35,140	34,748	34,357	33,966	33,576	33,186	32,797	32,487
17:30	36,320	35,900	35,481	35,062	34,644	34,227	33,810	33,394	32,978	32,564	32,232
18:00	36,320	35,877	35,435	34,994	34,553	34,113	33,673	33,234	32,796	32,358	32,008

Tabla 12. Valores de la humedad del material para las alturas seleccionadas en el talud este.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de humedad del material (m)										
	3,787	3,884	3,981	4,078	4,175	4,272	4,370	4,467	4,564	4,661	4,758
	Humedad de las menas lateríticas en el talud este de la pila (%) ↓										
06:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
06:30	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319	36,319
07:00	36,318	36,318	36,318	36,318	36,318	36,318	36,318	36,318	36,318	36,318	36,318
07:30	36,316	36,316	36,316	36,316	36,315	36,315	36,315	36,315	36,315	36,315	36,315
08:00	36,312	36,312	36,312	36,312	36,312	36,311	36,311	36,311	36,311	36,311	36,310
08:30	36,302	36,302	36,301	36,301	36,300	36,300	36,299	36,299	36,298	36,298	36,297
09:00	36,282	36,281	36,280	36,279	36,278	36,277	36,276	36,275	36,274	36,273	36,272
09:30	36,248	36,246	36,244	36,243	36,241	36,239	36,237	36,235	36,233	36,231	36,230
10:00	36,196	36,193	36,190	36,187	36,184	36,180	36,177	36,174	36,171	36,168	36,165
10:30	36,106	36,101	36,095	36,090	36,084	36,079	36,073	36,068	36,062	36,057	36,051
11:00	35,970	35,961	35,952	35,943	35,934	35,925	35,916	35,907	35,898	35,889	35,880
11:30	35,799	35,786	35,773	35,759	35,746	35,733	35,719	35,706	35,693	35,679	35,666
12:00	35,591	35,572	35,554	35,535	35,516	35,498	35,479	35,460	35,441	35,423	35,404
12:30	35,375	35,350	35,326	35,302	35,278	35,254	35,230	35,206	35,182	35,158	35,134
13:00	35,149	35,119	35,089	35,059	35,030	35,000	34,970	34,940	34,910	34,880	34,851
13:30	35,031	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702

14:00	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
14:30	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
15:00	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
15:30	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
16:00	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
16:30	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
17:00	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
17:30	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702
18:00	35,032	34,999	34,966	34,933	34,900	34,867	34,834	34,801	34,768	34,735	34,702

Tabla 13. Valores de la humedad del material para las alturas seleccionadas en el talud oeste.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de humedad del material (m)										
	3,787	3,884	3,981	4,078	4,175	4,272	4,370	4,467	4,564	4,661	4,758
Humedad de las menas lateríticas en el talud oeste de la pila (%) ↓											
06:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
06:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
07:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
07:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
08:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
08:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
09:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
09:30	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
10:00	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320	36,320
10:30	36,256	36,254	36,252	36,251	36,249	36,247	36,246	36,244	36,242	36,241	36,239
11:00	36,109	36,104	36,098	36,093	36,088	36,082	36,077	36,071	36,066	36,061	36,055
11:30	35,927	35,917	35,907	35,897	35,887	35,877	35,867	35,857	35,847	35,837	35,827
12:00	35,705	35,689	35,674	35,658	35,642	35,626	35,611	35,595	35,579	35,563	35,548
12:30	35,473	35,452	35,430	35,409	35,387	35,365	35,344	35,322	35,301	35,279	35,258
13:00	35,231	35,203	35,176	35,148	35,120	35,093	35,065	35,037	35,009	34,982	34,954
13:30	34,982	34,948	34,914	34,880	34,846	34,812	34,778	34,744	34,710	34,676	34,642
14:00	34,728	34,687	34,647	34,606	34,566	34,525	34,485	34,444	34,404	34,363	34,323
14:30	34,475	34,428	34,381	34,334	34,287	34,240	34,193	34,146	34,099	34,052	34,005
15:00	34,225	34,172	34,118	34,065	34,012	33,958	33,905	33,852	33,799	33,745	33,692
15:30	33,975	33,915	33,856	33,796	33,736	33,677	33,617	33,557	33,498	33,438	33,379
16:00	33,726	33,660	33,594	33,528	33,462	33,396	33,330	33,264	33,198	33,133	33,067
16:30	33,489	33,416	33,344	33,272	33,200	33,128	33,056	32,984	32,912	32,840	32,769
17:00	33,264	33,186	33,108	33,031	32,953	32,875	32,797	32,720	32,642	32,564	32,487
17:30	33,062	32,978	32,895	32,812	32,729	32,646	32,564	32,481	32,398	32,315	32,232
18:00	32,883	32,796	32,708	32,621	32,533	32,445	32,358	32,270	32,183	32,096	32,008

Tabla 14. Valores de la velocidad de secado desde la base hasta la superficie del talud este.

Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de la velocidad de secado (m)										
	0,000	0,486	0,971	1,457	1,942	2,428	2,913	3,399	3,884	4,370	4,758
Velocidad de secado en el talud este de la pila (%/h) ↓											
06:00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
06:30	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002
07:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002
07:30	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002
08:00	0,000	0,000	0,000	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,002

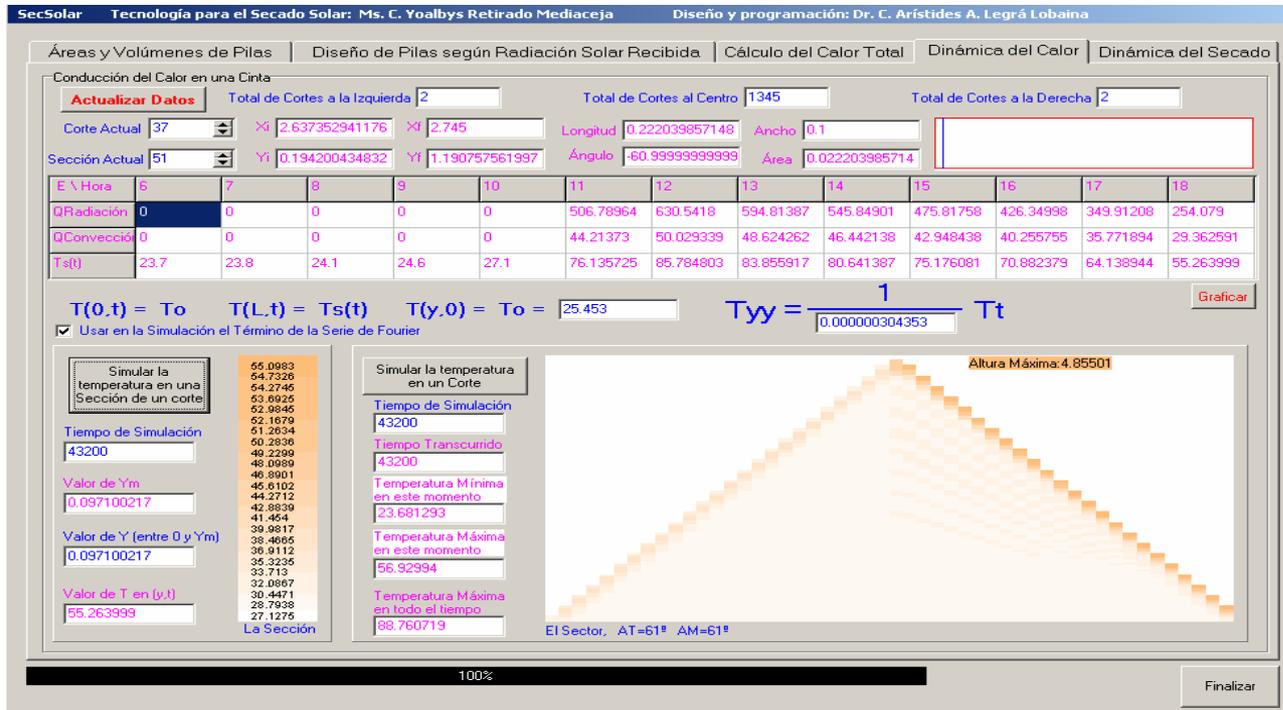
08:30	0,000	0,001	0,001	0,002	0,002	0,003	0,003	0,004	0,004	0,005	0,005
09:00	0,000	0,001	0,002	0,003	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,008
09:30	0,000	0,001	0,003	0,004	0,005	0,006	0,008	0,009	0,010	0,011	0,012
10:00	0,000	0,002	0,003	0,005	0,007	0,008	0,010	0,012	0,013	0,015	0,016
10:30	0,000	0,003	0,005	0,008	0,010	0,013	0,015	0,018	0,021	0,023	0,025
11:00	0,000	0,004	0,007	0,011	0,014	0,018	0,021	0,025	0,028	0,032	0,034
11:30	0,000	0,004	0,008	0,012	0,016	0,020	0,024	0,028	0,032	0,036	0,039
12:00	0,000	0,004	0,009	0,013	0,018	0,022	0,027	0,031	0,036	0,040	0,044
12:30	0,000	0,004	0,009	0,013	0,017	0,022	0,026	0,030	0,034	0,038	0,042
13:00	0,000	0,004	0,008	0,012	0,017	0,021	0,025	0,029	0,033	0,037	0,040
13:30	0,000	0,002	0,004	0,006	0,008	0,010	0,012	0,014	0,016	0,018	0,020
14:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
17:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
17:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Tabla 15. Valores de la velocidad de secado desde la base hasta la superficie del talud oeste.

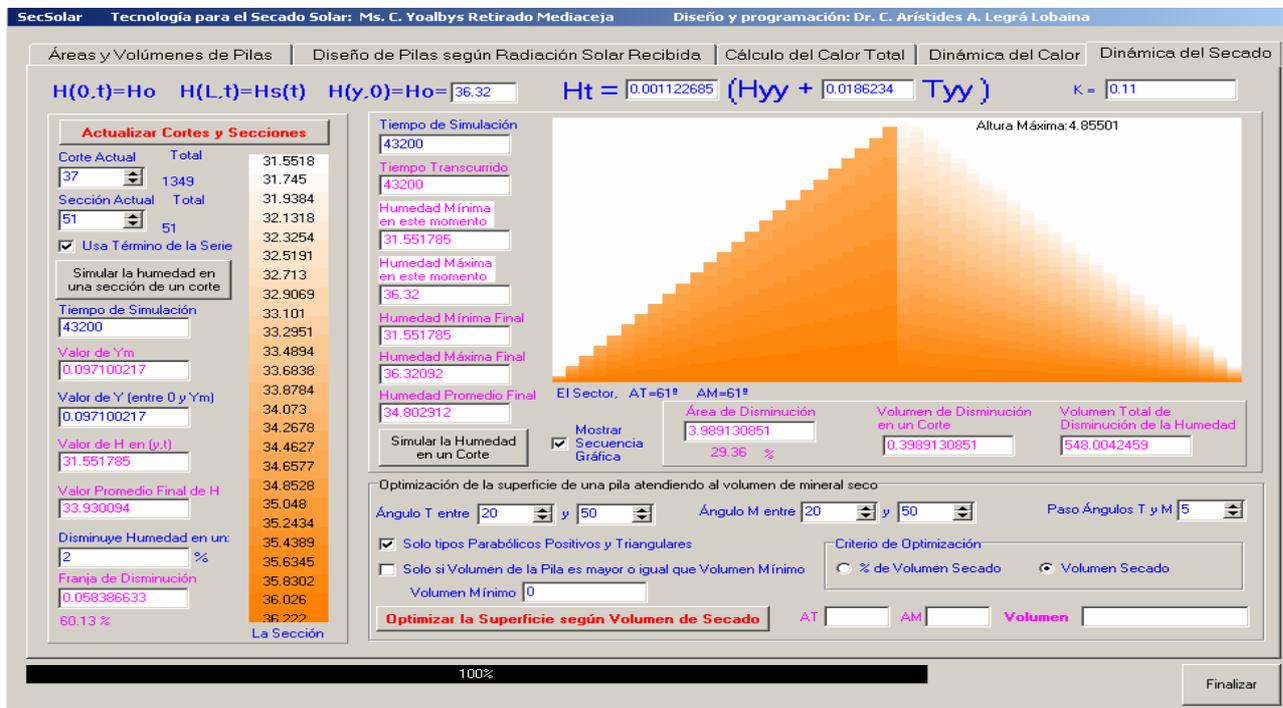
Hora del día	Alturas a las cuales se determinaron los valores de la velocidad de secado (m)										
	0,000	0,486	0,971	1,457	1,942	2,428	2,913	3,399	3,884	4,370	4,758
Velocidad de secado en el talud oeste de la pila (%/h) ↓											
06:00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
06:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
07:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
07:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
08:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
08:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
09:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
09:30	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10:00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10:30	0,000	0,002	0,004	0,005	0,007	0,009	0,011	0,013	0,015	0,016	0,018
11:00	0,000	0,004	0,008	0,011	0,015	0,019	0,023	0,026	0,030	0,034	0,037
11:30	0,000	0,004	0,008	0,013	0,017	0,021	0,025	0,030	0,034	0,038	0,042
12:00	0,000	0,005	0,009	0,014	0,019	0,024	0,028	0,033	0,038	0,043	0,046
12:30	0,000	0,005	0,009	0,014	0,018	0,023	0,028	0,032	0,037	0,041	0,045
13:00	0,000	0,004	0,009	0,013	0,018	0,022	0,027	0,031	0,035	0,040	0,043
13:30	0,000	0,004	0,009	0,013	0,017	0,021	0,026	0,030	0,034	0,038	0,042
14:00	0,000	0,004	0,008	0,012	0,016	0,020	0,025	0,029	0,033	0,037	0,040
14:30	0,000	0,004	0,008	0,012	0,015	0,019	0,023	0,027	0,031	0,034	0,037
15:00	0,000	0,004	0,007	0,011	0,014	0,018	0,021	0,025	0,028	0,032	0,035
15:30	0,000	0,003	0,007	0,010	0,014	0,017	0,020	0,024	0,027	0,030	0,033
16:00	0,000	0,003	0,006	0,010	0,013	0,016	0,019	0,022	0,026	0,029	0,031
16:30	0,000	0,003	0,006	0,009	0,012	0,015	0,017	0,020	0,023	0,026	0,028
17:00	0,000	0,003	0,005	0,008	0,010	0,013	0,016	0,018	0,021	0,024	0,026
17:30	0,000	0,002	0,005	0,007	0,009	0,011	0,014	0,016	0,018	0,020	0,022
18:00	0,000	0,002	0,004	0,006	0,008	0,009	0,011	0,013	0,015	0,017	0,019

ANEXO 14

SIMULACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA Y HUMEDAD



a)



b)

Figura 1. Simulaciones computacionales realizadas para la pila de menas lateríticas considerada.

a): distribución de temperatura del material; b): distribución de humedad del material

ANEXO 15

TIPOS DE OPTIMIZACIÓN UTILIZADOS EN LAS INVESTIGACIONES QUE SE DESARROLLAN EN EL ÁREA DE LAS INGENIERÍAS

De acuerdo con la bibliografía consultada (Legrá y Silva, 2011) el *enfoque clásico* de la optimización plantea que un problema de optimización matemática está dado por:

- Una función objetivo $z = f(x)$ donde X representa un conjunto de n variables independientes $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.
- Un conjunto de k restricciones $G_i(x) \mathfrak{R} 0$, donde $i = 1, 2, \dots, k$ y además se cumple que la relación $\mathfrak{R} \in \{0, >, <, \leq, \geq\}$.
- La necesidad de encontrar un conjunto S de valores de X tales que satisfagan las relaciones $G_i(x)$ y se obtenga como resultado el valor máximo o mínimo de la función objetivo $f(x)$.

El *enfoque flexible* de la optimización y que se ajusta mejor a la diversidad de problemas que hoy día formulan los ingenieros asume que la tercera condición [el inciso “c”] se exprese como sigue:

La necesidad de encontrar un conjunto S de valores de X tales que satisfagan las relaciones $G_i(x)$ y que al evaluarlo en la función objetivo se obtenga como resultado un valor Z que esté por encima o por debajo de cierta cota de optimización (solución satisfactoria). Gráficamente, estos dos enfoques de optimización se ilustran en la Figura 1.

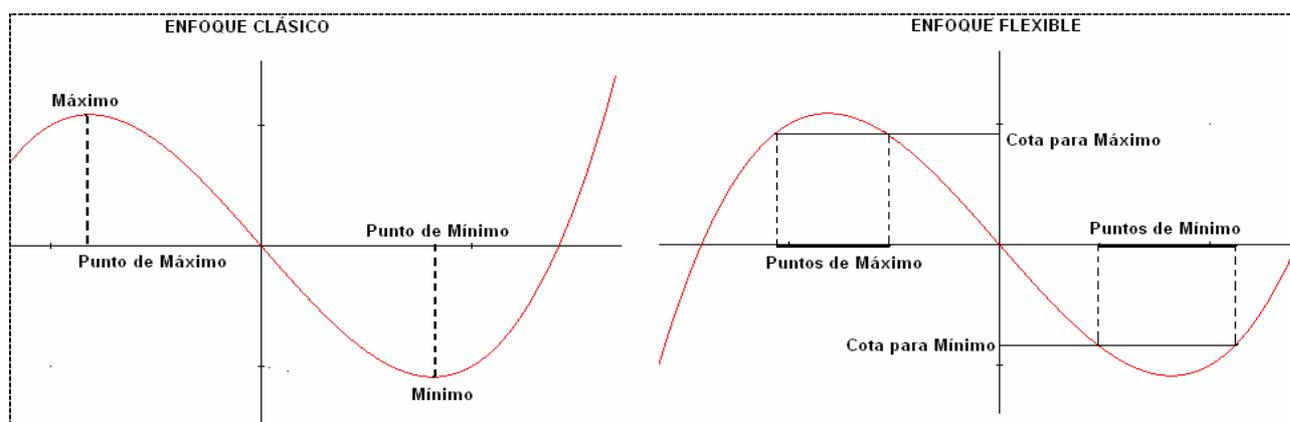


Figura 1. Enfoques de optimización empleados en las investigaciones tecnológicas.

En este trabajo se emplea el segundo enfoque de optimización (el flexible) debido a las características del parámetro del proceso que se desea optimizar y porque brinda la posibilidad de encontrar un conjunto de soluciones factibles para la implementación práctica del objeto de estudio.

ANEXO 16

VALORES Y COMPORTAMIENTOS DE LOS PARÁMETROS OBTENIDOS EN LA OPTIMIZACIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE LA PILA DE MINERALES

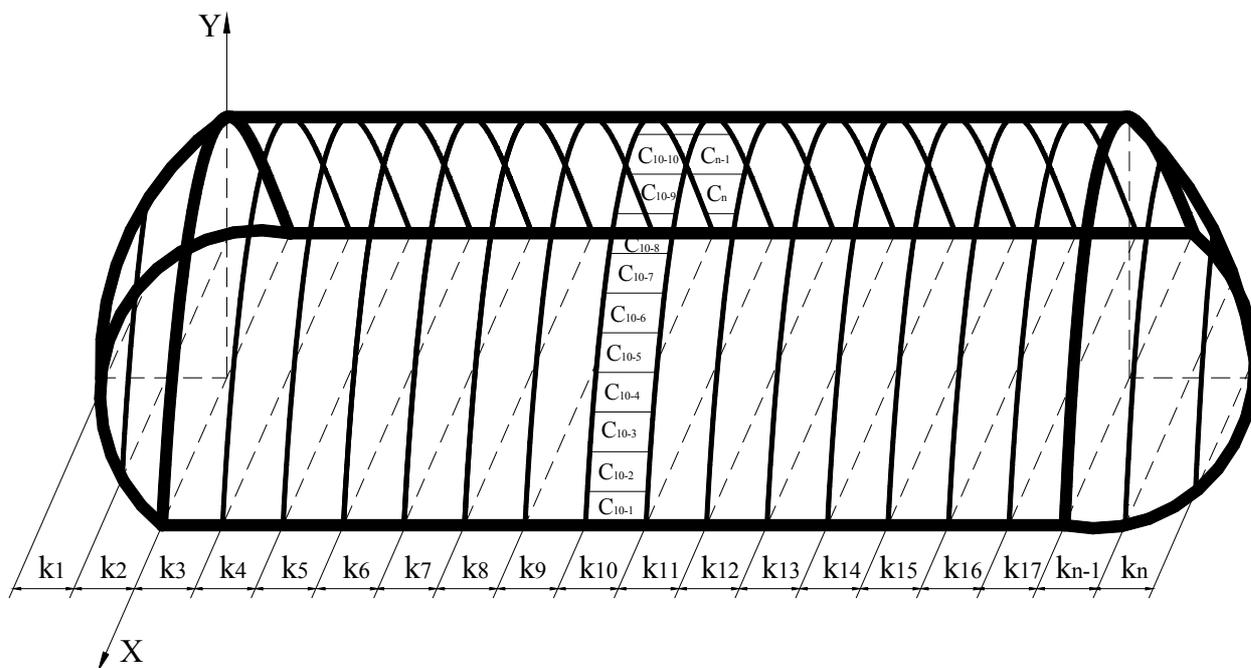


Figura 1. Representación de los cortes k_1, k_2, \dots, k_n y los sectores $C_{10-1}, C_{10-2}, \dots, C_n$ que se forman al dividir la superficie de captación solar de la pila de menas lateríticas.

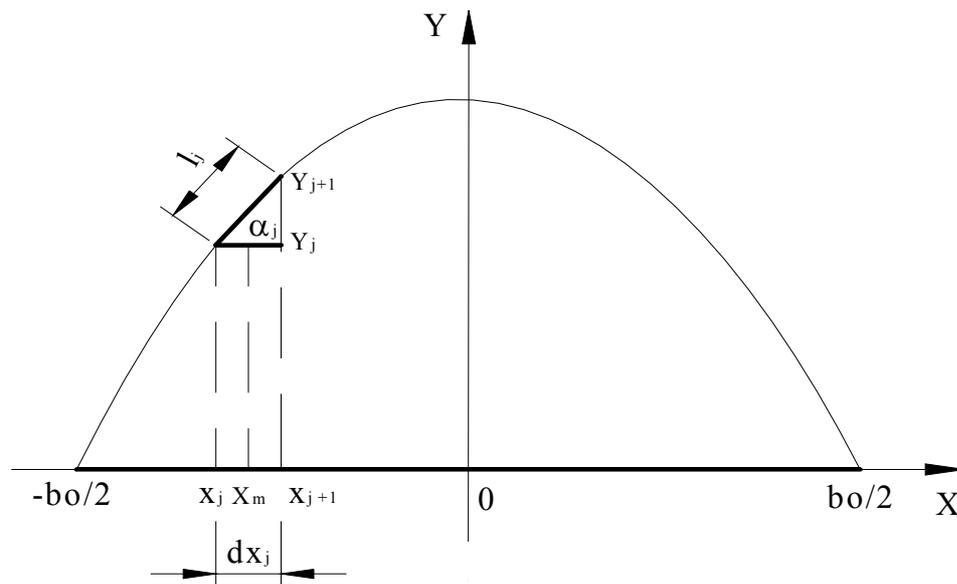


Figura 2. Esquema estructural para el cálculo de los parámetros α_j y l_j .

Tabla 1. Valores calculados para los dos criterios de optimización considerados.

AT (grados)	AM (grados)	DR (J/m ² · día)	RT (J/día)	AT (grados)	AM (grados)	DR (J/m ² · día)	RT (J/día)
20	20	598 576,32	485 471 621,20	55	45	388 937,80	426 255 493,01
25	20	598 652,95	487 041 100,78	55	50	339 659,23	405 016 333,08
25	25	581 058,74	488 623 627,13	55	55	291 975,00	387 957 817,31
30	20	595 181,70	487 094 118,27	60	20	530 678,19	461 494 555,97
30	25	578 915,22	488 526 352,48	60	25	506 376,20	457 575 363,55
30	30	555 509,63	488 867 411,66	60	30	481 680,37	454 064 884,32
35	20	583 352,14	480 949 373,91	60	35	453 584,75	448 459 162,56
35	25	563 517,12	478 867 615,74	60	40	421 460,48	440 283 757,61
35	30	533 696,57	471 497 409,03	60	45	383 106,34	427 245 978,64
35	35	493 282,09	458 945 337,11	60	50	339 583,10	410 266 344,19
40	20	573 993,01	477 240 543,17	60	55	290 830,83	388 887 045,05
40	25	554 553,65	475 547 430,38	60	60	245 158,33	373 685 977,38
40	30	529 494,90	471 554 672,25	65	20	515 428,64	455 131 137,25
40	35	493 579,48	461 188 023,62	65	25	491 863,43	452 608 799,79
40	40	455 950,71	453 621 953,78	65	30	464 671,14	447 145 363,33
45	20	563 910,32	473 292 955,83	65	35	435 457,94	440 298 192,71
45	25	545 815,24	473 070 846,91	65	40	404 227,22	432 269 922,01
45	30	522 536,87	470 425 542,53	65	45	370 479,17	422 794 496,19
45	35	491 829,58	463 747 893,19	65	50	326 923,11	403 220 622,87
45	40	453 850,63	453 654 425,70	65	55	280 218,19	380 410 096,28
45	45	413 449,54	445 623 031,30	65	60	228 064,76	350 119 456,06
50	20	552 010,17	468 186 338,71	65	65	175 518,25	316 522 196,81
50	25	531 493,59	466 295 602,49	70	20	502 317,26	451 584 030,56
50	30	506 258,14	461 769 795,55	70	25	476 568,97	448 005 532,36
50	35	476 482,24	455 030 215,78	70	30	448 926,91	442 646 982,16
50	40	437 415,06	441 722 338,84	70	35	420 604,40	436 832 794,26
50	45	390 774,34	423 357 465,14	70	40	389 778,36	428 884 245,42
50	50	337 347,07	399 981 191,25	70	45	356 663,40	419 104 496,58
55	20	540 268,91	463 635 939,98	70	50	318 520,24	404 166 805,50
55	25	519 226,23	461 862 359,39	70	55	277 598,79	386 427 789,33
55	30	494 601,41	458 075 224,73	70	60	229 776,98	359 152 870,50
55	35	465 385,35	451 512 586,57	70	65	178 402,08	324 388 643,63
55	40	430 655,70	441 411 116,91	70	70	134 783,89	300 342 246,96

Tabla 2. Valores calculados para los tres criterios de optimización considerados.

AT (grados)	AM (grados)	CT (J/día)	PVS (%)	VMS (m ³)	AT (grados)	AM (grados)	CT (J/día)	PVS (%)	VMS (m ³)
20	20	332 582 624,68	84,68	318,92	55	45	293 804 952,35	54,80	667,86
25	20	333 661 144,90	83,86	355,09	55	50	279 759 699,19	48,78	656,30
25	25	334 814 479,91	81,82	394,76	55	55	268 495 387,79	45,77	676,29
30	20	334 105 021,86	81,97	379,36	60	20	324 263 650,35	76,13	476,42
30	25	334 748 857,67	80,01	427,45	60	25	319 676 438,83	70,75	540,50
30	30	335 112 042,89	77,51	463,03	60	30	315 569 335,46	66,10	594,72
35	20	331 376 873,69	80,15	398,21	60	35	310 393 571,91	61,66	638,38
35	25	328 448 738,55	77,51	449,68	60	40	303 850 568,90	56,88	667,18
35	30	323 655 438,95	74,22	486,41	60	45	294 460 304,45	52,52	690,45
35	35	315 500 325,13	72,15	522,72	60	50	283 245 203,64	47,21	690,69
40	20	330 069 790,95	79,74	420,19	60	55	269 119 160,29	41,51	672,90
40	25	327 103 801,28	76,02	472,58	60	60	259 126 964,39	39,76	712,57
40	30	323 715 395,64	72,20	511,73	65	20	321 155 448,81	75,07	486,26
40	35	316 976 370,11	69,36	548,29	65	25	317 706 228,41	69,69	555,39
40	40	312 096 639,64	66,47	577,11	65	30	312 408 914,86	64,80	612,94

45	20	328 595 041,57	78,29	433,98	65	35	306 226 753,94	59,40	651,58
45	25	326 387 319,21	74,09	488,97	65	40	299 497 657,35	54,89	687,52
45	30	323 232 441,45	70,68	536,49	65	45	292 196 060,05	50,48	714,50
45	35	318 639 359,58	67,57	576,63	65	50	278 404 880,04	44,61	708,79
45	40	312 114 664,68	63,53	600,25	65	55	263 262 500,06	39,11	694,97
45	45	306 917 583,91	62,63	648,01	65	60	243 091 230,83	33,58	666,31
50	20	326 505 284,39	77,52	449,20	65	65	220 608 568,41	29,39	652,05
50	25	323 146 356,47	73,32	510,32	70	20	320 044 251,81	74,42	498,16
50	30	318 353 169,93	68,96	556,56	70	25	316 069 425,51	69,13	573,71
50	35	312 940 857,76	65,42	598,34	70	30	310 873 365,16	63,52	630,53
50	40	304 024 882,97	60,99	622,32	70	35	305 491 503,70	58,45	678,29
50	45	291 906 426,71	56,79	639,50	70	40	298 733 005,66	53,37	712,97
50	50	276 361 462,78	50,69	625,09	70	45	290 993 609,18	48,70	741,68
55	20	324 667 532,04	76,76	462,99	70	50	279 757 226,85	43,34	747,84
55	25	321 224 561,52	72,06	526,36	70	55	267 197 598,25	38,26	745,83
55	30	316 977 220,31	67,53	576,50	70	60	249 078 382,34	32,88	724,05
55	35	311 285 407,30	63,20	616,14	70	65	225 912 807,72	27,92	696,44
55	40	303 790 003,35	58,79	644,38	70	70	209 922 058,23	27,51	782,03

Simbología empleada en las Tablas 1 y 2 del Anexo 16

AT y AM: ángulo tangencial y ángulo maximal; grados sexagesimales.

DR: densidad de radiación; $J/m^2 \cdot día$.

RT y CT: radiación total y calor total; $J/día$.

PVS y VMS: porcentaje de mineral secado y volumen de mineral secado; % y m^3 .

Observación: se emplean AT y AM en lugar de φ_t y φ_m para facilitar la realización de los gráficos.

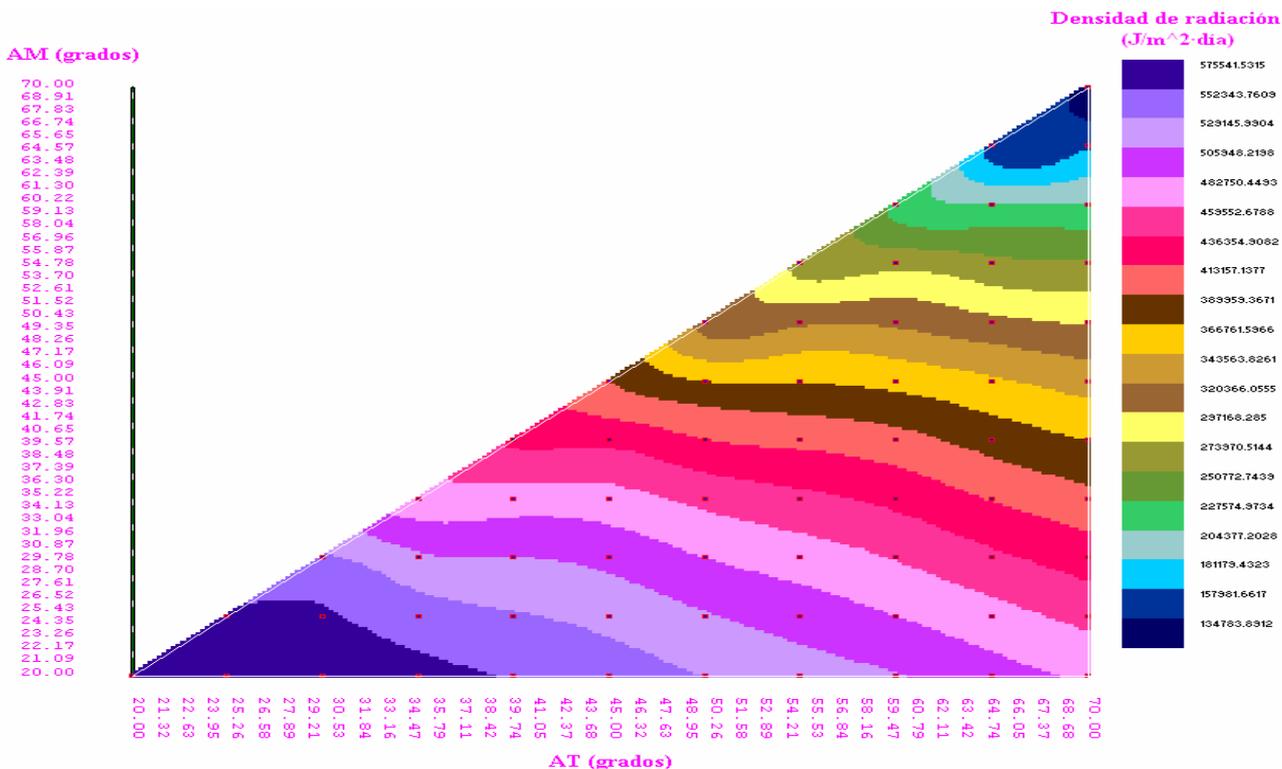


Figura 3. Comportamiento de la densidad de radiación recibida en la superficie de la pila.

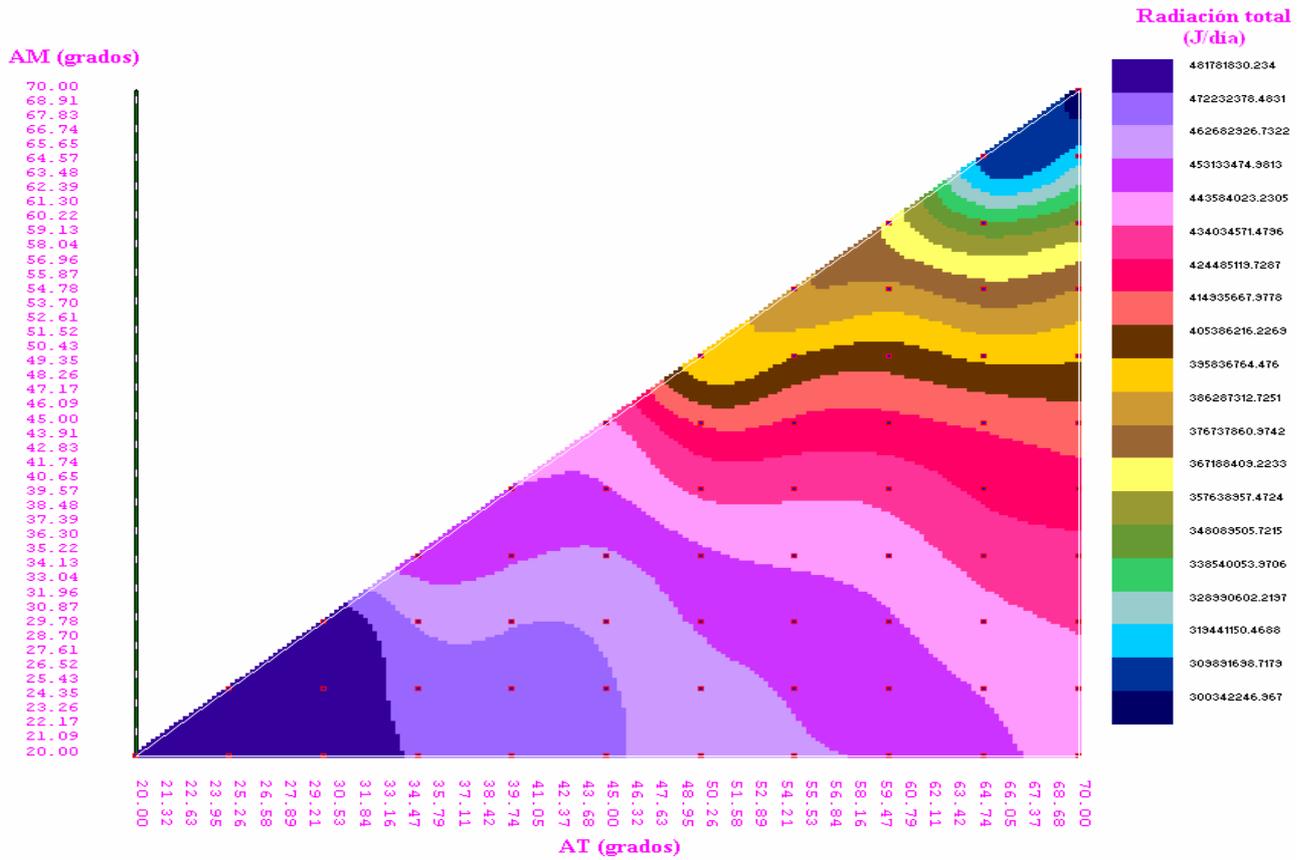


Figura 4. Comportamiento de la radiación total recibida en la superficie de la pila.

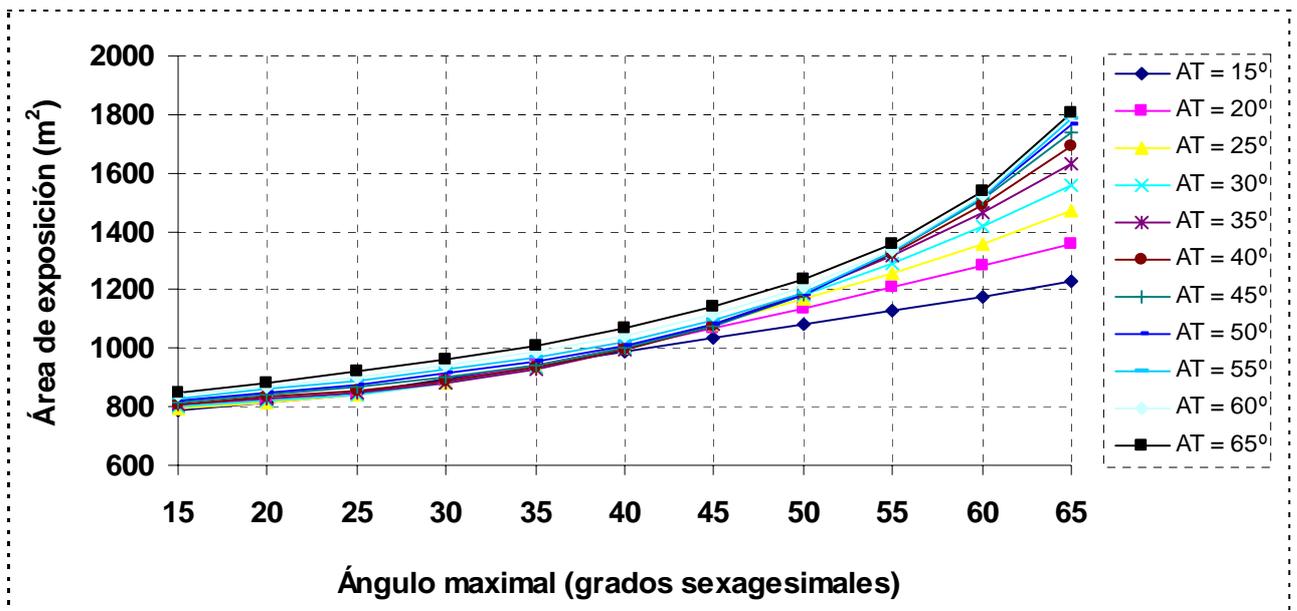


Figura 5. Comportamiento del área de exposición de la pila en función de los ángulos maximal y tangencial.

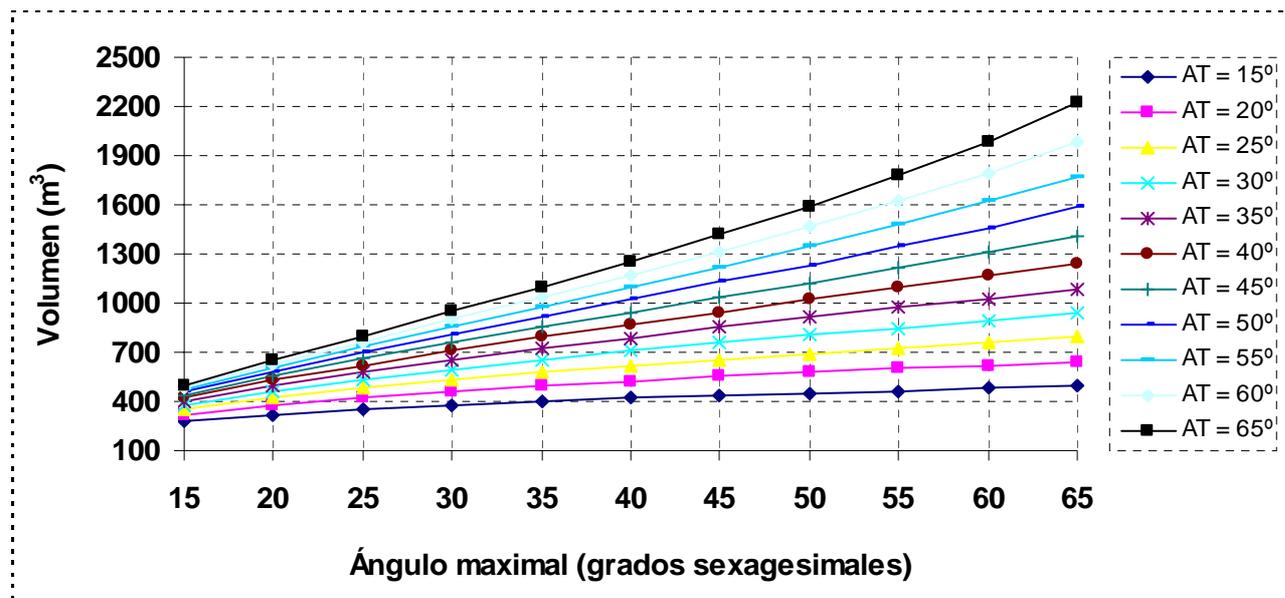


Figura 6. Comportamiento del volumen de material expuesto a secado natural en función de los ángulos maximal y tangencial.

ANEXO 17

RESULTADOS ECONÓMICOS DERIVADOS DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL SECADO NATURAL EN LAS EMPRESAS PRODUCTORAS DE NÍQUEL

Tabla 1. Productividad y consumo de petróleo de los secaderos térmicos convencionales de la empresa “Comandante Ernesto Che Guevara” de Moa durante la prueba de secado.

Productividad de los secaderos (t/h)	Material procesado sin secado natural $H_{(p)} = 38,10 \%$				Material procesado con secado natural $H_{(p)} = 35,27 \%$			
	Turnos de trabajo (No.) (%)		Cantidad procesada (t)	Petróleo consumido (t)	Turnos de trabajo (No.) (%)		Cantidad procesada (t)	Petróleo consumido (t)
Menos de 90	04	14	9 751	328	Productividad promedio: 110 t/h Índice de producción: 34,2 t/t Se reduce el CEP en 1,3 kg _p /t _m			
91-95	08	28	22 067	711				
96-100	05	17	15 005	468				
101-105	10	34	29 041	823	07	47	20 717	613
106-110	02	07	6 725	191	04	27	12 057	349
111-115	Productividad promedio: 97 t/h Índice de producción: 32,8 t/t				02	13	5 869	176
116-120					02	13	5 555	154
Total →	29	100	82 589	2 521	15	100	44 198	1 292

Fuente: Estenez *et al.*, 2007c.

→ Observación: CEP es el consumo específico de petróleo.

Tabla 2. Incidencia de la humedad del material en el consumo de combustible de los secaderos térmicos convencionales de la empresa “Comandante René Ramos Latour” de Nicaro.

Cantidad de menas lateríticas procesadas en la prueba de secado: 195 173 toneladas				
Meses en que se realizó la prueba de secado	Material procesado <u>sin secado natural</u> $H_{(p)} = 32,86 \%$		Material procesado <u>con secado natural</u> $H_{(p)} = 31,46 \%$	
	Humedad del material a la entrada de los secaderos (%)	Consumo de combustible en los secaderos (t)	Humedad del material a la entrada de los secaderos (%)	Consumo de combustible en los secaderos (t)
Enero	32,20	23 250	32,46	23 704
Febrero	32,70	21 686	31,61	19 496
Marzo	33,56	22 679	30,95	21 719
Abril	33,13	21 722	30,56	21 942
Mayo	32,69	22 855	31,71	22 521
Total →	32,86*	112 192	31,46*	109 382

Tabla 3. Impacto económico de la implementación del secado natural de las menas lateríticas en el sistema de transporte de la empresa “Comandante René Ramos Latour”.

Carga circulante, carga improductiva y combustible perdido durante el transporte por ferrocarril de las menas lateríticas desde la mina de la empresa hasta la planta de secaderos						
Meses en que se realizó la prueba de secado	Material procesado <u>sin secado natural</u> $H_{(p)} = 32,86 \%$			Material procesado <u>con secado natural</u> $H_{(p)} = 31,46 \%$		
	Carga circulante (t)	Carga improductiva (%)	Combustible perdido (litros)	Carga circulante (t)	Carga improductiva (%)	Combustible perdido (litros)
Enero	20 118	10,40	40 236	8 760	8,10	17 520
Febrero	9 714	7,04	19 428	3 868	6,40	7 736
Marzo	6 138	6,03	12 276	5 777	5,80	11 554
Abril	6 642	5,01	13 284	3 366	3,90	6 732
Mayo	12 517	9,03	25 034	6 755	7,70	13 510
Total →	55 129	7,502*	110 258	28 526	6,38*	57 052

Observación para las Tablas 2 y 3 del Anexo 17: * corresponde al valor promedio, no al total.

Simbología empleada en las Tablas 1; 2 y 3 del Anexo 17

$H_{(p)}$: humedad promedio de las menas lateríticas a la entrada de los secaderos convencionales; %.

Con la implementación del proceso de secado natural de las menas lateríticas en la empresa “Comandante René Ramos Latour” se alcanzó, en el sistema de transporte por ferrocarril, una productividad de 51 toneladas por vagón de las 34 que se tiene planificada. Lo anterior produjo un incremento en la cantidad de menas lateríticas transportadas y, por consiguiente, se obtuvieron ahorros económicos por concepto de consumo de combustible de las locomotoras utilizadas para el transporte del material desde la mina de Pinares de Mayarí hasta la referida empresa.